

# BOLETIM APDIO 54

1º Semestre de 2016

Editores:  
Ana Carvalho  
Tânia Ramos



Apdio

## EDITORIAL

A presente edição do Boletim da APDIO coincide com a tomada de posse da nova Comissão Diretiva da APDIO, iniciando-se o Boletim com a nota de abertura do nosso novo Presidente José Fernando Oliveira.

O tema deste Boletim retrata o projeto mobilizador apresentado pela nova Comissão Diretiva da APDIO - **Investigação Operacional Solidária**. Com o intuito de dinamizar e potenciar a colaboração da APDIO com instituições de solidariedade social, entrevistámos Isabel Jonet, Presidente da Federação Portuguesa dos Bancos Alimentares contra a Fome.

De modo a perspetivar a aceitação dos associados perante esta temática, Luís Valadares Tavares, no Artigo de Opinião, fala-nos de como a comunidade APDIO poderá vir a contribuir para esta iniciativa e em que moldes.

Nas secções do IO em Ação e Lugar aos Novos apresentam-se dois casos aplicados à temática do IO solidário. Na secção IO em Ação, Isabel Gomes e Tânia Ramos relatam um caso em que utilizaram as técnicas de IO para ajudar uma assistente social responsável pelo apoio domiciliário de um centro social paroquial a planear as visitas diárias aos utentes que cada auxiliar tem de realizar. No Lugar aos Novos, João Cardoso e Cândida Mourão apresentam um modelo de otimização que foi aplicado ao escalonamento de pessoal nos Bombeiros Voluntários.

Neste número mantivemos a rubrica do Portugueses em IO pelo Mundo, onde Ricardo Lima relata a sua experiência além-fronteiras.

Decidimos envolver mais a comunidade IO incentivando o envio de notícias que envolvam os associados da APDIO. Agradecemos desde já a contribuição dos associados e apresentamos uma rubrica relativa às notícias do último semestre.

Finalmente, e mantendo a secção Técnicas de IO, decidimos que esta secção se destinará à apresentação detalhada de uma Técnica de IO e do seu potencial de aplicação. Neste Boletim, José Valério de Carvalho descreve o contexto histórico e aplicação da técnica de Geração de Colunas.

Como nota de encerramento, gostaríamos de felicitar e deixar uma palavra de agradecimento à anterior Comissão Editorial, constituída por Ana Luísa Custódio e Isabel Correia, pelo excelente trabalho que desenvolveram nos últimos quatro anos, apresentando oito boletins de excelente qualidade e interesse.

Como novas editoras comprometemo-nos a dar o nosso melhor para manter a qualidade já expectável nos Boletins da APDIO e a contribuir com empenho e dedicação para que surjam novas ideias e iniciativas que potenciem a colaboração entre os associados da APDIO!

Ana Carvalho  
Tânia Ramos

## 02 NOTA DE ABERTURA

Presidente da APDIO

*José Fernando Oliveira*

## 03 ARTIGO DE OPINIÃO

A investigação operacional e a solidariedade social

*Luís Valadares Tavares*

## 05 ENTREVISTA

*Isabel Jonet*

## 07 TÉCNICAS DE IO

Geração de colunas

*José Valério de Carvalho*

## 10 PORTUGUESES EM IO PELO MUNDO

*Ricardo Lima*

## 11 IO EM ACÇÃO

Ajudando uma assistente social a planear o seu serviço de apoio domiciliário

*Maria Isabel Gomes e Tânia Rodrigues  
Pereira Ramos*

## 14 LUGAR AOS NOVOS

Escalonamento de pessoal em voluntariado – uma aplicação a um corpo de bombeiros

*João Cardoso e M. Cândida Mourão*

## 16 NOTÍCIAS DA APDIO



# NOTA DE ABERTURA DO PRESIDENTE DA APDIO

**José Fernando Oliveira,**  
Departamento de Engenharia e Gestão Industrial,  
Faculdade de Engenharia,  
Universidade do Porto



É esta a primeira vez que, enquanto presidente da APDIO, me dirijo através deste Boletim à comunidade portuguesa de Investigação Operacional. O Boletim da APDIO é um meio excelente de comunicação e de relação da nossa comunidade, e as minhas primeiras palavras são de louvor e apreço às suas anteriores editoras, Ana Luísa Custódio e Isabel Correia, pelo trabalho levado a cabo, e de gratidão e confiança às novas editoras que aceitaram abraçar este desafio, a Ana Carvalho e a Tânia Ramos.

A minha segunda palavra é sobre os colegas que comigo constituem os órgãos sociais da APDIO: António Ismael Vaz, Isabel Cristina Lopes, Jorge Orestes Cerdeira, Luís Dias, Susana Relvas, Tatiana Tchemisova Cordeiro, na Comissão Diretiva; Ana Paula Barbosa-Póvoa, José Valério de Carvalho e Maria Antónia Carravilla, na Mesa da Assembleia Geral; Maria Eugénia Captivo, Filipe Carvalho e José Pedro Fernandes, no Conselho de Auditoria. Partilhamos um grande carinho por esta associação, que a tantos proporcionou um ambiente fértil de crescimento profissional e científico e de relações pessoais que forjaram amizades para a vida. Por isso a resposta ao desafio de servir a comunidade da IO em Portugal foi imediata e entusiástica.

Baseando-me no nosso programa de candidatura irei referir-me a algumas das atividades previstas, numa perspectiva de continuidade do trabalho dos anteriores Órgãos Sociais, juntando informações relativas a decisões entretanto tomadas.

O **Congresso da APDIO** é sem dúvida o ponto alto da vida da nossa associação, e que no passado tem apresentado um nível científico e organizativo notável. No final do Congresso em Portalegre foram apresentadas duas candidaturas à organização do IO2017: uma por colegas do Departamento de Economia, Gestão, Engenharia Industrial e Turismo da Universidade de Aveiro, e outra de colegas da Escola Superior de Ciências Empresariais do Instituto Politécnico de Viana do Castelo (em Valença). Após visitar os dois locais e reunir com as duas potenciais comissões organizadoras, decidi a Comissão Diretiva que o IO2017 decorreria em Valença. No entanto, atendendo ao dinamismo que a APDIO tem mostrado e à participação que os congressos têm merecido, decidi também a Comissão Diretiva testar uma alteração à periodicidade bienal do Congresso. Assim, podemos desde já anunciar que em 2018 teremos o Congresso da APDIO na Universidade de Aveiro. O nosso muito obrigado às duas Comissões Organizadoras que com alegria e entusiasmo acolheram a nossa decisão. No Congresso de Valença pretendemos

dar alguns passos no sentido de possibilitar que não falantes da língua portuguesa possam participar no congresso, e é nosso objetivo manter a publicação de artigos completos de trabalhos apresentados no congresso.

O **site da APDIO** foi alvo de uma evolução significativa durante o mandato da anterior Comissão Diretiva. O esforço de o alimentar com conteúdos foi grande, tornando-se num interessante repositório da nossa história. Esta é uma estratégia que pretendemos manter, de sucessiva virtualização e disponibilização pública não só do que de novo se fizer mas também do passado. Queremos ainda dinamizar a existência da APDIO nas redes sociais, nomeadamente no Facebook, no LinkedIn e no Twitter.

Ainda em linha com trabalho desenvolvido por anteriores Comissões Diretivas, queremos dinamizar a nossa **presença nas organizações internacionais que integramos** (nomeadamente EURO, IFORS e ALIO) e prosseguir a política de aproximação às associações congéneres de países de língua portuguesa. Em particular, iremos apoiar os esforços da SOBRAPO – Sociedade Brasileira de Investigação Operacional – em transformar o seu 50º congresso, que decorrerá em 2018, num evento internacional apoiado pelo EURO. Destaca-se ainda a conferência Optimization 2017, que decorrerá de 6 a 8 de Setembro de 2017 na Universidade de Lisboa, e que como é habitual terá todo o apoio institucional da APDIO.

A **formação em Investigação Operacional** teria que fazer parte das nossas preocupações, quer na vertente aprendizagem quer na vertente ensino. Pretendemos que a APDIO crie uma rede de *workshops* de formação em Investigação Operacional, lecionados em Instituições de Ensino Superior, de modo a que a sua frequência e avaliação possa conferir ECTS. Na vertente do ensino da IO, fizemos já uma parceria visando a existência de um conjunto de sessões dedicadas à Investigação Operacional no “CNaPPES 2016 – 3º Congresso Nacional de Partilha de Práticas Pedagógicas no Ensino Superior”, que decorrerá na Universidade de Lisboa, a 14 e 15 de julho (<http://www.cnappes.org/>). Esperamos uma grande adesão dos associados da APDIO na partilha das suas ricas práticas pedagógicas.

Deixamos para o fim aquilo que gostaríamos que fosse o projeto mobilizador de toda a comunidade

APDIO para o próximo biénio: a iniciativa **Investigação Operacional Solidária**. zInspirada na iniciativa “OR Pro Bono” da “Operational Research Society” do Reino Unido, a iniciativa Investigação Operacional Solidária visa aplicar na organização, gestão e operação das Instituições Particulares de Solidariedade Social (IPSS) técnicas de Investigação Operacional, a partir da colaboração gratuita da comunidade da APDIO. Estamos certos de que desta iniciativa resultarão benefícios para muitos cidadãos a viver dificuldades, que recorrem a estas instituições.

Para estruturar e dinamizar esta iniciativa foi constituída uma comissão integrando os colegas Maria Antónia Carravilla (UP), Isabel Gomes (UNL) e Maria João Alves (UC). Iremos providenciar o desenvolvimento de uma plataforma onde se possam publicar os projetos executados e em curso, e onde as instituições possam inserir as suas necessidades e os grupos de investigação possam declarar as suas disponibilidades. Precisamos de organizar equipas, com pessoas que façam o levantamento dos problemas, que os modelem e desenhem soluções, que implementem métodos e algoritmos, e ainda que acompanhem a implementação das soluções. Acreditamos que esta iniciativa nos irá unir mais fortemente e que cada um de nós poderá vir a destinar algum do seu tempo a ser um “IO-solidário” divulgando e promovendo a iniciativa, “batendo a portas”, dando a conhecer o que podemos fazer por estas instituições, propondo dissertações de mestrado alinhadas com esta iniciativa (os alunos irão valorizar mais, e perceber melhor, a aplicabilidade da IO). Está já em curso o primeiro projeto que envolve a otimização das rotas das carrinhas do centro do Porto da APPACDM.

Termino com uma referência ao Professor Luís Valadares Tavares. Por ocasião da sua jubilação foi lançado um livro, iniciativa de várias pessoas e instituições que nalgum momento da sua vida tiveram o privilégio de ter usufruído do trabalho, entusiasmo, capacidade de iniciativa e visão ímpar do Prof. Luís Valadares Tavares. Se nesta descrição muitos nos revemos, mais do que qualquer outra instituição terá que estar a APDIO - Associação Portuguesa de Investigação Operacional - grata e reconhecida a quem foi absolutamente determinante para a sua criação e a presidiu por mais do que uma vez. Foi assim em boa hora que a anterior Comissão Diretiva da APDIO apoiou incondicionalmente a iniciativa, no que é secundada não só pelos atuais Órgãos de Gestão mas, certamente, por todos os associados.

# A INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL E A SOLIDARIEDADE SOCIAL

**Luís Valadares Tavares,**  
Professor Catedrático,  
Departamento de Engenharia Civil,  
Instituto Superior Técnico



## 1- A Investigação Operacional

A Investigação Operacional (IO), ao surgir em plena 2ª guerra mundial como metodologia interdisciplinar para resolver problemas complexos, foi estruturando o seu corpus doutrinário com base em princípios fundamentais, tal como acontece com a generalidade das Ciências, desde a Física à Biologia, pelo que, volvidos mais de 65 anos, importará recordá-los, complementando ou contradizendo os axiomas de outras disciplinas:

### A- Princípio da complexidade

A organização da sociedade baseia-se no desenvolvimento, no design e na gestão de sistemas artificiais progressivamente complexos e que procuram responder a problemas diagnosticados a desafios assumidos

### B- Princípio da escolha decisória

Os sistemas considerados são propositivos pelo que é essencial compreender os valores e os objetivos que os justificam a fim de poder apoiar os processos decisórios de modo a obter os desempenhos preferíveis

### C- Princípio da negociação

Os sistemas considerados não são isolados, pois interagem com outros, naturais ou artificiais, caracterizados por diversos níveis de incerteza ou previsibilidade, pelo que o apoio aos processos decisórios implica a racionalização das dinâmicas de tais interações

### D- Princípio da afetação dos recursos

A concretização de cada decisão escolhida implica racionalizar a afetação dos recursos disponíveis tendo em conta o seu contributo para os objetivos pretendidos e os seus custos de oportunidade.

Ora, não deixa de ser interessante verificar que os especialistas de IO galardoados com o Prémio NOBEL correspondem precisamente a autores de avanços notáveis em relação a cada um destes princípios também assumidos como desafios:

A- Herbert Simon (1978), autor da Arquitectura da Complexidade [1] e de contributos tão importantes para a modelação de sistemas complexos, designadamente de natureza administrativa

B- Daniel Kahneman (2002) que (em parceria com Amos Tversky, infelizmente falecido precocemente) melhor nos ajuda a compreender e a racionalizar os processos decisórios, designadamente em contexto de incerteza [2]

C- Jonh F. Nash [3] (1993) e Thomas Schelling [4] (2005) que formulam e resolvem jogos não cooperativos e de conflito, bem como Lloyd Shapley [5] [6] (2012) dedicado aos jogos cooperativos

D- Leonid Kantorovich (1975) [7] primeiro autor da Programação Linear (alguns anos antes da sua reinvenção por George Dantzig) e de novos modelos de afetação de recursos.

Esta breve recolção mostra bem que o ADN da IO é bem diverso do de outras Ciências, como a Economia Neoclássica, que se baseia no pressuposto maximalista, quer da utilidade do consumidor, quer do lucro do produtor, compreendendo-se, pois, facilmente, a controvérsia entre M Friedman [8] e H Simon [9] sobre o famoso problema do taxista de New York, defendendo aquele que este irá maximizar diariamente a receita enquanto Simon mostra que o seu objetivo é, pelo contrário, atingir o nível de satisfação escolhido e usufruir do tempo livre com os seus amigos.

Eis porque perante os novos desafios de cada época, importa reinventar a IO de acordo com os princípios referidos os quais não aceitam a hipótese de qualquer mão invisível resolver os nossos problemas já que, pelo contrário, se admite ser essencial adotar iniciativas proactivas e organizativas visando empreender planos, programas e linhas de ação destinados a atingir os objetivos estabelecidos, ou seja, não só regulando, mas também intervindo.

Ora esta cultura está, por certo, também particularmente adaptada a tratar a questão que me foi proposta: as desigualdades e a solidariedade.

## 2. A Desigualdade

O otimismo generalizado do pós-guerra - tendo talvez como melhor representação o celebrado beijo apaixonado do marinheiro e da enfermeira - permitiu acreditar que bastaria criar dinâmicas de crescimento em regimes políticos democráticos, para melhorar o bem-estar de todos, desde os povos dos novos países descolonizados aos pobres das economias industrializadas. Ora, se é certo que o mundo já industrializado cresceu a ritmo invejável, o mesmo não se poderá dizer de muitas outras regiões, alvo das teorias de desenvolvimento económico prosseguidas por prestigiadas agências internacionais, tais como o Banco Mundial, cujo nível de desenvolvimento foi estagnando por virtude de conjunturas internacionais relacionadas com os preços das matérias-primas ou por crises internas duradouras, e, paradoxalmente, é em Estados com outros regimes políticos tal como é o caso da República Popular da China que surgem maiores sucessos de desenvolvimento económico.

Todavia, é a partir da aceleração dos processos de globalização e de liberalização dos mercados dos anos 90 que se vêm acentuando as desigualdades, mesmo dentro de

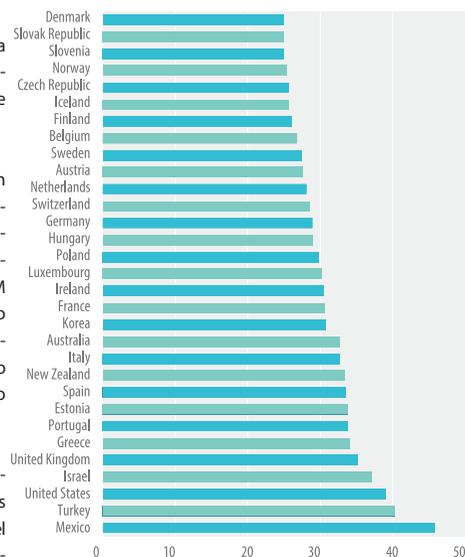


Figura 1 – Desigualdade de rendimentos nos países da OCDE [11]

cada sociedade ocidental, ainda mais agravadas nos últimos anos pelas recentes crises financeiras pelo que se justifica analisar a sua dimensão.

Atualmente, e segundo o relatório anual "Wealth Report" (2014) do insuspeito Banco Crédit Suisse, cerca de 1% da população mundial possui cerca de 50% da riqueza global da qual apenas 1% é possuída por metade da população.

Portugal apresenta um elevado nível de desigualdade medido pelo conhecido Índice de Gini proposto por Conrad Gini em 1912 [10] tal como é patente na figura 1.

A evolução tem sido desfavorável nos últimos anos na generalidade dos países, incluindo Portugal, o que se pode confirmar por outro indicador importante, a percentagem do rendimento auferido declarado por 1% da população mais abastada o qual triplicou apesar das conhecidas dúvidas quanto aos sistemas disponíveis para os mais abastados localizarem os seus rendimentos.

Compreende-se, assim, o insistente magistério do Papa Francisco [12] apelando para novos modelos de desenvolvimentos evitando as atuais tendências promotoras de desequilíbrios sociais e ecológicos.

Estas preocupantes dinâmicas continuam a acentuar-se, não se vislumbrando abrandamento ou inversão de tendências e, paradoxalmente, as ajudas dos Estados aos

mais desfavorecidos têm vindo a diminuir, também fruto das acentuadas e recentes crises económicas e financeiras que Portugal bem conhece. Algumas destas reduções quando dirigidas aos povos mais carecidos têm originado problemas internacionais acrescidos de que é exemplo sintomático o corte em cerca de 30% da ajuda alimentar aos países mais necessitados da bacia mediterrânica no ano de 2013 o qual está fortemente correlacionado com o despoletar dos fluxos de migrantes e refugiados com destino à Europa, tal como referido pelo ex-Comissário das Nações Unidas para os Refugiados, A Guterres.

Os elevados níveis de desigualdade são fonte de cinco problemas bem conhecidos:

- A- Generalização de grupos e comunidades com condições de vida infra-humanas não partilhando dos benefícios da sociedade;
- B- Redução dos níveis de igualdade de oportunidades, em especial entre os mais jovens;
- C- Redução do capital humano e social com inevitável agravamento da sustentabilidade e da economia;
- D- Fomento de comportamentos anti-sociais reduzindo ainda mais a coesão social e generalizando formas múltiplas de violência;
- E- Agravamento das despesas sociais, aumentando a carga fiscal e o défice público.

Ora, assim sendo, quais são as reflexões e as proposições com que a IO poderá contribuir para mitigar estes problemas?

### 3. Quais os contributos que a IO pode oferecer?

Creio que esta reflexão deve ter em conta o ADN da IO já recordado, o qual se traduz nas nossas metodologias de formulação e resolução de problemas começando por uma fase de representação do sistema e de diagnóstico do problema em causa, formulação de objetivos e de metas, invenção de alternativas e, por fim, escolha das melhores decisões. Aplicando esta abordagem à problemática da desigualdade é possível identificar grandes desafios para a IO:

A- Consciencialização sobre a gravidade crescente das desigualdades e seu diagnóstico, procurando esclarecer os diversos setores da sociedade, desde as comuni-

dades locais aos partidos políticos e seus dirigentes;

B- Identificação dos principais grupos excluídos e caracterização dos seus comportamentos, restrições e potencialidades;

C- Descrição das políticas e linhas de intervenção que têm vindo a ser propostas avaliando as experiências e os resultados obtidos;

D- Inovação, invenção e organização de linhas de intervenção e promoção das mais promissoras;

E- Acompanhamento, avaliação de resultados e introdução de melhorias.

Todos estes desafios podem corresponder a interessantes temas a cultivar na nossa comunidade sob formas múltiplas, desde a realização de dissertações à organização de encontros e debates com as comunidades, desde o nível nacional ao local.

Todavia, e ainda nesta breve reflexão que me foi pedida, gostaria de dar especial atenção aos dois últimos desafios orientados para a ação e potenciando o elevado capital humano e social da APDIO potenciando a boa notícia dos últimos anos: a sociedade em rede! [13]

Na verdade, ao longo da última década, a disseminação da internet e das redes de conhecimento e de interação através do mais variado espetro de terminais, transformou a nossa sociedade passando-nos a basear cada vez mais em estruturas em rede as quais podem ser de simples afinidade, como os clubes de lazer, de troca e negociação como o *dating* ou o *procurement*, de prestação de serviços como o ensino *online* ou a medicina à distância, de intervenção política como as redes orientadas para a organização de manifestações ou ainda como aquelas que aqui interessam primordialmente: as redes de cooperação!

Pode definir-se como rede de cooperação toda a rede que procura potenciar os seus membros e todas as suas interações para prosseguir objetivos comuns e claros podendo debater-se quais as suas morfologias e quais as dinâmicas que permitem a sua génese e o seu desenvolvimento.

Na verdade, estas redes podem surgir a partir de redes de convívio ou afinidade, por exemplo um clube de mo-tards, que cria uma rede de apoio aos mais carentes

como aconteceu em Odivelas ou então de iniciativas de comunidade, baseadas em éticas ou preocupações sociais e culturais comuns, que se organizam em redes de intervenção apoiando grupos mais desfavorecidos.

A temática da sustentabilidade e da eventual expansão destas redes tem sido muito debatida pois, enquanto se pode demonstrar que as dinâmicas virais não subsistem nas redes de procurement [14], já o mesmo não é verdade no que respeita às redes de cooperação, designadamente se orientadas para a solidariedade social, de que é exemplo o extraordinário caso do refood [15] cuja expansão teve carácter viral.

Colocam-se então as 5 questões centrais desta nota:

A- Como promover o estabelecimento de rede ou redes de solidariedade potenciando os valiosos recursos da APDIO para ajudar os mais carenciados seguindo bons exemplos como o caso da sociedade de IO do Reino Unido?

B- Quais os objetivos a prosseguir por estas redes numa sociedade e numa época em que tantos carecem de tanto e tanto pode ser oferecido pelos que tanto têm como nós?

C- Quais as morfologias que estas redes deverão ter, por certo baseadas em unidades locais atuando no espaço das vizinhanças em que vivemos e ajudando as periferias que tradicionalmente ignoramos embora intersectando o nosso quotidiano?

D- Como coordenar estas iniciativas de formato local em redes globais potenciando recursos e modelos ou formatos organizativos ganhando-se em dimensão, visibilidade e motivação?

E- Quais as temáticas a privilegiar, desde a formação e a integração dos jovens que habitam em bairros mais marginalizados ao cuidado dos mais idosos ou daqueles que são abandonados a qualquer cuidado humano num dos sistemas societários mais desumanizados, o Sistema Nacional de Saúde?

Resta-me desejar que esta breve nota possa contribuir para lançar este debate em boa hora assumido pela nova Direção da nossa associação, a APDIO e esperar que novos passos sejam tomados proximoamente, de modo a ganharmos toda consciência da "urgência de avançar numa corajosa resolução cultural" (§114, [16]).

## Referências

- [1] H. Simon, 1962, "The architecture of complexity", Proceedings of the American Philosophical Society, 467-482.
- [2] D. Kahneman, A. Tversky, 2000, "Choices, Values and Frames", Cambridge University Press, .
- [3] J.F. Nash, 1951, "Non-cooperative games", Annals of Mathematics, 54, 286-295
- [4] T. Schelling, 1989, "The strategy of conflict", Harvard University Press
- [5] L.S. Shapley, M. Shubik, 1971, "The assignment game I: The core", International Journal of Game Theory, Volume 1, Issue 1, 111-130
- [6] L. Shapley, 2012, "Allocation Games - the Deferred Acceptance Algorithm", Prize Lecture, Nobel Prize,
- [7] L. V. Kantorovich, 1960, Mathematical Methods of Organizing and Planning Production, Management Science, Vol. 6, No. 4, 66-422
- [8] M. Friedman, 1976, "Price Theory", Aldine Publishing Co.
- [9] H. Simon, 1947, "Administrative Behavior," New York Macmillan, 1947
- [10] L. Ceriani, P. Verme, 2012, "The origins of the Gini index: extracts from Variabilità e Mutabilità (1912) by Corrado Gini", The Journal of Economic Inequality, Volume 10, Issue 3, 421-443
- [11] B. Keeley, 2015, Income Inequality: The Gap between Rich and Poor, OECD Insights, OECD Publishing, Paris.
- [12] Papa Francisco, 2013, "Evangelii Gaudium", Libreria Editrice Vaticana
- [13] A.A. Costa, L.V. Tavares, 2014, "A Networked Society", OPET-APMEP, including 6 research papers published in International Journals, Automation in Construction; Omega; Purchasing and Supply Management
- [14] A.A. Costa, L.V. Tavares, 2014, "Social e-business as support for construction procurement: e-procurement network Dynamics", Automation in Construction 43, 180-186
- [15] ReFood, 2016, <http://www.re-food.org/pt>
- [16] Papa Francisco, 2015, "Laudo si", Libreria Editrice Vaticana

Isabel Jonet

# “A MATEMÁTICA É A BASE DA VIDA!”



Presidente da Federação Portuguesa dos Bancos Alimentares contra a Fome

## O Banco Alimentar Contra a Fome em Portugal foi fundado em 1992 por José Vaz Pinto. Como é que se juntou a este projeto, quando e porquê?

Sou licenciada em economia pela Universidade Católica e tive a primeira atividade profissional numa empresa seguradora em Portugal e na Bélgica. Posteriormente trabalhei, durante 7 anos, na Comissão Europeia, no Comité Económico e Social. Quando regresssei a Portugal decidi passar um tempo com menos atividade profissional permanente porque, nessa altura, tinha três filhos, e quis acompanhá-los na sua integração em Portugal. Desde os 12 anos que tenho uma atividade de voluntária e portanto decidi procurar um projeto onde pudesse dedicar algum tempo, tendo assim vindo parar ao Banco Alimentar (BA). Em 1994, o BA era uma Instituição acabada de criar, tinha um ano e meio, e desde então apaixonei-me por este projeto, sobretudo pelo potencial de mudança que havia a fazer se se criasse um bom modelo de gestão. Aquilo que consegui trazer como mais-valia ao BA foi criar um modelo de gestão que permitiu replicar a sua operação em outros pontos do país, existindo neste momento 21 Bancos Alimentares em Portugal. Este modelo de gestão foi também aplicado noutros países como por exemplo em Angola, Cabo Verde e Brasil. Sou muito defensora de processos eficientes e da criação de modelos que possam ser replicados a outros contextos, mesmo que precisem de ajustes inerentes à cultura do país envolvido.

## Como podemos caracterizar o modelo de gestão do Banco Alimentar?

Este modelo de gestão é muito semelhante ao que existe numa empresa. Existem comissões/departamentos que são áreas funcionais e cada área funcional tem as suas tarefas bem definidas. Isto permite depois mobilizar voluntários especialistas nessas áreas. Os Bancos Alimentares funcionam basicamente com recurso a trabalho voluntário porque é assim

o seu ADN. Estes têm de viver na humildade e na pobreza, não tendo como objetivo a criação de receitas. Outro aspeto diferenciador dos BAs é a capacidade de mobilizar pessoas com competências distintas que podem dar o seu tempo ao serviço de quem mais precisa. No caso específico do BA, a sua missão prende-se com a recolha de alimentos, que são muitas vezes excedentários e que tinham como destino provável a destruição. Conseguimos evitar esses desperdícios através de uma rede de instituições que nós selecionamos e que acompanhamos a sua atividade, fazendo chegar os alimentos à mesa de quem deles mais precisa. Para além desta componente de distribuição de alimentos, a componente de angariação é muito importante. Os 21 BAs recolheram 28 000 toneladas de alimentos no ano passado e destas 28 000 toneladas mais de 22 000 toneladas iriam para o lixo, teriam como destino a destruição apenas por razões comerciais. As razões apresentadas são as mais variadas: ou porque o ano agrícola foi bom e tinham de destruir os produtos para não baixar o preço ao produtor, ou porque a Rússia decretou um embargo às exportações da União Europeia, ou porque mudou a marca de uma determinada empresa, ou porque os produtos estão a aproximar-se dos prazos de validade... Num mundo onde coexistem as carências, nomeadamente alimentares, com estes excedentes, a abordagem dos BAs é até provocatória, aquilo que nós fazemos é o *match* entre onde sobra e onde falta. Há aqui toda uma cadeia de valor por detrás, que permite obter estes resultados, otimizando os recursos e reduzindo ao máximo os custos envolvidos.

## É licenciada em Economia. Como é que a sua formação contribui para desempenhar a sua função atual como Presidente do Banco Alimentar?

Eu penso que aquilo que nós aprendemos nas Universidades serve para nos abrir horizontes, sendo no decorrer da vida que vamos ganhando competências complementares e aperfeiçoando conhecimentos.

Penso que para mim a base de Economia foi boa, como podia ter sido de Engenharia. Qualquer base científica seria benéfica. Para mim o fundamental é a Matemática e é a organização mental numa determinada lógica, que é lógica. A Matemática permite-nos olhar para o mundo e observar uma lógica que faz com que tudo se encaixe.

## A campanha mais conhecida é a recolha de alimentos nos supermercados. Que outras iniciativas têm sido levadas a cabo pelo BA?

A campanha dos supermercados ocorre duas vezes por ano e envolve 40000 voluntários, existindo voluntários em mais de 1200 lojas. É uma mega-operação logística sendo necessário envolver um leque vastíssimo de empresas, desde empresas que nos cedem os empilhadores, empresas que fornecem a alimentação dos voluntários, empresas que publicitam as ações, entre outras. Só realizamos ações duas vezes porque são mega-operações logísticas, com uma grande complexidade e porque não queremos desgastar a marca do Banco Alimentar. Essas ações têm de ser muito impactantes e por isso têm de ser em número reduzido.

Para além destas duas ações anuais, o Banco Alimentar por si só é uma ação permanente, uma ação de recolher e uma ação de distribuir. Por exemplo, temos um posto de recolha no MARL, onde recolhemos todos os dias mais de 7 toneladas de alimentos. São produtos que iriam para o lixo porque os operadores no final do dia não os comercializaram e em vez de os destruirmos doam. Para garantir esta recolha tivemos de montar um posto dentro do mercado, onde temos dois assalariados e vários voluntários.

Aproveitando a nossa rede de clientes, que são as instituições beneficiárias, também lançámos uma campanha de Papel por Alimentos. Quando as instituições vêm ao banco vêm com o carro vazio e o que



pedimos é para não o trazerem vazio, pedimos para que tragam algo que possa ser convertido em alimentos para si. Pedimos às instituições para recolherem todo o papel que conseguirem, ou seja, nos cabeleireiros, nas salas de espera, papel de publicidades, os desenhos das crianças da creche, nas universidades, nas empresas. Esta campanha tem um duplo objetivo. Por um lado é amigo do ambiente, porque as pessoas trazem-nos o papel e nós garantimos que o papel será reciclado corretamente e, por outro lado é social, porque nós vendemos este papel a um operador de resíduos e esse operador entrega-nos alimentos.

#### Quais os maiores desafios que o BA enfrenta?

No caso dos BAs, estamos a lidar essencialmente com operações logísticas, sendo a lógica matemática, que referi anteriormente, ainda mais necessária. Em termos de desafios podemos mencionar vários. Temos pouco recursos, muita imprevisibilidade, tanto nas entradas como nas saídas e temos uma operação muito exigente porque se trata de alimentos perecíveis. É muito importante respeitar, por um lado, a higiene e segurança alimentar, e por outro lado, a mão-de-obra que temos nem sempre é aquela que contrataríamos, mas é aquela que se nos oferece voluntariamente. A única constante que temos é a necessidade. Tudo o resto é muito incerto, exigindo muita organização. Sem organização não conseguimos atender todas as instituições que vêm cá diariamente. No Banco Alimentar de Lisboa são atendidas cerca de 70 instituições por dia. Isto dá uma cadência

de 12 instituições por hora, ou seja, se não tivermos organização temos engarrafamentos no parque de estacionamento.

Outro grande desafio é perceber que as instituições não têm o mesmo ritmo de trabalho que nós, e assim temos de aprender a respeitá-los, e manter uma relação de confiança. Algumas destas instituições têm pessoas idosas responsáveis, sendo difícil passar a mensagem.

O maior desafio é tentar que o BA deixe de ser necessário, "é fechar a porta", sendo esta a situação onde não haveria necessidades nem excedentes. Os BAs existem para lutar contra o desperdício, e não para lutar contra a fome. Os alimentos do Banco Alimentar não se destinam a prolongar situações de dependência, pretendem ser um meio de gerar independência.

#### Como é que a IO pode ajudar a ultrapassar os desafios do BA?

Todas as ferramentas e soluções científicas para otimizar recursos são uma grande ajuda. Por um lado, pode estudar-se os processos internos e apresentar soluções replicáveis para os mesmos. A logística interna do armazém e a logística nos dias de campanha poderão, com certeza, ser melhoradas. Neste momento estamos a fazer uma reorganização logística porque achamos que conseguimos ser mais eficientes. Estamos a estudar há vários meses como podemos otimizar a logística interna. Num determinado momento vamos ter de fazer um corte radical àquilo

que é a gestão do BA de hoje e enveredar pelo amanhã. Por vezes, mudar radicalmente implica cortes e esses cortes são perturbadores, mas é preciso coragem para os fazer para conseguirmos otimizar. Daqui a um mês já ninguém se lembra de como era hoje, mas estamos mais eficiente ainda. Há uma obrigação nossa de procurar essa eficiência, precisamente porque temos poucos recursos.

#### Como é que pensa que a iniciativa "IO solidário" pode ser implementada na prática?

É necessário haver uma desmistificação do que é a IO, pois quando se ouve falar pensa-se muitas vezes que são matemáticos, que não se percebe nada do que dizem, mas não! Mas na realidade, não são! Estão apenas a aplicar a matemática ao dia a dia, e a matemática é a base de toda a vida. Vejo esta colaboração como muito útil e que se deve fortalecer ao máximo! Assim, a melhor solução para implementação é a através da instituição ENTRAJUDA. O BA de Lisboa esteve na génese da formação da ENTRAJUDA (EA), sendo hoje a EA uma instituição irmã do BA, que propõe fornecer modelos de gestão e organização às instituições que são beneficiárias do BA. Se elas tiverem mais ferramentas informáticas, melhor logística, melhor controlo de higiene e segurança, melhor gestão, essas instituições distribuem melhor o pão que é entregue pelo BA. A ENTRAJUDA criou um site, a bolsa de voluntariado. Este site mobiliza competências, tendo informação sobre possíveis voluntários e respetivas competências e as necessidades das instituições, realizando-se assim um match entre as necessidades e a oferta.

# GERAÇÃO DE COLUNAS

José Valério de Carvalho,  
Departamento de Produção e Sistemas,  
Escola de Engenharia, Universidade do Minho



## Introdução

A Programação Inteira (PI) é uma técnica da Investigação Operacional largamente usada na modelação e resolução de problemas. É hoje possível abordar problemas muito complexos, considerando as principais restrições e questões suscitadas em problemas reais. A investigação nesta área tem tido um enorme impacto económico em áreas como a logística e a distribuição, as telecomunicações ou os transportes aéreos, urbanos e de massas.

Parte deste sucesso é devido ao uso de modelos de geração de colunas, que permitem abordar grandes instâncias de problemas de programação inteira, usando modelos reformulados através do método de decomposição de Dantzig-Wolfe. O método de geração de colunas é conhecido desde os finais dos anos 50 [3, 4], mas esta técnica ganhou um novo impulso quando surgiram ideias sobre a forma de compatibilizar geração de colunas com o método de partição e avaliação, para obter soluções óptimas inteiras para os modelos, dando origem ao método de partição e geração de colunas, designado, na literatura anglo-saxónica, por branch-and-price.

Embora os dois métodos fossem conhecidos houvera bastante tempo, só nos anos 80 é que se implementou um algoritmo que encontrava soluções óptimas inteiras para um problema de encaminhamento de veículos [10]. Novas ideias e um enorme incremento da investigação nesta área tornaram possível resolver problemas de maior dimensão e abordar problemas reais complexos. Em problemas reais, mesmo nos casos em que não é possível obter uma solução óptima inteira, é tipicamente possível obter, no processo de resolução, soluções de muito boa qualidade, com custos que comprovadamente não diferem mais do que uma pequena percentagem do valor óptimo.

O que contribuiu para o longo hiato entre os primórdios da investigação nesta área e o trabalho desenvolvido após os anos 90 foi a competição entre a geração de colunas e outros métodos. O livro de Lasdon, intitulado *Optimization Theory for Large Systems*, publicado em 1970 [7], é essencialmente sobre geração de colunas. Ironicamente, o sucesso dos trabalhos de Held e Karp [5, 6] na resolução do problema do caixeiro viajante, dados de 1970 e 1971, motivou toda a comunidade de optimização para o uso da relaxação lagrangeana, uma técnica alternativa que tem relações muito estreitas com o método de decomposição de Dantzig-Wolfe [9]. Durante duas décadas, a relaxação lagrangeana foi um campo fecundo de investigação, tendo praticamente substituído a utilização da geração de colunas na grande maioria das aplicações.

Foi o trabalho de Savelsbergh no problema de afectação generalizado [11] que mostrou que a geração de colunas poderia ter um melhor desempenho que a relaxação lagrangeana, apesar de teoricamente serem equivalentes do ponto de vista de limites inferiores. A explicação avançada é que a informação dual mais completa fornecida pelo Método Simplex ajuda a uma melhor convergência, ao contrário do que acontece no método do subgradiente que, apesar da prova teórica de que converge, tem por vezes na prática dificuldade em encontrar o caminho para a solução óptima em tempo razoável.

Uma questão essencial que concorreu para assegurar a competitividade dos algoritmos de geração de colunas foi o aumento da eficiência dos packages de programação linear. Se tal não acontecesse, o método de geração de colunas, apesar de robusto, não seria porventura competitivo com a relaxação lagrangeana, que usa pouca informação e tem uma carga computacional muito menos pesada. Nos dias de hoje, a geração de colunas compete com packages que incorporam grandes desenvolvimentos teóricos, com a grande desvantagem de requerer geralmente a implementação de código computacional adaptado a problemas específicos.

Este artigo apresenta alguns dos principais conceitos e das ideias condutoras da área de geração de colunas em 17500 caracteres sem espaços, e destina-se a um público que tem conhecimentos básicos sobre programação linear e dualidade. Esperamos que ele possa suscitar o interesse noutras leituras [1, 8].

## Decomposição de Dantzig-Wolfe

Os poliedros podem ser representados de duas formas, que se pode mostrar que são equivalentes através do Teorema de Minkowski [15]. A primeira é através da intersecção de um conjunto de semi-espacos, cada um deles definido por uma restrição, e a segunda é através de um conjunto de pontos, os vértices do poliedro. A primeira forma é a normalmente adoptada para definir a região de soluções admissíveis de um problema de programação linear, enquanto a segunda está na base dos modelos que resultam da decomposição de Dantzig-Wolfe.

A metodologia e os resultados que vamos abordar podem ser aplicados no caso geral, em que os poliedros são abertos, i.e., contêm raios (ou seja, semi-rectas) e não podem ser colocados dentro de uma caixa do respectivo espaço dimensional. Aqui, vamos apenas analisar a situação mais simples, em que a região de soluções admissíveis do modelo de programação linear é

uma região fechada. Doravante, passaremos a designar esta região admissível por poliedro.

A Decomposição de Dantzig-Wolfe (DW) é aplicada a um modelo de programação linear (PL), que vamos designar por modelo original, cujas restrições podem ser divididas em dois conjuntos: um conjunto de restrições gerais e um conjunto designado por com uma estrutura especial:

$$\min z_{PL} := c^T x \quad (1)$$

$$\text{sujeito a } Ax \geq b \quad (2)$$

$$x \in X \quad (3)$$

$$x \geq 0 \quad (4)$$

em que  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^m$ ,  $c \in \mathbb{R}^n$ , e  $x \in \mathbb{R}^n$  é um vector de variáveis de decisão. A região de soluções admissíveis deste modelo é  $X_{PL} = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \geq b, x \in X\}$ .

É comum os modelos serem compostos por vários conjuntos de restrições. A título de exemplo, o problema de corte de rolos pode ser modelado com um conjunto de restrições que determinam que os itens cortados de um rolo não usam mais espaço do que a própria largura do rolo e um outro conjunto de restrições destinadas a garantir que o número de itens cortados são suficientes para satisfazer os pedidos dos clientes. Uma possível decomposição seria o primeiro conjunto de restrições gerais ser o conjunto de restrições de satisfação dos clientes, e o conjunto  $X$  ser o conjunto de combinações admissíveis de itens em rolos, que normalmente são em número que é exponencialmente grande [2].

Conforme referido, a segunda forma de representar um poliedro é através dos seus vértices (pontos extremos). Seja  $Q = \{Q_1, \dots, Q_i, \dots, Q_{|Q|}\}$  o conjunto de vértices do poliedro  $X$ . A envolvente convexa de um conjunto de pontos é o menor conjunto convexo que contém todos os pontos do conjunto. O poliedro (fechado)  $X$  coincide então com a envolvente convexa dos seus vértices:

$$X = \text{Conv}\{Q_1, \dots, Q_i, \dots, Q_{|Q|}\},$$

e qualquer ponto  $x$  do poliedro  $X$  pode ser expresso como uma combinação convexa dos vértices de  $X$ . O poliedro  $X$  e os seus pontos  $x$  podem portanto ser definidos do seguinte modo:

$$X = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : x = \sum_{i=1}^{|Q|} \lambda_i Q_i, \sum_{i=1}^{|Q|} \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0, i = 1, \dots, |Q| \right\} \quad (5)$$

Se substituirmos o valor de  $x$  no modelo original, a rearranjando os termos, obtemos o seguinte modelo reformulado, também designado por modelo-DW:

$$\min z_{DW} := \sum_{i=1}^{|Q|} (c^T Q_i) \lambda_i \quad (6)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i=1}^{|Q|} (A Q_i) \lambda_i \geq b \quad (7)$$

$$\sum_{i \in Q} \lambda_i = 1 \tag{8}$$

$$\lambda_i \geq 0, i = 1, \dots, |Q| \tag{9}$$

As variáveis de decisão do modelo reformulado são as variáveis  $\lambda_i$ , cada uma delas correspondendo a um ponto extremo do poliedro  $X$ . Os elementos  $c^T Q_i, i = 1, \dots, |Q|$ , são os coeficientes da função objectivo, e as colunas  $A Q_i, i = 1, \dots, |Q|$  definem as restrições do modelo reformulado. A restrição da soma dos valores das variáveis  $\lambda_i$  é normalmente designada por restrição de convexidade. O modelo-DW (6)-(9) é equivalente ao modelo original (1)-(4), dado que a definição de  $X$  fornece a correspondência entre uma qualquer solução admissível do modelo-DW e uma solução admissível do modelo original.

**Geração de colunas**

Uma vez que o número de vértices do conjunto  $X$  é tipicamente grande, não sendo portanto praticável enumerar à partida todas as variáveis de decisão do problema reformulado (6) - (9), usa-se um procedimento de geração (diferida) de colunas, que pode ser sucintamente descrito da seguinte forma.

O algoritmo de geração de colunas começa com um modelo com um conjunto restrito de variáveis, designado por problema mestre restrito, que é optimizado. A informação dual do problema mestre restrito é utilizada num (ou em vários) problema(s) de optimização auxiliar(es), designado(s) por subproblema(s), que se destina(m) a encontrar a variável de decisão (representada por uma coluna) mais atractiva para inserir no problema mestre restrito, que é novamente reoptimizado. Estas operações são repetidas até que mais nenhuma coluna atractiva seja encontrada, obtendo-se então uma solução que é comprovadamente óptima.

No Método Simplex, o que determina se uma variável não-básica  $j$  é atractiva é o seu custo reduzido,  $c'_j = c_j - c_B B^{-1} A_j$ , calculado com base no custo original da variável,  $c_j$ , na solução dual corrente,  $c_B B^{-1}$ , e na coluna  $A_j$  (ver, por exemplo, [9]). No método de geração de colunas, é possível articular o problema mestre e o subproblema, porque se pode exprimir o custo reduzido (para o problema mestre) de um qualquer ponto  $x$  do conjunto  $X$  em termos das variáveis do modelo original, ou seja, através de coeficientes de custo das variáveis do modelo original. O custo reduzido é calculado com base na informação dual do problema mestre restrito, na coluna,  $A Q_i$ , e no custo da coluna,  $c^T Q_i$ . Assim, o subproblema, que é um problema no espaço das variáveis do modelo original, pode determinar qual o vértice do conjunto  $X$  que corresponde à variável mais atractiva para inserir no problema mestre restrito.

A Figura 1 representa graficamente um problema no espaço das variáveis de decisão do modelo original. O conjunto  $X = \text{Conv}\{Q_1, Q_2, Q_3\}$ , e a região de soluções admissíveis, representada a sombreado, é o subconjunto de pontos não-negativos de  $X$  que obedece às restrições gerais (neste caso, à esquerda do segmento  $AB$ ).

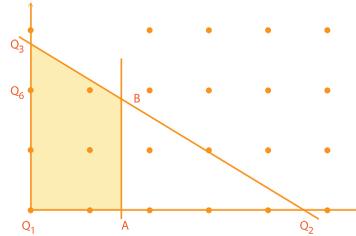


Figura 1: Região admissível do modelo original

A resolução do modelo reformulado pode ser acompanhada através da representação gráfica no espaço das variáveis de decisão do modelo original. Vamos supor que  $\lambda_1$ , correspondente ao vértice  $Q_1$ , é a única variável de decisão do problema mestre restrito. Podemos aplicar o Método Simplex, porque existe um vértice inicial admissível; se assim não fosse, teríamos de considerar variáveis artificiais no modelo reformulado, como se faz no Método do Grande M. A solução óptima do modelo mestre restrito é  $\lambda_1 = 1$ , porque a solução deve obedecer à restrição de convexidade. Nesta iteração, o espaço de soluções do modelo reformulado é um conjunto singular, o vértice  $Q_1$ .

Vamos supor que, com base na informação dual, a solução óptima do subproblema, que procura a solução mais atractiva no poliedro  $X = \text{Conv}\{Q_1, Q_2, Q_3\}$ , é o vértice  $Q_2$ . Vamos supor também que a variável de decisão correspondente,  $\lambda_2$ , representada pela coluna  $A Q_2$ , e com custo  $c^T Q_2$ , é atractiva para o modelo reformulado, traduzindo o facto de que, se for adicionada ao modelo reformulado, pode potencialmente melhorar o valor da sua função objectivo.

O problema mestre restrito é reoptimizado, agora com duas variáveis de decisão, uma correspondente ao vértice  $Q_1$  e outra ao vértice  $Q_2$ . Como já vimos, o modelo-DW e o modelo original são equivalentes. A definição da região admissível é clara: são os pontos  $x \in X$  que obedecem também a  $A x \geq b$  e  $x \geq 0$ . Nesta iteração, no modelo mestre restrito, não temos o conjunto  $X$  mas apenas o segmento de recta que liga o vértice  $Q_1$  ao vértice  $Q_2$  pelo que a solução óptima do problema mestre restrito é o ponto  $A$ . As variáveis  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  tomam os valores fraccionários que traduzem a combinação convexa que dá o ponto  $A$ .

A resolução prosseguirá até se obter a solução óptima. Se o ponto óptimo fosse o ponto  $B$  no espaço original, a solução óptima do modelo reformulado apareceria como uma combinação convexa das variáveis de decisão  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$ .

Neste exemplo, todos os vértices do conjunto  $X$  estão envolvidos no algoritmo de geração de colunas. Em problemas de grande dimensão, para obter a solução óptima, tipicamente apenas é necessário incluir no problema mestre uma fracção muito pequena de todas as variáveis possíveis.

O método de Dantzig-Wolfe tem uma interpretação económica, que fornece uma perspectiva do funcionamento de processos de decisão descentralizados. É um método de decomposição, em que o problema inicial é

decomposto em subproblemas de menor dimensão, que passam a ser coordenados pelo problema mestre. As restrições do problema principal traduzem o modo como as colunas propostas pelos subproblemas utilizam os recursos comuns disponíveis. Os subproblemas, de uma forma descentralizada e independente, competem por esses recursos comuns, usando apenas a informação dada pelas variáveis duais do problema principal, que são uma medida dos ganhos e perdas relativos à utilização desses recursos comuns. De certo modo, as variáveis duais correspondem aos preços de utilização dos recursos. No final, o sistema aceita um conjunto de propostas independentes que globalmente traduzem a máxima eficiência [3].

**Decomposição de Dantzig-Wolfe em Programação Inteira**

O problema de programação inteira é representado como:

$$\min z_{PI} := c^T x \tag{10}$$

$$\text{sujeito a } A x \geq b \tag{11}$$

$$x \in X \tag{12}$$

$$x \geq 0 \text{ e inteiro} \tag{13}$$

devendo agora as variáveis de decisão ser inteiras,  $x \in Z_+^n$ . O conjunto de soluções admissíveis é o conjunto discreto de ponto  $X_{PI} = \{x \in Z_+^n : A x \geq b, x \in X\}$ .

Quem lida com Programação Inteira sabe que é crucial obter modelos que, quando se relaxam as condições que obrigam as variáveis a serem inteiras, descrevam da forma mais próxima possível o espaço de soluções inteiras. Esses modelos são designados por modelos fortes. Usar modelos fortes permite geralmente reduzir o número de nós pesquisados na árvore do método de partição e avaliação, e encontrar a solução óptima mais rapidamente.

A envolvente convexa do conjunto  $X_{PI}$  designado por  $\text{Conv}\{X_{PI}\}$ , é o modelo mais forte para um problema de PI. Usando PL, a solução óptima nunca seria fraccionária, porque os seus pontos extremos são todos inteiros. A questão é que pode ser muito difícil conhecer todas as restrições que são necessárias para definir o conjunto  $\text{Conv}\{X_{PI}\}$ . Torna-se necessário recorrer a outras alternativas, mais fracas do que  $\text{Conv}\{X_{PI}\}$ , mas que podem ser mais fortes do que a relaxação de PL,  $X_{PI}$ .

Uma das motivações principais para usar a decomposição-DW em PI é obter um modelo mais forte do que  $X_{PI}$ , o que é possível quando o conjunto  $X$  tem características especiais. A decomposição-DW fornece um modelo forte se o poliedro  $X$  não tiver a propriedade da integralidade, o que significa que seus pontos extremos não são todos inteiros.

Para obter um modelo forte, usa-se  $X \in \text{Conv}\{x \in X \text{ e inteiro}\} \subseteq X$ , em vez de usar  $x \in X$ . Isso corresponde a impor as restrições de integralidade nas variáveis de decisão apenas no segundo conjunto de restrições do modelo original. O conjunto de soluções admissíveis do modelo reformulado, expresso em termos de variá-

veis  $X$  do modelo original, é  $X_{DWT} = \{x \in R_+^n : Ax \geq b, x \in \text{Conv}\{x \in X \text{ e inteiro}\}\}$ . O modelo-DWT correspondente é o seguinte:

$$\min z_{DWT} := c^T x \quad (14)$$

$$\text{sujeito a } Ax \geq b \quad (15)$$

$$x \in \text{Conv}\{x \in X \text{ e inteiro}\} \quad (16)$$

$$x \geq 0 \quad (17)$$

Dado que  $\text{Conv}\{X_{IP}\} \subseteq X_{DWT} \subseteq X_{PL}$ , resulta que  $z_{IP} \leq z_{DWT} \leq z_{PL}$ . No caso de um problema de minimização. Note-se que, se o poliedro  $X$  tiver a propriedade de integralidade, então  $X = \text{Conv}\{x \in X \text{ e inteiro}\}$ , e  $X_{DWT} = \{x \in X : Ax \geq b, x \geq 0\}$ . Neste caso, o modelo-DWT é tão forte como a relaxação de PL, e  $z_{DWT} = z_{PL}$ .

A Figura 2 mostra como a decomposição-DWT pode ajudar a obter um modelo mais forte do que a relaxação de PL. O conjunto de soluções do problema inteiro é o conjunto discreto de pontos representados pelos círculos maiores. A envoltura convexa desses pontos é o conjunto  $\text{Conv}\{X_{PI}\}$ . O conjunto  $X = \text{Conv}\{Q_1, Q_2, Q_3\}$ , mas, se impusermos a restrição de as variáveis serem inteiras no subproblema,  $\text{Conv}\{x \in X \text{ e inteiro}\} = \text{Conv}\{Q_1, Q_4, Q_5, Q_6\} \subseteq X$ . Da mesma forma, a região de soluções admissíveis do modelo de decomposição-DWT é a representada a sombreado,  $X_{DWT} = \text{Conv}\{Q_1, A, C, Q_3, Q_6\} \subseteq X_{PL} = \text{Conv}\{Q_1, A, B, Q_3\}$ , sendo que neste caso  $X_{PI} \subseteq X_{DWT} \subseteq X_{PL}$ .

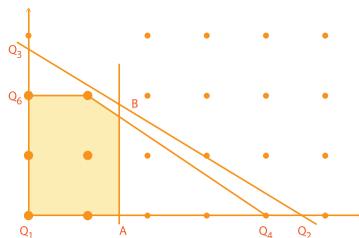


Figura 2: Região admissível do modelo de decomposição Dantzig-Wolfe Inteira

Resolver problemas de PI é mais difícil do que resolver problemas de PL, mas impor as restrições de integralidade apenas no subproblema pode não constituir um aumento muito significativo da carga computacional. No caso do problema de corte de rolos, por exemplo, consiste em resolver um problema de saco de mochila, que é, na prática,

um problema de programação inteira relativamente fácil, mas os ganhos que se obtêm em termos de qualidade de modelos são muito significativos.

A escolha de uma decomposição de um modelo envolve uma partição das restrições, seleccionando as do conjunto das restrições gerais e as que definem o conjunto. Colocar mais restrições no conjunto dá origem tipicamente a um modelo mais forte, mas aumenta o esforço computacional de resolução do subproblema. Uma solução de compromisso deve balancear a qualidade do modelo mantendo o subproblema de programação inteira tratável.

### Método de Partição e Geração de Colunas

Mesmo com modelos mais fortes, a solução óptima da relaxação linear do modelo reformulado pode não ser inteira. Daí a necessidade de combinar o método de partição e avaliação com o método de geração de colunas.

Os algoritmos de partição e avaliação começam pela resolução da relaxação linear do modelo, que corresponde à raiz da árvore de pesquisa. Depois, são introduzidas restrições de partição que dão origem, em cada nó da árvore, a uma região admissível que é um subconjunto da região admissível na relaxação linear. Em cada nó da árvore de pesquisa, é resolvido um problema de PL para avaliar qual a melhor solução que se pode encontrar nesse subconjunto.

A principal dificuldade que se coloca na concepção de algoritmos de partição e geração de colunas é também de articulação: o subproblema deve continuar a identificar correctamente as colunas que são atractivas, e as que não são, depois de introduzir restrições de partição no problema mestre restrito. Tipicamente, em qualquer nó da árvore de pesquisa, é necessário gerar novas colunas para obter a solução óptima desse nó.

Os investigadores cedo descobriram que as restrições de partição não devem incidir directamente sobre as variáveis do modelo reformulado. De facto, pode acontecer que uma dada coluna colocada a zero por uma restrição de partição no problema mestre venha a revelar-se imediatamente a seguir, no subproblema, a coluna mais atractiva para ser colocada no problema

mestre, tendo em vista vir a assumir um valor positivo, quando se torna básica. Este fenómeno é designado por regeneração de variáveis, e leva a um impasse.

Uma forma de criar esquemas de partição bem sucedidos é usar restrições de partição que possam ser expressas em termos das variáveis de decisão do modelo original. Face ao mostrado acima, isso não deveria ser surpresa; as restrições de partição inseridas no problema mestre relativas a um dado nó da árvore de pesquisa estabelecem o subconjunto do conjunto em que subproblema deve procurar os vértices atractivos, permitindo uma identificação correcta dos pontos extremos atractivos. Um exemplo é o modelo de fluxos em arcos para o problema de corte de rolos, que é um modelo com variáveis originais que fornece um esquema de partição que pode ser usado para resolver o modelo de Gilmore-Gomory de geração de colunas [2,12].

Mas nem todos os modelos originais fornecem de uma forma directa esquemas de partição que assegurem uma fácil articulação entre o problema mestre e o subproblema. Embora se possa mostrar que é sempre possível fazer a articulação [13], pode ser necessário considerar variáveis binárias adicionais no subproblema, alterando a sua estrutura, e eventualmente tornando-o um problema de programação inteira de muito difícil resolução.

Há muitos modelos de optimização com um número exponencial de colunas, semelhantes aos modelos reformulados, que são obtidos, não através de uma decomposição de Dantzig-Wolfe, mas a partir de colunas com uma estrutura definida. Levanta-se a questão de saber se há modelos originais que possam ajudar a construir esquemas de partição. Foi mostrado que, sob premissas relativamente suaves, é possível, a partir de modelos reformulados, construir modelos originais compactos, com um número polinomial de variáveis e de restrições [14].

### Outras questões e perspectivas

Esforços de investigação recentes são dedicados à obtenção de algoritmos mais rápidos, que ajudem a ultrapassar questões como a degenerescência e a estabilizar os valores das soluções duais, ajudando à convergência [1,8]. A área de geração de colunas continua a ser objecto de intensa investigação teórica e aplicada.

### Referências

- [1] C. Barnhart, E. Johnson, G. Nemhauser, M. Savelsbergh, P. Vance, Branch-and-Price: column generation for solving huge integer programs, *Operations Research* 46, 316-329, (1998).
- [2] H. Ben Amor and J. Valério de Carvalho, "Cutting Stock Problems", in "Column Generation" (eds. G. Desaulniers, J. Desrosiers, and M. Solomon, GERAD), Springer (2005).
- [3] G. Dantzig and P. Wolfe. Decomposition principle for linear programs. *Operations Research* 8, 101-111 (1960).
- [4] L. Ford and D. Fulkerson, A suggested computation for maximal multicommodity network flows, *Management Science* 5, 97-101 (1958).
- [5] M. Held and R. M. Karp, The traveling-salesman problem and minimum spanning trees, *Operations Research* 18, 1138-1167 (1970).
- [6] M. Held and R. M. Karp, The traveling-salesman problem and minimum spanning trees: Part II, *Mathematical Programming* 1, 6-25 (1971).
- [7] L. Lasdon, "Optimization Theory for Large Systems". Case Western Reserve University. The Macmillan Company. Collier-Macmillan Limited, London (1970).
- [8] M. Lübbecke and J. Desrosiers, Selected topics in column generation, *Operations Research* 53, 1007-1023 (2005).
- [9] G. L. Nemhauser, L. A. Wolsey, "Integer and Combinatorial Optimization", John Wiley and Sons (1999).
- [10] J. Desrosiers, F. Soumis, M. Desrochers, Routing with time windows by column generation, *Networks* 14, 545-565 (1984).
- [11] M. Savelsbergh, A branch-and-price algorithm for the generalized assignment problem, *Operations Research* 45, 831-841 (1997).
- [12] J. Valério de Carvalho, Exact solution of bin-packing problems using column generation and branch-and-bound. *Annals of Operations Research* 86, 629-659 (1999).
- [13] F. Vanderbeck and L. A. Wolsey, An exact algorithm for IP column generation, *Operations Research Letters* 19, 151-159 (1996).
- [14] D. Villeneuve; J. Desrosiers, M. Lübbecke and F. Soumis, On compact formulations for integer programs solved by column generation, *Annals of Operations Research*, 139, 375-388 (2005).
- [15] G. Ziegler, "Lectures on Polytopes", Graduate Texts in Mathematics 152, Springer-Verlag, New York, Inc. (1995).



# PORTUGUESES EM IO PELO MUNDO

**Ricardo Lima,**  
Research Scientist na King Abdullah  
University of Science and Technology,  
Reino da Arábia Saudita

É com um enorme prazer que a partir do deserto à beira mar no Reino da Arábia Saudita efectuo uma apresentação sumária do meu percurso em investigação operacional pelo mundo. Actualmente, ocupo a posição de Research Scientist na King Abdullah University of Science and Technology (KAUST).

A minha formação de base é em Engenharia Química, licenciatura e doutoramento. Durante a licenciatura tive sempre uma inclinação para as áreas relacionadas com a programação, simulação e optimização do projecto e operação de processos químicos. Assim, a minha tese de doutoramento, sob a orientação do Professor Romualdo Salcedo, centrou-se no desenvolvimento de estratégias de optimização da etapa de simulação de processos químicos para a posterior optimização recorrendo a algoritmos baseados em pesquisa aleatória. Os problemas abordados tratavam-se de problemas não lineares envolvendo redes complexas de reactores químicos e colunas de destilação reactiva.

Em 2006 obtive uma bolsa de pós-doutoramento da Fundação para a Ciência e a Tecnologia e rumei à Carnegie Mellon University (CMU) nos EUA. Na CMU trabalhei com o Professor Ignacio Grossmann no departamento de Engenharia Química. Trata-se de um departamento com um impacto considerável no desenvolvimento de algoritmos de optimização, nomeadamente o DICOPT, BARON e o IPOPT. Na CMU aprofundei os meus conhecimentos de programação linear e inteira através das aulas do Professor Egon

Balas, e programação mista não linear com o Professor Ignacio Grossmann. Em termos de problemas abordei a síntese de processos complexos de separação recorrendo a modelos de programação mista não-linear, e o escalonamento de processos contínuos com modelos de programação mista linear.

Nos EUA tive a oportunidade de desenvolver modelos de optimização em ambiente industrial. Durante três anos fui colaborador da PPG Industries, onde desenvolvi vários projectos relacionados com o desenvolvimento de modelos de optimização e simulação com interacção directa com fábricas e grupos de cadeias de abastecimento. Durante esta colaboração apresentei o meu trabalho duas vezes ao CEO da PPG.

A minha estadia nos EUA teve um efeito disruptivo na minha vida do ponto de vista profissional e pessoal. Da convicção forte de que ficaria nos EUA por muitos anos, onde gostava de viver e trabalhar, em 2011, após 5 anos nos EUA, decidi voltar para Portugal para começar um projecto comum de vida.

Em 2011 obtive uma Marie Curie Fellowship em parceria com o Doutor Augusto Novais e o Laboratório Nacional de Energia e Geologia (LNEG). No LNEG desenvolvi modelos de optimização relacionados com o escalonamento de geração de energia. O regresso a Portugal não foi fácil e a fixação no meio científico foi extremamente difícil. Por um lado, a minha rede de contactos era praticamente nula em Lisboa, por outro lado os

cortes no financiamento para a ciência a partir de 2011 dificultaram a minha integração. Devido às dificuldades que senti em encontrar em Portugal uma posição profissional adequada às minhas expectativas, comecei a prospectar alternativas no estrangeiro.

Em 2014 decidimos em família aceitar duas posições de Research Scientist na KAUST e mudámo-nos para o Reino da Arábia Saudita. Não foi uma decisão fácil, mas uma visita à KAUST no início de 2014 ajudou a tomar a decisão.

A KAUST iniciou a sua actividade em 2009 num local onde o deserto encontra o Mar Vermelho, e segundo alguns rankings é a 3ª universidade do mundo em termos de financiamento. A KAUST está direccionada para a investigação e inovação e apenas confere os graus de mestrado e doutoramento. As condições de investigação disponíveis e a qualidade de vida para uma jovem família são excelentes. Na KAUST continuo a desenvolver investigação na área da energia com especial atenção para problemas com incerteza e programação estocástica. Convido-vos a descobrir mais sobre a KAUST em <https://www.youtube.com/user/KAUSTvideo/videos>.

O meu percurso profissional pelo mundo tem-me forçado e exposto à “mudança” e “incerteza”, o que tem aguçado a minha capacidade de adaptação e fornecido uma miríade de experiências profissionais e pessoais que têm contribuído para uma vida intensa.

# AJUDANDO UMA ASSISTENTE SOCIAL A PLANEAR O SEU SERVIÇO DE APOIO DOMICILIÁRIO

**Maria Isabel Gomes,**  
Centro de Matemática e Aplicações, FCT,  
Universidade Nova de Lisboa  
**Tânia Rodrigues Pereira Ramos,**  
Centro de Estudos de Gestão (CEG-IST),  
IST, Universidade de Lisboa



## O contexto do problema

O aumento da esperança média de vida conjugado com a diminuição da natalidade tem conduzido ao envelhecimento das populações dos países desenvolvidos[1]. De acordo com o INE [2], no período entre 2009 e 2014, a população residente em Portugal com menos de 14 anos (14-) decresceu de 15,3% para 14,4%, tendo havido simultaneamente um aumento da população com 65 ou mais anos (65+) de 18,3% para 20,3%. O índice de envelhecimento nacional[3] é de 141, ou seja, em Portugal existem cerca de 1,4 pessoas de 65+ para cada habitante de 14-. O índice de dependência dos idosos residentes em Portugal é 31,1[4], pelo que há um habitante de 65+ por cada 3.2 em idade ativa. As projeções mais recentes mostram que esta tendência não se vai inverter nos próximos anos. Como vamos então conseguir cuidar da nossa população idosa quando esta já representa hoje cerca de 30% da população ativa?

Felizmente nem todas as pessoas com mais de 65 anos precisam de alguém que “tome conta” delas. O desenvolvimento da medicina e das condições sociais permitem que hoje em dia as pessoas se mantenham ativas (quer trabalhando, quer reformadas da sua atividade profissional) durante mais tempo. Organizações como a OCDE e a União Europeia têm tomado diversas iniciativas no sentido de promover o que atualmente se denomina por “envelhecimento ativo”. No entanto, mais cedo ou mais tarde, a maioria das pessoas que chega a idades avançadas irá precisar de apoio. É neste momento consensual dentro das comunidades que se preocupam com as questões do envelhecimento que a institucionalização, a chamada “ida para um lar”, só deve acontecer em último recurso. Sempre que possível, as pessoas devem permanecer o mais possível no seu ambiente social e familiar.

Para fazer face à perda de autonomia dos seus elementos mais idosos, muitas famílias recorrem a serviços de apoio domiciliário que prestam os cuidados necessários de modo a permitir que a pessoa não precise de sair da sua casa. Estes cuidados podem ser a simples entrega de uma refeição pronta a comer, passando pela arrumação e limpeza da casa, às atividades da vida diária (higiene pessoal, medicação, por exemplo), ou mesmo serviços de enfermagem. Em Portugal, a maioria de instituições que prestam este tipo de serviços à comunidade são Instituições Particulares de Solidariedade

Social sem fins lucrativos, sendo este serviço normalmente gerido por assistentes sociais. São estes profissionais que recebem os pedidos, falam com as famílias e com os utentes e, dentro das disponibilidades que têm nos seus serviços, acordam a frequência e o período de visita. Usualmente, estas decisões são tomadas sem o recurso a ferramentas que ajudem a planear o serviço de forma eficaz e eficiente. Decisões como a definição da escala de serviços das auxiliares do apoio domiciliário é muitas vezes feito com “papel e lápis”.

Com o objetivo de conhecer um pouco mais profundamente este problema contactámos uma assistente social responsável pelo serviço de apoio domiciliário de um centro social paroquial da grande Lisboa. Durante a nossa conversa percebemos que o Excel era apenas usado para uniformizar as fichas de registo dos serviços prestados ao utente. Percebemos também que a grande preocupação desta assistente social era querer, mas não se atrever a estender o serviço prestado aos 7 dias da semana, dadas as dificuldades que tinha em organizar o serviço nos atuais 5 dias. Um dos aspetos que andava a tentar alterar, mas que ainda não tinha conseguido encontrar uma solução que lhe agradasse era o de refazer as escalas de serviço das auxiliares (que trabalhavam em equipas de 2) de modo a que houvesse rotatividade semanal entre os elementos das equipas assim como entre estas e os utentes por elas visitados.

Saídas da reunião, **sabíamos que o nosso know-how em IO podia ser colocado ao serviço desta assistente social** ajudando-a a planear de forma mais eficiente e automatizada o seu serviço o que lhe permitiria ter mais disponibilidade para as suas atividades principais, as de assistente social.

## O caso de estudo

Este Centro Social Paroquial (CSP) presta quatro tipos de serviços: centro de dia, apoio domiciliário, distribuição de refeições e transporte/acompanhamento a pé para o centro de dia. Diariamente, o centro de dia recebe cerca de 60 utentes, presta serviços de apoio domiciliário em 15 residências, distribui 66 refeições (onde se incluem os 17 utentes do apoio domiciliário) e faz o acompanhamento para o centro de dia a um utente.

O serviço de apoio domiciliário conta com os serviços de seis auxiliares que trabalham em equipas de 2 nas

visitas aos utentes. Todas as auxiliares partem do CSP às 8h para iniciar as visitas aos domicílios e terminam o serviço às 16h. Gozam de seu período de almoço entre as 13h e as 14h, no CSP. Uma das equipas deverá regressar uma hora mais cedo para ajudar na distribuição dos almoços. Dada a proximidade dos locais a visitar, as deslocações são todas realizadas a pé. A frequência das visitas aos utentes varia entre duas vezes por semana a várias vezes por dia, como acontece a utentes que, por exemplo, sofrem de incontinência. O período de visita é definido pela assistente social de acordo com o tipo de serviço a ser prestado. Por exemplo, a limpeza da casa pode ser efetuada a qualquer hora do dia, enquanto que o banho deve ser efetuado da parte da manhã. Os serviços a prestar a cada utente mantêm-se praticamente inalterados de semana para semana. Não há incompatibilidade entre utentes/serviços a prestar e as auxiliares, o que significa que qualquer auxiliar pode visitar qualquer utente, para prestar qualquer tipo de serviço, sendo este um requisito que a assistente social gostava de ver preenchido, ou seja, os utentes devem ser visitados por todas as auxiliares, em sistema rotativo semanal de modo a prevenir a criação de “vícios” entre auxiliares e utentes. Também não há incompatibilidade entre auxiliares, pelo que todas podem fazer par com todas.

Assim, pretende-se **planear as visitas diárias que cada auxiliar realiza durante uma semana**, ou seja, obter um calendário semanal para cada auxiliar com a sequência de visitas aos utentes para cada dia da semana. Este calendário deverá assegurar que no início de cada semana a equipa que visita um conjunto de utentes deve ser formada por uma das auxiliares que o visitou na semana anterior e por uma auxiliar “nova”. Dito de outra forma, uma auxiliar deve manter o conjunto de utentes que visita durante um período mínimo de 2 semanas consecutivas e um máximo de 3, de modo permitir que haja passagem de informação sobre os utentes.

## A modelação efetuada

O problema anterior foi dividido em dois problemas mais pequenos e “mais fáceis” de modelar e resolver. A definição do serviço a efetuar por cada auxiliar foi separada da construção de uma escala que verificasse o esquema de rotatividade entre auxiliares e entre estas e os utentes. Na realidade olhámos para o problema fazendo com que cada equipa visitasse sempre os mesmos utentes, e

modelámos de forma independente a questão da rotação na afetação das auxiliares às equipas.

O modelo que desenvolvemos para a escala de serviço de cada equipa é baseado no problema de rotas de veículos com janelas temporais (VRPTW). Neste caso em vez de veículos temos equipas que visitam os utentes (os clientes do sistema) devendo a chegada a casa de cada um ser efetuada dentro de uma janela temporal previamente estabelecida. Os utentes com duas ou mais visitas diárias foram modelados com a criação de réplicas dos nós que lhes correspondem sendo atribuída a cada uma delas uma janela temporal adequada. Por exemplo, um utente acamado que necessite que lhe seja mudada a fralda 3 vezes por dia, corresponderá a três nós a serem visitados no mesmo dia pela mesma equipa (veículo), sendo as janelas temporais construídas de modo a que a primeira visita aconteça logo de manhã, a segunda perto da hora do almoço e a última já ao fim da tarde. O intervalo para o almoço foi também modelado como sendo um nó fictício do CSP que todas as equipas têm que visitar. Este nó tem, por exemplo, a janela temporal [300 min, 300 min] que obriga a que a chegada ao CSP seja exatamente às 13h, assumindo-se um tempo de visita de 60 minutos. Por fim, os serviços de acompanhamento a pé dos utentes para o centro de dia foram modelados também com recurso a nós fictícios impondo-se que estes sejam visitados imediatamente a seguir ao nó correspondente aos utentes a acompanhar.

O modelo desenvolvido tem então duas variáveis, uma binária,  $x_{ij}^{kt} = 1$  se a equipa  $k$  segue imediatamente de  $i$  para  $j$  no dia  $t$ ; 0 caso contrário; e uma contínua,  $s_i^{kt}$  que determina o tempo de início da visita ao utente  $i$  pela equipa  $k$  no dia  $t$ .

Como função objetivo considerámos inicialmente a minimização do tempo percorrido (que no nosso caso de estudo é a pé) e numa segunda fase considerámos o equilíbrio dos serviços afetos a cada equipa considerando uma formulação do tipo MinMax. Ao nível das restrições, para além das tradicionais restrições dos problemas de rotas, foi ainda necessário impor que:

- apenas uma equipa visita cada utente dentro do horizonte temporal (5 dias da semana),
- um utente e as suas réplicas têm que ser visitados pela mesma equipa,
- alguns utentes precisam de ser acompanhados ao centro de dia,
- todas as equipas têm que fazer a pausa para almoço no CSP e
- uma das equipas deverá chegar mais cedo ao CSP para ajudar na distribuição dos almoços.

Para o problema da definição das equipas baseámo-nos nos problemas de afetação onde integrámos dois tipos de decisões diferentes: a afetação de uma auxiliar a outra construindo uma equipa e a afetação deste par de auxiliares à equipa de modo a ser possível ligar esta solução com a do modelos de VRPTW. Para tal, definimos duas variáveis binárias:  $x_{ij}^{kt} = 1$  se o par de auxiliares  $(i,j)$  é afeto à equipa  $k$  na semana  $t$ , 0 caso contrário;

e  $y_i^{kt} = 1$  se a auxiliar  $i$  é afeta à equipa  $k$  na semana  $t$ , 0 caso contrário. As restrições introduzidas garantem que:

- em cada semana, cada auxiliar pertence a uma e uma só equipa,
- todas as equipas são formadas por exatamente duas auxiliares,
- todas as equipas trabalham todas as semanas,
- todas as auxiliares visitam todos os utentes,
- todas as combinações de duas auxiliares são “usadas”,
- nenhuma auxiliar trabalha mais do que  $n$  semanas consecutivas na mesma equipa, e
- uma e uma só auxiliar permanece na equipa pelo menos duas semanas consecutivas.

Apesar de não nos ter sido explicitamente pedido, quisemos construir uma escala de serviço que pudesse ser usada em modo contínuo, ou seja, sendo a solução necessariamente uma escala de horizonte temporal finito quisemos que pudesse ser usada *ad-infinitum*. Assim, as duas últimas restrições foram construídas de modo a que as regras de transição entre semanas se mantivessem também na transição da última semana para a primeira, criando uma escala de serviço em *rolling-horizon*.

Uma vez que pretendíamos apenas obter uma solução que garantisse as condições que a assistente social nos tinha solicitado, uma solução admissível, usámos como função objetivo uma variável *dummy*. No entanto, sendo o horizonte temporal um dos parâmetros do modelo, propusemo-nos aquando da resolução deste modelo o de encontrar o número mínimo de semanas para o qual exista uma solução admissível.

**Os resultados obtidos**

De modo a termos um ponto de comparação da solução que iríamos apresentar à assistente social relativamente à forma como o serviço estava a funcionar (a solução atual) analisámos as folhas de serviço das auxiliares para percebermos qual a afetação que tinha sido feita entre utentes e cada equipa. As áreas de serviço da solução atual estão apresentadas na figura 1.I). Podemos observar que as mesmas são pouco compactas, sendo evidente a possibilidade de redução do tempo total percorrido a pé. Não se conhecendo o tempo realmente despendido pelas auxiliares nos percursos que fazem na solução atual, obtivemos uma estimativa através da solução proposta pelo modelo quando otimizada a sequência de visita considerando fixa a afetação utente/equipa (esta conhecida). O valor encontrado foi de 924 minutos por semana para o conjunto das três equipas.

Sendo o modelo desenvolvido baseado no VRPTW e mesmo tendo uma instância de pequena dimensão para resolver, foi necessário desenvolver um método heurístico para se obter uma solução com qualidade. Dadas as características particulares deste caso de estudo, começámos por aplicar o modelo apenas aos dados de 2ªfeira uma vez que este é o dia com o maior número de utentes a visitar. Para os restantes dias, fixou-se a

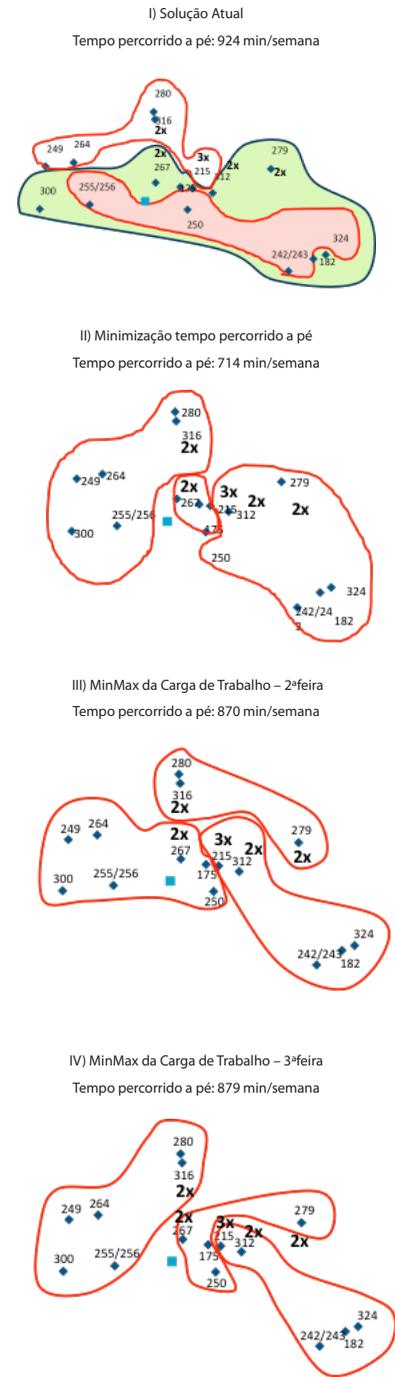


Figura 1: Áreas de serviço por equipa e tempo total percorrido a pé para cada solução estudada. O quadrado representa o CSP. As indicações “2x” e “3x” junto de alguns nós representam o número de visitas diárias a efetuar ao utente.

afetação entre equipas e utentes resultante da solução obtida, o que permitiu decompor o problema em muitos sub-problemas independentes, pequenos e de fácil resolução. A solução encontrada corresponde a um total de 714 minutos por semana, o que representa uma melhoria de 23% face à situação atual (figura 1.II).

No entanto, ao analisar esta solução percebemos que as equipas estavam bastante desequilibradas em termos de carga de trabalho. Isto é, tomando o tempo de deslocação mais o de serviço, uma equipa trabalha sem parar enquanto que outra quase não faz nada (figura 2). Assim, de modo a obter uma solução mais equilibrada, alterámos o objetivo de minimização do tempo percorrido a pé, para a minimização do número de horas de trabalho efetuado pela equipa com carga maior. A solução da heurística, tomando novamente a 2ªf como o dia que estabelece a afetação dos utentes às equipas, corresponde a um total de 870 minutos de trabalho por semana e apresenta-se bastante mais equilibrada entre as três equipas (figura 1.III e figura 2). Testámos ainda começar a heurística pelo dia com menos utentes a visitar, a 3ªf, tendo-se obtido uma solução com maior equilíbrio (figura 1.IV e figura 2), embora apresentando um pequeno aumento do tempo percorrido a pé (mais 9 minutos/semana).

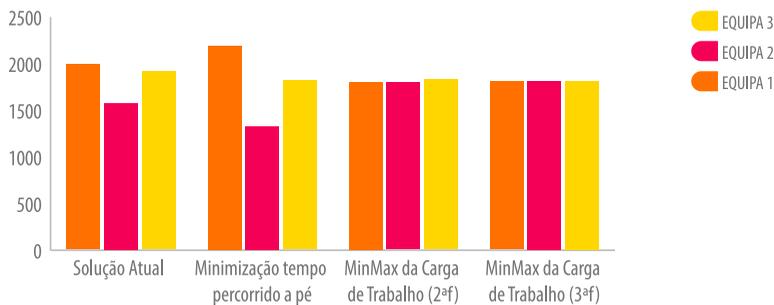


Figura 2: Número de horas de trabalho por semana e por equipa, considerando os diferentes objetivos

	SEMANA 1	SEMANA 2	SEMANA 3	SEMANA 4	SEMANA 5	SEMANA 6	SEMANA 7	SEMANA 8
EQUIPA 1	(Icons)							
EQUIPA 2	(Icons)							
EQUIPA 3	(Icons)							

Figura 3: Escala de afetação das auxiliares às equipas (cada cor corresponde a uma auxiliar diferente)

Conhecidas que estão as sequências de visita que as equipas deverão fazer, falta saber quais as auxiliares que integrarão semanalmente cada uma das equipas. Como referido anteriormente não sabíamos qual o horizonte temporal (em número de semanas) a considerar para conseguirmos termos uma solução admissível que afetasse as 6 auxiliares (índices i e j) às três equipas (índice k), respeitando todas as restrições impostas. Sendo este parâmetro (o horizonte temporal) um valor inteiro, recorremos a um processo iterativo através do qual se incrementou o número de semanas a considerar até ser encontrada uma solução admissível. O objetivo é atingido quando se considera um horizonte temporal de 8 semanas, o que significa que ao fim destas 8 semanas a afetação das auxiliares às equipas pode ser repetida sem que se tenha que proceder a qualquer alteração na escala. Esta solução está representada na figura 3 onde cada auxiliar se encontra ilustrada por uma cor diferente. Note-se que, tal como imposto, uma das auxiliares fica na mesma equipa 2 ou 3 semanas seguidas, estando também representados todos os 15 pares diferentes de auxiliares, assim como todas as cores estão presentes em todas as equipas.

**Considerações finais**

Os modelos e método de resolução desenvolvidos permitiram obter uma solução melhor do que a atual em termos de tempo percorrido a pé pelas auxiliares, assim como uma solução mais equilibrada em termos de horas de trabalho das equipas. Por outro lado, foi possível gerar uma escala de serviço com as regras de rotatividade pretendidas, algo que a assistente social não tinha conseguido fazer. Quando lhe apresentamos os resultados, a sua satisfação foi evidente.

Este trabalho tem sido muito bem recebido pela comunidade IO nas diferentes ocasiões em que o apresentámos. Sabemos que apresenta algumas limitações, que pode ainda ser melhorado e explorado de forma mais profunda. No entanto, quisemos neste artigo mostrar como os nossos conhecimentos podem ser colocados ao serviço da comunidade que nos rodeia.

Como nota final gostaríamos de partilhar que não foi fácil conseguir abertura por parte deste tipo de

instituições para o desenvolvimento de uma colaboração como esta. Um anterior contacto nosso a outra instituição foi infrutífero, por desconfiança da Irmã responsável pela área do apoio domiciliário que negou o pedido das suas assistentes sociais para nos receber. Mesmo neste Centro Social Paroquial, a assistente social referiu que não ia dizer ao Padre responsável que estava a colaborar neste trabalho pois sabia que ele não ia concordar...

Quem está no terreno e tem de gerir no dia-a-dia as necessidades dos utentes e fazer a distribuição do trabalho pelas auxiliares considera muito útil toda a ajuda que possamos dar, como tão veemente ouvimos das assistentes sociais com quem conversámos. No entanto, é preciso um forte trabalho junto de quem gere este tipo de instituições no sentido de atenuar, ou idealmente eliminar, a desconfiança que existe, muitas vezes com base na crença de que não estamos aqui apenas para ajudar, mas sim para depois pedir algo em troca.

**Referências**

[1] Rodrigues RMC et al. (2015) "The oldest old: multidimensional functional assessment" Revista de Enfermagem Referência, serIV(5), 65-74. <https://dx.doi.org/10.12707/RIV14040>  
 [2] "Estatísticas demográficas 2014", Anuário temático sobre Demografia nº 74, Instituto Nacional de Estatística, 2015  
 [3] Índice de envelhecimento nacional é dado pelo quociente entre o número de pessoas com 65 ou mais anos e o número de pessoas dos 0 aos 14 anos.  
 [4] Índice de dependência do idoso é dado pelo quociente entre o número de pessoas com 65 ou mais anos e o número de pessoas em idade activa (entre os 15 e os 64 anos).

# ESCALONAMENTO DE PESSOAL EM VOLUNTARIADO – UMA APLICAÇÃO A UM CORPO DE BOMBEIROS

A escassez de recursos por que muitas organizações estão a passar, devido à atual conjuntura socio económica, originando diversos problemas lançam, de igual forma, novos desafios. As organizações não lucrativas e com regime de voluntariado são das mais afetadas, de frontando dificuldades de recursos quer financeiros quer humanos. Este trabalho visa a gestão de recursos humanos numa organização não lucrativa, com colaboradores voluntários, mais especificamente, uma associação humanitária de bombeiros voluntários. Pretende garantir-se um número mínimo de bombeiros para a segurança da população. De facto, há que manter um determinado efetivo, ou seja, um determinado número de operacionais, que preencha os requisitos mínimos definidos no corpo de bombeiros, para que seja possível o cumprimento das missões que lhe são atribuídas.

Apesar de recorrer a trabalho em regime voluntariado, cada corpo de bombeiros tem que cumprir determinadas obrigações, durante as 24 horas de cada dia do ano. Por outro lado, há que compatibilizar as obrigações inerentes às especificidades de cada voluntário tendo também em consideração a sua realidade pessoal e profissional. O estudo deste tipo de problemas, sendo obviamente bastante importante, toma especial relevância em organizações em que os recursos humanos são essencialmente voluntários, sem quaisquer obrigações de horário para com a organização.

Este trabalho surge no âmbito de um projeto de otimização de recursos humanos nos serviços da corporação de bombeiros voluntários de Ortigosa. A dificuldade na disponibilização de incentivos para a cativação de voluntários faz com que estas organizações, cada vez mais, tentem ir ao encontro da disponibilidade dos voluntários. Tenta-se assim conjugar e utilizar da melhor forma possível o tempo disponível por cada um para o bem comum da organização e da população. A gestão de recursos humanos visa então a prontidão na execução das missões dos bombeiros recorrendo à disponibilidade individual dos voluntários. As organizações devem ir ao encontro das pessoas, gerindo da melhor forma possível os recursos humanos. Pensa-se que a afetação dos voluntários à realização de tarefas em dias que menos afetem a sua vida pessoal contribui para melhorar a sua motivação, dedicação e empenho.

Atualmente, a tarefa de escalonamento de voluntários é realizada por uma única pessoa, seguindo o conceito

de tentativa erro para conseguir conjugar as disponibilidades de cada um, garantindo uma prontidão imediata nas missões de socorro.

A investigação operacional pode pois ser fundamental no auxílio desta árdua tarefa. Conjugando os requisitos inerentes à corporação, bem como a disponibilidade de cada voluntário, desenvolveu-se um modelo matemático para a resolução do problema. Diminuiu-se assim, o tempo de realização de escalas e podem ser facilmente testados cenários alternativos para a realização de escalas de serviço.

A resolução do problema em estudo baseia-se num modelo de escalonamento, garantindo uma força mínima de bombeiros capaz de assegurar a proteção e socorro à comunidade, durante todas as horas de todos os dias do ano, numa certa corporação. Neste modelo, considera-se ainda a disponibilidade prévia dos voluntários que, por sua vez, estão classificados de acordo com as suas aptidões. A especialização de cada bombeiro é considerada para garantir uma prestação de serviços com maior qualidade e competência, como é apanágio de todos os bombeiros portugueses.

Pretende-se ainda um modelo que ajude na elaboração de turnos mensais, de maneira a que os voluntários consigam ter um maior controlo das suas agendas.

A elaboração das escalas de serviço para o caso em estudo é obtida com a resolução de um modelo de programação linear inteira desenvolvido e que se apresenta de seguida. Este, embora criado para o corpo de bombeiros de Ortigosa, pode facilmente ser generalizado e adaptado às necessidades de organizações similares.

## Modelo Genérico (M1)

Escalas de serviço para o caso em estudo podem ser obtidas com a resolução do modelo de programação linear inteira seguinte. Além do modelo base (M1) são propostas, como se verá, duas variantes para a geração de escalas mais equilibradas.

Definem-se os parâmetros:  $N$  - número de voluntários ( $i=1, \dots, N$ );  $M$  - número de especializações ( $j=1, \dots, M$ );  $K$  - número de turnos ( $k=1, \dots, K$ );  $W$  - número mínimo de dias entre dois turnos consecutivos do mesmo voluntário;  $a_{ij} = 1$  se o indivíduo  $i$  tem a especialização  $j$ , e 0

João Cardoso,

Instituto Superior de Economia e Gestão,  
Universidade de Lisboa, Academia da Força  
Aérea Portuguesa

M. Cândida Mourão,

Instituto Superior de Economia e Gestão,  
CMAF-CIO, Universidade de Lisboa



no caso contrário;  $t_i^k = 1$  se o indivíduo  $i$  se disponibiliza para realizar o turno  $k$ , e 0 caso contrário; e  $\min T_i$  e  $\max T_i$  o número mínimo e máximo, respetivamente, de turnos do voluntário  $i$ ;  $\min_j^k$  o número mínimo necessário de voluntários com especialização  $j$  no turno  $k$ ;  $\min^k$  o número mínimo de voluntários necessários no turno  $k$ . As variáveis binárias  $y_i^k$  assumem o valor 1 se o indivíduo  $i$  for afetado ao turno  $k$ .

$$\text{Min } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N y_i^k \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \min T_i \leq \sum_{k=1}^K y_i^k \leq \max T_i \quad i = 1, \dots, N \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N (c_{ij} \times t_i^k) y_i^k \geq \min_j^k \quad k = 1, \dots, K \quad (3)$$

$$\text{s.a.: } \sum_{i=1}^N (c_{ij} \times t_i^k) y_i^k \geq \min_j^k \quad j = 1, \dots, M; k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$y_i^k \leq t_i^k \quad i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^W y_i^{k+\ell} \leq 1 \quad k = 1, \dots, K - (W - 1); i = 1, \dots, N \quad (6)$$

$$y_i^k \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K \quad (7)$$

A função objetivo (1) contabiliza o número de turnos feito por todos os voluntários, valor que se pretende minimizar. As restrições (2) estabelecem o número mínimo e máximo de turnos a afetar a cada voluntário; em (3) fixa-se o número mínimo de voluntários de todas as especializações a afetar a cada turno; (4) fixam o número mínimo de voluntários com a especialização  $j$  em cada turno  $k$ ; (5) definem as afetações possíveis, identificando os turnos a que cada voluntário pode vir a ser afetado; (6) garantem que um mesmo voluntário só realiza um de  $W$  turnos consecutivos no máximo; e (7) definem as variáveis como binárias.

## Modelo (M2)

Com o objetivo de tentar obter serviços mais equilibrados, foi apresentada uma variação do modelo (M1) em que os limites das restrições (2) foram alterados.

Fixando uma constante  $\alpha$ , calcula-se  $\bar{T} = \frac{K}{N}$  o número médio de turnos por voluntário e os limites, por voluntário  $i$ , são:

$$T_i^1 = \begin{cases} \bar{T} - \alpha & \text{se } \bar{T} < \min T_i \\ \frac{\bar{T} + \min T_i}{2} & \text{se } \min T_i \leq \bar{T} \leq \max T_i, \\ \max T_i & \text{se } \bar{T} > \max T_i \end{cases}$$

$$T_i^2 = \begin{cases} \min T_i & \text{se } \bar{T} < \min T_i \\ \frac{\bar{T} + \max T_i}{2} & \text{se } \min T_i \leq \bar{T} \leq \max T_i \\ \bar{T} + \alpha & \text{se } \bar{T} > \max T_i \end{cases}$$



# NOTÍCIAS DA APDIO

## EVENTOS REALIZADOS APOIADOS PELA APDIO

### Workshop "OR in a Modern World"

Nos dias 29 e 30 de Março teve lugar no Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro (UA) o *Workshop* "OR in a modern world" oferecido pelo Professor Gerhard-Wilhelm Weber do Institute of Applied Mathematics da Middle East Technical University, Ankara, Turkey.

O *Workshop* foi constituído por três secções dedicadas as diferentes áreas de aplicação de IO na sociedade moderna: "Smart Cities: Better Evacuation", "Improvements in Education of Migrant Students", "Smart Cities: Earthquake Prediction" e de um seminário "Finance, Economics and Nature: Optimal Control of Stochastic Systems with Regime Switches, Jumps and Delay".

O *Workshop* foi principalmente dedicado aos alunos de Licenciatura em Matemática e Mestrado em Matemática e Aplicações da UA e foi apoiado pelo APDIO e CIDMA, Centro de Estudos em Matemática e Aplicações da Universidade de Aveiro.

### 57th meeting of the EURO Working Group for Commodities and Financial Modelling

Realizou-se de 12 a 14 de maio, na Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, o '57 th meeting of the EURO Working Group for Commodities and Financial Modelling'. A organização do encontro (João Paulo Costa, Pedro Godinho e José Diogo, todos da Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra) esteve a cargo do Instituto de Sistemas e Computadores de Coimbra e teve o apoio da Associação Portuguesa de Investigação Operacional.

O encontro contou com 15 comunicações de investigadores de 10 países diferentes e duas palestras convidadas (keynote speeches). A primeira de Gianluca Fusai, Università del Piemonte Orientale, Italy, e Cass Business School, London, UK, com o título 'An integrated structural approach to counterparty credit risk with application to

commodity swap' e a segunda de Thilo Meyer-Brandis, University of Munich, Germany, com o título 'Measuring systemic risk in financial networks via bootstrap percolation in inhomogeneous random graphs'. A presidente do EURO Working Group, Rita L. D'Ecclesia, University of Rome, Sapienza, Italy, anunciou que o próximo encontro do grupo se realizará em Puebla, México, em Novembro de 2016, e será organizado por Martin Davila, University of Puebla, México.

## EVENTOS A REALIZAR APOIADOS PELA APDIO

### Workshop "Optimization challenges in the evolution of energy networks to smart grids"

27 e 28 de outubro de 2016

Universidade de Coimbra

Organizado por: INESC Coimbra

## OUTROS EVENTOS REALIZADOS

O grupo de Investigação Operacional do Centro de Matemática e Aplicações da Universidade Nova de Lisboa (CMA – FCT/UNL) organizou os seguintes eventos científicos no último semestre:

- **1º Workshop for Ageing and Independent Living**, Quantitative methods, a 16 de fevereiro, que contou com a presença da convidada especial Sally Brailsford, Southampton Business School, University of Southampton, U.K.,
- **Seminário Temático em Energia**, a 23 de março,
- **Seminário Temático em Otimização**, a 07 de junho,
- **Curso Operations Research in Health Care Logistics**, a 04 de maio, lecionado por Teresa Melo, Saarland University of Applied Sciences, Business School, Saarbrücken, Germany,
- **Curso Low-cost Methods for Large-scale Optimization**, a 14 de junho, lecionado por Marcos Raydan, Department of Scientific Computing and Statistics, Simon Bolivar University, Caracas, Venezuela.

Para qualquer informação adicional sobre estes eventos consultar (<http://www.cma.fct.unl.pt>) ou contactar ([vs.martins@fct.unl.pt](mailto:vs.martins@fct.unl.pt)).

## OUTROS EVENTOS A REALIZAR:

### Curso "Polynomial Optimization"

5 a 9 de setembro de 2016

Universidade de Coimbra – Departamento de Matemática  
Orador: Professor Rekha Thomas, University of Washington, USA

## PRÉMIOS OBTIDOS

- **Delfim F. M. Torres**, sócio da APDIO desde 1995, com o número de sócio 731, recebeu o prémio de **Highly Cited Researcher 2015**. O Highly Cited Researcher da Thomson Reuters é uma lista anual que reconhece os principais investigadores em ciências e ciências sociais de todo o mundo.
- **Filipe Daniel Alves Brandão**, estudante do Doutoramento em Ciência de Computadores da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (FCUP), doutorando de **João Pedro Pedroso**, sócio da APDIO desde 2002, com o número de sócio 1102, foi distinguido, com o **Orbel Wolsey Award 2016**, um galardão atribuído anualmente pela Belgian Operations Research Society (Orbel) ao melhor software de código aberto na área da investigação operacional.
- **Miguel F. Anjos**, sócio da APDIO desde 2012, com o número de sócio 1253, recebeu o prémio da **Inria International Research Chair**. Inria é o instituto nacional francês de investigação em ciência da computação e matemática aplicada, que promove a "excelência científica na transferência de tecnologia para a sociedade".

## TESES DE DOUTORAMENTO

Autora: **Margarida Carvalho**

Título: **Computation of equilibria on integer programming games**

Instituição: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto  
Designação do Doutoramento: Ciência de Computadores  
Data de Conclusão: Abril de 2016

Orientador: **João Pedro Pedroso**

Co-Orientador: **Andrea Lodi**



Ana Carvalho



Tânia Ramos