

# A PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA POSITIVA COMO INSTRUMENTO DE CALIBRAÇÃO E PRESCRIÇÃO DOS MODELOS DE OFERTA AGRÍCOLA

Rui Manuel de Sousa Fragoso<sup>†</sup>  
Maria Leonor da Silva Carvalho<sup>‡</sup>  
Pedro Damião de Sousa Henriques<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> Universidade de Évora, Departamento de Gestão, Instituto de Ciências Agrárias Mediterrânicas (ICAM), Centro de Estudos e Formação Avançada em Gestão e Economia (CEFAGE)

[rfragoso@uevora.pt](mailto:rfragoso@uevora.pt)

<sup>‡</sup> Universidade de Évora, Departamento de Economia, Instituto de Ciências Agrárias Mediterrânicas (ICAM), Centro de Estudos e Formação Avançada em Gestão e Economia (CEFAGE)

[leonor@uevora.pt](mailto:leonor@uevora.pt)

<sup>‡</sup> Universidade de Évora, Departamento de Economia, Centro de Estudos e Formação Avançada em Gestão e Economia (CEFAGE)

[pdamiao@uevora.pt](mailto:pdamiao@uevora.pt)

---

## Abstract

In this paper, calibration and prescription capacity of different types of positive mathematical programming models applied to the Alentejo agricultural sector is analysed. Model results are compared in the 2000 and 2004 agricultural price and subsidies scenarios, regarding optimal combination of activities. Results allow concluding that positive mathematical programming is an efficient instrument on calibration of agricultural supply models, as well as on prescription of their results.

## Resumo

Neste artigo avalia-se a capacidade de calibração e de prescrição de resultados de um modelo de oferta agrícola da Região Alentejo. A capacidade de calibração é analisada para o regime de preços e de ajudas agrícolas em vigor no ano 2000, comparando os resultados de diferentes formas de especificação da função dos custos variáveis totais do modelo de programação matemática positiva com os resultados do modelo tradicional de programação linear e com os dados estatísticos observados. Depois de calibrado, o modelo de programação matemática positiva é utilizado na prescrição dos resultados relativos ao cenário de preços e ajudas em vigor no ano de 2004. Conclui-se que a programação matemática positiva para além de ser um eficaz instrumento de calibração dos modelos de oferta agrícola, constitui também uma forma de prescrição de resultados futuros.

**Key Words:** positive mathematical programming, agricultural supply, calibration, prescription.

**Title:** Positive Mathematical Programming: an instrument for calibration and prescription of agricultural supply models.

---

## 1 Introdução

As primeiras aplicações da programação linear (PL) à economia agrícola realizaram-se no contexto da empresa agrícola (Throsby, 1974; Martin, 1977). Esses modelos, fáceis de construir, revelaram-se muito úteis para compreender a realidade. A sua ampla utilização no estudo de problemas económicos aplicados à agricultura deve-se principalmente à facilidade com que incorporam na sua estrutura os princípios da teoria económica do produtor e ao facto das necessidades de informação serem substancialmente inferiores às dos métodos econométricos (Howitt, 1995).

O problema económico do produtor agrícola é geralmente formulado sob a forma primal da PL, em que o objectivo é determinar a combinação das actividades agrícolas que maximizam o lucro e que são admissíveis relativamente à disponibilidade dos recursos fixos. Frequentemente, a solução deste problema afasta-se da realidade observada e é sobre-especializada nas actividades que mais contribuem para a formação do lucro do produtor.

Segundo Howitt (1995) a origem do problema de sobre-especialização da solução do modelo de PL, principalmente nos modelos agregados, está no reduzido número de restrições empíricas comparado com o número observado de actividades agrícolas na situação de referência, na falta de especificação da não linearidade das tecnologias agregadas e no facto de ser difícil considerar os preços endógenos dos produtos e o risco no comportamento dos agentes económicos.

No modelo de PL, as variáveis não zero, que representam as actividades agrícolas realizadas, estão limitadas pelo número das variáveis básicas do problema. Cada variável básica está associada a uma restrição do problema que, por sua vez, representa a disponibilidade dos recursos e o seu valor dual. Para cada restrição, o valor dual corresponde ao valor da produtividade marginal do recurso. Deste modo, se o número de restrições empíricas for inferior ao número de variáveis básicas, a solução do modelo será necessariamente sobre-especializada, verificando-se que várias actividades agrícolas observadas na situação de referência não constam da solução do modelo.

Para aproximar os resultados dos modelos de PL à situação de referência, podem sempre acrescentar-se restrições que permitem aumentar o número das variáveis básicas e condicionar os valores das variáveis de decisão. Apesar da complexidade dos factores que estão na origem da discrepância dos resultados, os esforços dos investigadores neste sentido têm sido significativos.

Day (1961) defende que o realismo da solução dos modelos de PL pode ser aumentado, através da introdução de limites superiores e de limites inferiores ao valor das variáveis que traduzem o nível das actividades agrícolas no modelo. Para McCarl (1980), a solução está em aproximar o custo de produção do verificado na situação de referência através da decomposição das tecnologias (variáveis) e dos recursos (restrições) de acordo com a sua heterogeneidade. No entanto, é necessário dispor de dados detalhados e os resultados são válidos apenas para a situação de referência, sendo, na

maior parte dos casos, inapropriados para estudar os efeitos decorrentes de alterações técnicas, económicas e institucionais.

As decisões de afectação dos recursos fixos resultam geralmente da maximização dos rendimentos e dos *trade-offs* entre rendimentos, custos de produção e externalidades entre culturas, sendo raramente tomadas com base em critérios agronómicos. O estabelecimento de rotações de culturas é, geralmente, o reflexo da escassez dos recursos agrícolas e dos preços relativos dos produtos e dos factores de produção.

De acordo com Heckelei e Britz (2005) uma abordagem alternativa para a calibração dos modelos de PL é a utilização de funções objectivo não lineares para explicitar no modelo o comportamento de risco dos agentes económicos ou os preços endógenos dos produtos. A função objectivo não linear permite a existência de soluções interiores independentemente das restrições definidas, atenuando, deste modo, a sobre-especialização da solução. No entanto, mesmo nestas condições não é possível calibrar completamente a solução do modelo (Meister et al., 1978).

A necessidade de informação substancial para descrever adequadamente as tecnologias de produção, os problemas de enviesamento decorrentes do processo de agregação e a fraca aderência dos resultados aos comportamentos observados são as principais limitações dos modelos de PL no apoio à decisão e na avaliação de medidas de política agrícola e de desenvolvimento rural. A Programação Matemática Positiva (PMP) constitui uma alternativa viável, na medida em que permite calibrar automaticamente os modelos sem necessidade de recorrer a restrições adicionais de flexibilização e as respostas às alterações dos parâmetros reflectem comportamentos mais regulares dos agentes económicos (Howitt, 1995). São várias as aplicações recentes da PMP ao estudo de problemas sistémicos e multidisciplinares de sustentabilidade económica, social e ambiental, como é o caso das últimas reformas da Política Agrícola Comum (Heckelei e Britz, 2005).

O objectivo deste artigo é avaliar a capacidade de calibração e de prescrição de resultados de um modelo de PMP de oferta agrícola da Região Alentejo.

O artigo compreende mais quatro secções que dizem respeito a uma apresentação do modelo geral de PMP e de diferentes formas de especificação da função dos custos variáveis totais, ao desenvolvimento de um modelo de oferta agrícola para o Alentejo, aos resultados e por último à conclusão.

## **2 Programação Matemática Positiva**

A PMP permite obter de forma automática a calibração exacta do modelo em termos dos níveis das actividades, da produção e dos preços. Mesmo antes de ser formalmente apresentada por Howitt (1995), a PMP já tinha sido utilizada na modelação de problemas económicos aplicados ao sector agrícola (House, 1987; Kasnakoglu e Bauer, 1988; Bauer e Kanakoglu, 1990; Horner et al, 1992). Depois do artigo de Howitt sucederam-se várias utilizações do método, tendo inclusivamente surgido novos desenvolvimentos que vieram reforçar o seu interesse (Arfini e Paris, 1995; Cypris, 2000; Gohn e Chantreuil, 1999; Barkaqui e Butault, 1999; Baskaqui et al., 2001; Graindorge et al., 2001; Helming et al., 2001).

No modelo de PMP, a informação contida nas variáveis duais das restrições, que limitam as actividades de um problema de programação linear de maximização do lucro aos níveis observados, é utilizada para especificar uma função objectivo não linear, de tal modo que a solução óptima reproduzirá os níveis observados dessas actividades.

A PMP pode ser entendida como um compromisso entre os modelos econométricos e os modelos de programação matemática, na medida em que a estimação dos parâmetros é feita, tal como nos primeiros, com base nos comportamentos observados e a solução primal exibe uma especificação explícita da tecnologia, como em qualquer modelo de programação matemática.

Os procedimentos empíricos do problema de PMP têm lugar em duas fases, que compreendem a estimação dos parâmetros de calibração (fase I) e a especificação de uma função objectivo não linear com base nesses parâmetros (fase II).

Na fase I deste processo usam-se restrições de calibração que forçam a solução do modelo de PL aos níveis observados das actividades:

$$\begin{aligned}
 \max_x Z &= p'x - c'x \\
 \text{sujeito a} \\
 Ax &\leq b [\lambda] \\
 x &\leq (x^0 + \varepsilon) [\rho] \\
 x &\geq 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

em que:

- Z = valor da função objectivo
- p = vector (nx1) de preços dos produtos
- c = vector (nx1) de custos variáveis por unidade de actividade
- x = variáveis de decisão
- A = matriz (m×n) de coeficientes técnicos
- b = vector (m×1) de disponibilidades dos recursos
- λ = vector (m×1) de variáveis duais associadas às restrições nos recursos
- x<sup>0</sup> = vector (nx1) de níveis observados das actividades
- ε = vector (nx1) de números positivos muito pequenos
- ρ = variáveis duais associadas às restrições de calibração

Para garantir a independência linear das restrições do problema, e deste modo evitar a degenerescência da solução dual, é necessário adicionar um pequena perturbação positiva ε aos termos independentes das restrições de calibração x<sup>0</sup>. Este procedimento leva a que o valor dual da restrição de calibração da última actividade a fazer parte da base da solução do modelo de PL seja nulo. Por conseguinte, o parâmetro de especificação desta variável na função objectivo não linear também será nulo.

Nessas condições, o nível de pelo menos uma das actividades no modelo de PL não é limitado pela respectiva restrição de calibração, mas por uma das restrições dos recursos fixos, o que levará a que essa variável exiba rendimentos constantes à escala. Deste modo, o vector x pode ser dividido num vector ((n-m)×1) de actividades ditas preferenciais (x<sup>p</sup>), que são limitadas pelas restrições de calibração, e num vector (m×1) de actividades marginais, x<sup>m</sup>, limitadas pelas restrições dos recursos fixos.

As condições de Kuhn-Tucker demonstram que o valor dual das restrições de calibração das actividades preferenciais (ρ<sup>p</sup>) é dado pela diferença entre a receita marginal e os custos marginais, que o valor dual das restrições de calibração das actividades marginais (ρ<sup>m</sup>) é nulo e que o valor dual das restrições dos custos fixos depende dos coeficientes das variáveis marginais na função objectivo:

$$\rho^p = p^p - c^p - A^p \lambda \tag{2}$$

$$\rho^m = [0] \quad (3)$$

$$\lambda = (p^m - c^m)(A^m)^{-1} \quad (4)$$

Na fase II, os valores duais das restrições de calibração,  $\rho^p$ , que acomodam erros de agregação, má qualidade da informação disponível e comportamentos de aversão ao risco, são utilizados para especificar uma função objectivo não linear, tal que o custo marginal das actividades preferenciais seja igual ao respectivo preço para os níveis das actividades observadas na situação de referência,  $x^0$ . Nestas condições, o modelo deverá reproduzir exactamente o vector  $x^0$ .

Para traduzir correctamente o lucro do produtor na função objectivo, é necessário introduzir termos não lineares do lado da oferta, consistentes com as tecnologias agrícolas, com a teoria micro-económica e com os dados disponíveis.

A não linearidade do problema primal do produtor é explicada pela heterogeneidade da qualidade da terra e pelos rendimentos decrescentes à escala em função do aumento da área das culturas (Peach, 1993).

Qualquer tipo de função não linear pode ser utilizado para representar o lucro do produtor, desde que a função dos custos variáveis das actividades seja convexa. Pelo facto de se adaptar bem à hipótese dos rendimentos decrescentes da produção agrícola e também por falta de argumentos mais fortes para outro tipo de funções, a função quadrática é frequentemente utilizada. O lado da oferta representado pela função dos custos variáveis de produção pode ser especificado como:

$$c' = d'x + \frac{1}{2}x'Qx \quad (5)$$

em que:

$d$  = vector ( $n \times 1$ ) de parâmetros associados ao termo linear, e

$Q$  = matriz ( $n \times n$ ) simétrica, definida ou semi-definida positiva, dos parâmetros associados ao termo quadrático.

A função dos custos marginais das actividades resulta da soma dos custos lineares  $c$  e dos custos marginais  $\rho$ . Os custos lineares são explicitados pelo vector  $d$  com base na informação contabilística disponível e os custos marginais das actividades são dados pela matriz  $Q$ , que corresponde aos termos quadráticos da função custo:

$$Cm^v = \frac{\partial C^v(x^0)}{\partial x} = d + Qx^0 = c + \rho \quad (6)$$

Uma vez especificados  $d$  e  $Q$ , o problema de programação não linear que reproduz os níveis observados das actividades é:

$$\begin{aligned} \max_x Z &= p'x - d'x - \frac{1}{2}x'Qx \\ \text{sujeito a} & \\ Ax &\leq b [\lambda] \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

A condição  $Cm = c + \rho$ , definida em (6), constitui um sistema indeterminado de  $n+n(n+1)/2$  parâmetros e  $n$  equações, que está associado à existência de uma infinidade de padrões de resposta. Na tentativa de evitar simulações arbitrárias do comportamento

dos agentes económicos, têm sido desenvolvidas diferentes formas de especificação dos parâmetros  $d$  e  $Q$  da função do custo variável (Heckelei e Britz, 2005).

Nas primeiras utilizações da PMP, o problema da especificação quadrática da função custo foi resolvido fazendo  $d=c$ , e os  $n$  elementos da diagonal de  $Q$ ,  $q_{jj}$ , eram então calculados como:

$$q_{jj} = \frac{p_j}{x_j^0} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

Esta especificação da função custo, designada de *standard*, é linear nas actividades marginais em que  $\rho^m=0$ . Por conseguinte, o valor dual do recurso fixo permanece constante, o que implica que uma alteração no preço de uma actividade preferencial conduz a uma substituição da actividade marginal, sem afectar os níveis das outras actividades preferenciais.

Este método é de simples especificação, especialmente quando a informação disponível é reduzida. No entanto, Cypris (2000) verificou que os resultados obtidos evidenciavam padrões de comportamento pouco coerentes com as alterações introduzidas nos coeficientes do modelo, nomeadamente, respostas a incentivos que traduzem elasticidades implícitas demasiado elevadas.

Paris (1988) usou uma especificação alternativa à anterior, em que o parâmetro  $d$  da função custo é igual a zero e os elementos da matriz  $Q$  são calculados em função dos custos explícitos observados na situação de referência,  $c$ , e dos valores duais das restrições de calibração,  $\rho$ :

$$d = 0 \quad (9)$$

$$q_{jj} = \frac{c_j + \rho_j}{x_j^0} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Neste caso, os elementos da diagonal da matriz  $Q$ , correspondentes às actividades marginais, são todos positivos.

Apesar deste método representar uma melhoria relativamente ao anterior, o padrão de resposta continua a ser arbitrário e está condicionado pela informação contida numa única observação.

Outra forma de especificação da função custo consiste em partir do pressuposto que o vector observado dos custos unitários por actividade,  $c$ , é igual ao *custo médio* da função quadrática de custos variáveis:

$$q_{jj} = \frac{2\rho_j}{x_j^0} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$e$$

$$d_j = c_j - \rho_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Neste método, os valores obtidos para a diagonal de  $Q$  são superiores aos obtidos com a regra *standard* em (8), o que implica a existência de elasticidades implícitas menores. Persiste o problema da linearidade da função custo nas actividades marginais para as quais não são definidos custos médios.

A utilização de *elasticidades exógenas* na especificação da função dos custos variáveis possibilita a introdução de informação relativa a várias observações e reduz a PMP ao seu papel de calibração no contexto de uma única observação dos níveis das actividades. A elasticidade preço da actividade  $j$  é calculada por:

$$\varepsilon_{jj} = \frac{1}{q_{jj}} \frac{p_j^0}{x_j^0} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Os parâmetros  $q_{jj}$  e  $d_j$  da função custo são obtidos do seguinte modo:

$$q_{jj} = \frac{1}{\varepsilon_{jj}} \frac{p_j^0}{x_j^0} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

e

$$d_j = c_j + p_j - q_{jj} x_j^0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

Nesta especificação os elementos da diagonal principal da matriz  $Q$  são nulos e o efeito marginal do valor dual dos recursos fixos ( $\lambda$ ) é ignorado, dependendo as alterações do nível das actividades,  $x$ , dos seus preços relativos e de  $q_{jj}^{-1}$ , i.e., da derivada parcial de  $x$  em ordem ao preço  $p$  ( $\partial x / \partial p$ ).

### 3 O modelo da oferta agrícola da região alentejo

Para avaliar a capacidade de calibração e de prescrição da PMP, nomeadamente das regras de especificação da função custo de produção, foi desenvolvido um modelo de PMP adaptado às características regionais da produção agrícola da Região Alentejo. A sua formulação simplificada é a seguinte:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & \sum_j p_j X_j + \sum_j a_j X_j + \sum_i p_i Y_i + \sum_i a_i Y_i \\ & - \sum_j c_j X_j - \frac{1}{2} \sum_j q_{jj} X_j^2 - \sum_i c_i Y_i - \frac{1}{2} \sum_i q_{ii} Y_i^2 - p_h T - p_i E \end{aligned} \quad (12)$$

sujeito a

$$\sum_i e_{jf} Y_i \leq X_{jf} \quad (13)$$

$$\sum_{js} X_{js} * 0,1 \leq X_{set} \quad (14)$$

$$\sum_j X_j \leq b_s \quad (15)$$

$$\sum_j h_j X_j + \sum_i h_i Y_i \leq b_t + T \quad (16)$$

$$\sum_j c_j X_j + \sum_i c_i Y_i \leq b_c + E \quad (17)$$

em que  $X_j$  e  $Y_i$  são variáveis de decisão que traduzem, respectivamente, a área das actividades vegetais  $j$  em hectares (ha) e a dimensão dos efectivos pecuários reprodutores  $i$  em Cabeças Normais (CN);  $T$  e  $E$  são variáveis de contratação adicional de trabalho e capital no curto prazo;  $p$ ,  $a$ ,  $c$  e  $h$  são, respectivamente, o valor da produção, as ajudas directas, os custos variáveis e as necessidades unitárias de trabalho das actividades  $j$  e  $i$ ;  $ph$  e  $pi$  são preços unitários da contratação de unidades adicionais de trabalho e de capital;  $e_{jt}$  são os encabeçamentos das actividades pecuárias  $i$ ; e  $b_s$ ,  $b_t$  e  $b_c$  são os termos independentes das restrições dos recursos fixos terra, trabalho e capital.

A função objectivo (12) traduz a maximização do VAB no sector agrícola do Alentejo. Este indicador económico corresponde ao lucro do produtor no curto prazo. O seu valor, em euros, é obtido retirando, ao total dos proveitos, os custos variáveis totais. Os proveitos incluem a venda dos produtos nos mercados agrícolas e as ajudas directas em função das áreas cultivadas e do número de animais elegíveis. Nos custos variáveis consideram-se os custos dos factores de produção proporcionais às quantidades produzidas ( $c_j$  e  $c_i$ ), os custos de contratação de recursos fixos adicionais no curto prazo, como o trabalho ( $ph$ ) e o capital ( $pi$ ) e os coeficientes dos custos marginais das actividades ( $q_{ij}$  e  $q_{ii}$ ). De acordo com a regra de especificação utilizada, a função dos custos variáveis totais pode assumir as formulações que constam no Anexo 1.

As variáveis de decisão incluem dezoito actividades de produção agrícola na Região Alentejo. Essas actividades estão divididas em actividades de produção vegetal e actividades de produção pecuária. As actividades vegetais abrangem a produção de culturas arvenses (trigo, milho, arroz e girassol), horto-frutícolas, frutícolas, vinha, olival, pastagens permanentes, culturas forrageiras, pousio obrigatório e pousio de rotação e ainda uma actividade destinada às ocupações de matas e florestas. A produção pecuária inclui: a produção de bovinos de carne, com uma tecnologia de engorda de novilhos e com uma outra de venda de vitelos ao desmame; a produção de ovinos de carne e a produção de suínos alentejanos em regime extensivo.

No Anexo 2 são apresentados os coeficientes que descrevem as actividades no modelo, para os preços e as ajudas agrícolas em vigor em 2000 e em 2004.

A produção de pastagens permanentes e de culturas forrageiras constituem actividades intermédias, reutilizadas nas actividades pecuárias. Por isso, estas actividades não apresentam proveitos, mas apenas custos, uma vez que os seus proveitos são os que se obtêm indirectamente das actividades pecuárias. Essa transferência de rendimento entre actividades é realizada através da equação (13) que estabelece o balanço entre as áreas forrageiras que são disponibilizadas pela produção vegetal e o número total de animais.

A equação (14) modela a retirada de terras de cultivo imposta pela PAC após a reforma de 1992. Trata-se de um instrumento de controle da oferta agrícola, que obriga a que uma percentagem da área de culturas arvenses seja retirada da produção agrícola e posta em pousio. De acordo com a regulamentação em vigor, essa percentagem foi fixada em 10% da área de culturas arvenses e do próprio pousio obrigatório.

As equações (15), (16) e (17) modelam, respectivamente, a utilização dos recursos terra, trabalho e capital. Estas equações garantem que a procura destes recursos é inferior à sua disponibilidade. Para a terra considerou-se uma disponibilidade de aproximadamente 2 milhões de ha, que correspondem à superfície agro-florestal no Alentejo, incluindo a superfície agrícola utilizada e a superfície de matas e florestas. A disponibilidade anual de trabalho foi estimada em cerca de 24 milhões de horas, o que equivale a perto de 12,5 mil Unidades de Trabalho Anual (UTA). No caso do capital operacional, considerou-se uma disponibilidade inicial de 350,8 milhões de €.

Apesar da função objectivo representar a retribuição dos recursos primários da produção agrícola (terra, trabalho e capital), a solução do modelo está limitada apenas pela disponibilidade do recurso terra na equação (15). A procura de trabalho na equação (16) e de capital na equação (17) pode exceder as suas disponibilidades através da contracção, no mercado local, de unidades adicionais de trabalho por 3,5 euros por hora no primeiro caso e de capital à taxa de juro anual de 7% no segundo caso.

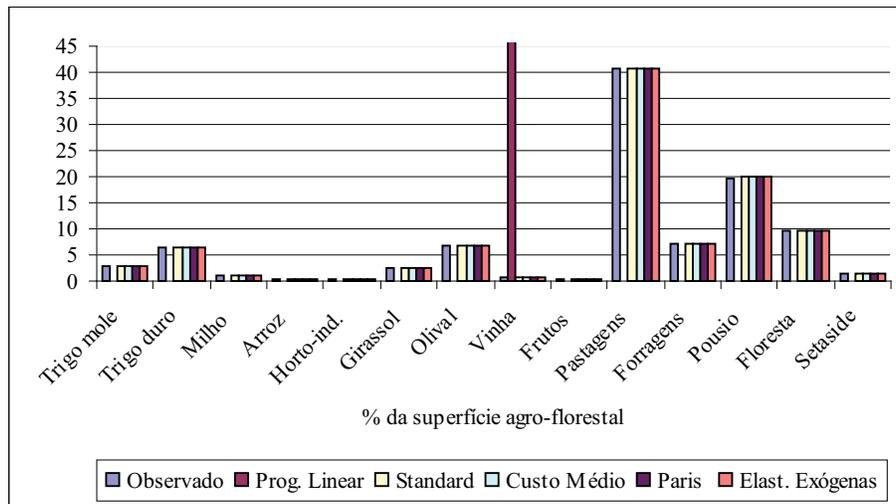
## 4 Resultados

A capacidade de calibração do modelo de PMP é avaliada através da comparação dos resultados com os dados observados e com os resultados do modelo tradicional de PL de oferta agrícola para a Região Alentejo para o cenário de preços e ajudas de 2000. Nas Figuras 1 e 2 apresenta-se a comparação dos resultados com os dados observados em 2000, em termos da percentagem das actividades na superfície agro-florestal total e dos efectivos pecuários reprodutores expressos em milhares de cabeças normais (CN), respectivamente.

Os resultados obtidos para o modelo de PL indicam que a totalidade da superfície da agro-florestal deverá ser utilizada na produção de vinha para vinho e que a produção pecuária deverá ser abandonada. Estes resultados são inaceitáveis na medida em os dados estatísticos de 2000 mostram que apenas 0,7% da superfície agro-florestal da Região Alentejo é ocupada com vinha e que o efectivo pecuário reprodutor é composto por 27,1 mil CN de suínos alentejanos, 176,3 mil CN de ovinos de carne e por 183,5 mil CN de bovinos de carne, dos quais 64,2 mil CN no sistema de engorda de novilhos e 119,3 mil CN no sistema de venda de vitelos ao desmame.

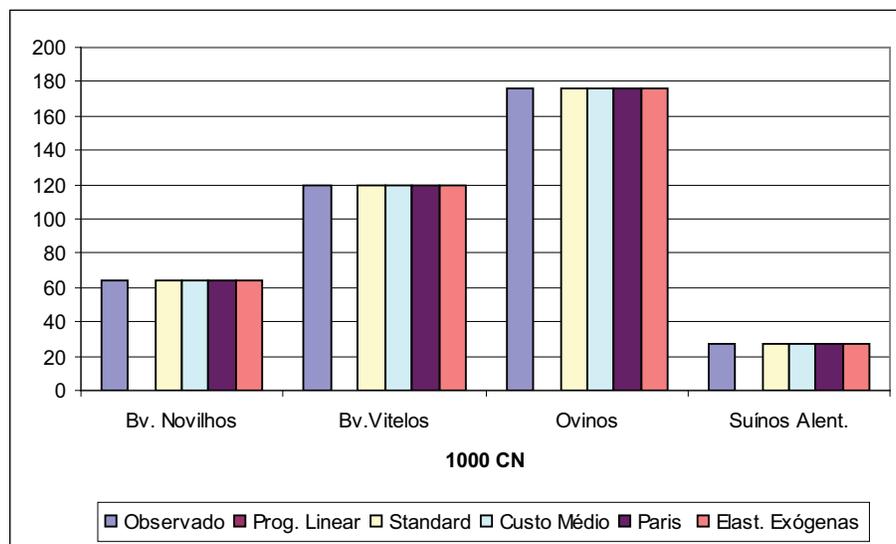
Contrariamente, os resultados, obtidos com os modelos de PMP para as várias especificações consideradas para a função dos custos variáveis, reproduzem com precisão o nível das actividades observadas nos dados estatísticos de 2000.

O facto de nesta fase se obterem os mesmos resultados para as diferentes formas de especificação da função custo de produção, deve-se à condição  $C_m = c + \rho$  definida em (6), que constitui um sistema indeterminado de  $n+n(n+1)/2$  parâmetros e  $n$  equações. Como para este sistema existe uma infinidade de valores para os parâmetros  $q_{jj}$  e  $q_{ii}$  que satisfazem as condições do problema de PMP, são de esperar padrões de resposta distintos para o modelo, consoante a forma de especificação utilizada para a função dos custos variáveis.



Fonte: INE, 2000 e Resultados do modelo de PL e dos modelos de PMP

Figura 1: Níveis observados e estimados das actividades agro-florestais para 2000



Fonte: INE, 2000 e Resultados do modelo de PL e dos modelos de PMP

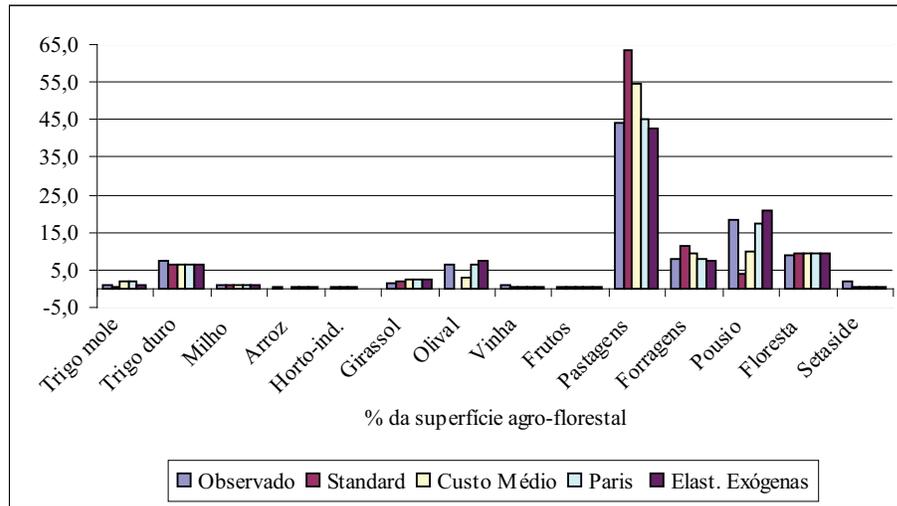
Figura 2: Níveis observados e estimados dos efectivos pecuários para 2000

O padrão de resposta do modelo relativamente a alterações dos seus coeficientes do ponto de vista da análise económica das políticas agrícolas e das condições de mercado traduz a sua maior ou menor capacidade de prescrição.

Para avaliar a capacidade de prescrição do modelo de PMP e das diferentes formas de especificação das funções dos custos variáveis alteraram-se os coeficientes do modelo introduzindo os preços e as ajudas em vigor no ano de 2004.

Nas Figuras 3 e 4 apresenta-se a comparação dos resultados dos modelos de PMP com os dados observados em 2004 em termos da percentagem das actividades na

superfície agro-florestal total e dos efectivos pecuários reprodutores expressos em milhares de cabeças normais (CN).

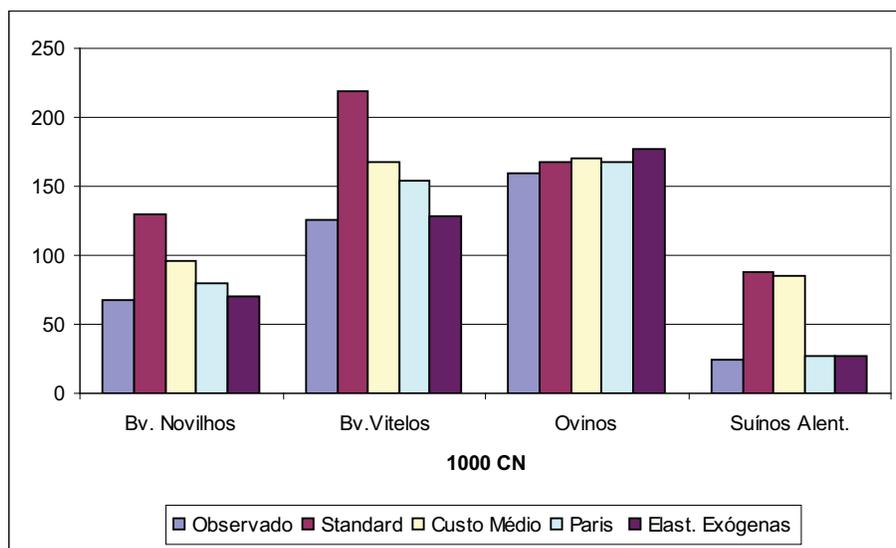


Fonte: INE, 2004 e Resultados dos modelos de PMP

Figura 3: Níveis observados e estimados das actividades agro-florestais para 2004

Estes resultados mostram que a especificação da função dos custos variáveis pela regra das *elasticidades exógenas* é superior às restantes, na medida em que a sua solução é a que se afasta menos dos valores observados nos dados estatísticos de 2004. Neste caso, o desvio absoluto ponderado na afectação das actividades à superfície agro-florestal é de 7,3% e o desvio absoluto ponderado na composição dos efectivos pecuários reprodutores é de 7,8% (Quadro 1). Segue-se a regra de *Paris* com desvios absolutos ponderados de 8,3% e de 14,4%, respectivamente.

Os resultados obtidos para as regras especificação da função dos custos variáveis *standard* e do *custo médio* são claramente inferiores, apresentando, respectivamente, desvios absolutos ponderados de 39,2% e 26,2% na afectação das actividades à superfície agro-florestal e de 88% e 63,4% na composição dos efectivos pecuários reprodutores.



Fonte: INE, 2000 e Resultados do modelo de PL e dos modelos de PMP

Figura 4: Níveis observados e estimados dos efectivos pecuários para 2004

Tabela 1: Desvios absolutos ponderados dos níveis das actividades para 2004 (%)

	<i>Standard</i>	<i>Paris Standard</i>	<i>Custo Médio</i>	<i>Elasticidades Exógenas</i>
Actividades Vegetais	39,2	8,3	26,2	7,3
Actividades Animais	88,0	14,4	63,4	7,8

Na especificação pelo método das *elasticidades exógenas* apenas três actividades agrícolas apresentam um desvio absoluto superior aos 15% indicados por Hazell (1986) como limiar mínimo de calibração desejável. Essas actividades são o arroz (-23,5%), o girassol (76,4%) e a vinha (-48,6%).

No caso da regra de *Paris*, existem seis actividades que apresentam desvios absolutos acima dos 15%, quatro actividades vegetais e duas actividades pecuárias. Particularmente elevados são os desvios absolutos registados nas superfícies de trigo mole (109,9%) e de girassol (63,7%). No que diz respeito às actividades pecuárias, os desvios absolutos são da ordem dos 20% nas actividades de produção de bovinos de carne.

Para as regras de especificação *standard* e do *custo médio*, das dezoito actividades agro-florestais previstas no modelo, dez apresentam desvios absolutos acima dos 15%, sendo particularmente elevados para a composição dos efectivos pecuários reprodutores.

## 5 Conclusão

Este artigo avalia a capacidade de calibração e de prescrição futura dos resultados de um modelo de Programação Matemática Positiva, desenvolvido para as condições de oferta agrícola da Região Alentejo. Foram consideradas em alternativa as regras de especificação

da função dos custos variáveis totais *standard*, *Paris*, *custo médio* e *elasticidades exógenas*.

Os resultados obtidos demonstram que o modelo de Programação Matemática Positiva reproduz com precisão o nível das actividades observadas na situação de referência, independentemente da regra utilizada para especificar a função dos custos variáveis de produção.

Relativamente à prescrição de resultados futuros, a Programação Matemática Positiva revelou ser também uma boa opção metodológica, especialmente se forem utilizadas na especificação da função dos custos variáveis de produção a regra das *elasticidades exógenas* ou a regra de *Paris*.

As regras de especificação da função dos custos variáveis baseadas no método *standard* e no método do *custo médio* revelaram uma menor capacidade de prescrição dos resultados futuros.

Pode concluir-se que as propriedades da Programação Matemática Positiva não esgotam apenas na calibração exacta dos modelos de oferta agrícola, mas também se estendem à sua capacidade de prescrição de resultados futuros.

## 6 Referências

- Arfini, F., Donati, M., Zuppiroli, M. and Paris, Q. (2005) Ex-post evaluation of set-aside using Symmetric Positive Equilibrium Problem. Selected paper presented at the 89<sup>th</sup> EAAE symposium on "Modelling agricultural policies: state of the art and new challenges", Parma.
- Barkaqui, A. and Butault, J. (1999) Positive Mathematical Programming and Cereals and Oilseeds Supply with EU under Agenda 2000. Paper presented at the 9<sup>th</sup> European Congress of Agricultural Economists, Warsaw.
- Baskaqui, A., Butault, J. and Rousselle, J. (2001). Positive Mathematical Programming and Agricultural Supply within EU under Agenda 2000. In: Heckelei T., Witzke and W. Henrichsmeyer (Eds.): Agricultural Sector Modelling and Policy Information System, Vauk Verlag Kiel.
- Bauer, S. and Kanakoglu, H. (1990) Non Linear Programming Models for Sector Policy Analysis, *Economic Modelling* 7, pp. 272-90.
- Cypris, C. (2000) Positiv Mathematische Programmierung (PMP) im Agrarsektormodells RAUMIS. Dissertation, University of Bonn.
- Day, R. H. (1961) Recursive programming and the production of supply. In: Heady *et al.* (eds): *Agricultural Supply Functions*, Iowa State University Press, Iowa, USA.
- Gohn, A. and Chantreuil, F. (1999) La programmation mathématique positive dans les modèles d'exploitation agricole. Principes et l'importance du calibrage, *Cahiers d'Economie et de Sociologie Rurales*, 5, pp. 59-79
- Graindorge, C, Henry de Frahan, B. and Howitt, R. (2001) Analysing the effects of Agenda 2000 using a CES Calibrated Model of Belgian Agriculture. In: Heckelei T., Witzke and W. Henrichsmeyer (Eds.): *Agricultural Sector Modelling and Policy Information System*, Vauk Verlag Kiel, pp. 176-186.
- Hazell, P. and Norton, R.(1986) *Mathematical Programming for Economic Analysis in Agriculture*, Mac Millan Publishing Company, New York.
- Heckelei, T. and Britz, W. (2005) Models Based on Positive Mathematical Programming: State of the Art and Further Extensions, In Arfini, F. (Ed.): *Modelling Agricultural Policies: State of the Art and New Challenges*, Parma, Italy, pp. 48-73.

- Helming, J., Peeters, L. and Veendendaal, P. (2001) Assessing the Consequences of Environmental Policy Scenarios in Flemish Agriculture. In: Heckeleei T., Witzke and W. Henrichsmeyer (Eds.): *Agricultural Sector Modelling and Policy Information System*, Vauk Verlag Kiel, pp. 237-245.
- Horner, G., Corman, J., Howitt, R. Carter, C. and Macgregor, R. (1992) *The Canadian Regional Agriculture Model: Structure, Operation and Development*. Agriculture, Canada. Technical Report 1/92, Ottawa.
- House, R. (1987) *USMP Regional Agricultural Model*. Washington DC: USDA. National Economics Division Report, ERS, 30.
- Howitt, R. (1995) Positive Mathematical Programming. *American Journal of Agricultural Economics*, 77 (2), pp. 329-342.
- Kasnakoglu, H. and Bauer, S. (1988) Concept and Application of an Agricultural Sector Model for Policy Analysis in Turkey. In: *Agricultural Sector Modelling*. S. Bauer and W. Henrichsmeyer (Eds.), Vauk Verlag: Kiel.
- Martin, L.R. (1977) *A Survey of Agricultural Economics Literature*. vol 2, University of Minnesota Press, Minneapolis.
- McCarl, B. And Spreen, T. (1980) Price Endogenous Mathematical Programming as a Tool for Sector Analysis, *American Journal of Agricultural Economics*, pp. 87-102.
- Meister, A., Chen, C. and Heady, E. (1978) *Quadratic Programming Models Applied to Agricultural Policies*, Iowa State University Press, Ames.
- Paris, Q. (1988) PQP, PMP, Parametric Programming and Comparative Static. Chapter 11 in *Notes for AE 253*. Department of Agricultural Economics, University of California, Davis.
- Peach, T. (1993) *Interpreting Ricardo*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Throsby, C. (1974) New methodologies in agricultural production economics: A review. In *The Future of Agriculture*. Papers and reports, 15 th international Conference of Agricultural Economics, S. Paulo, Brazil, pp. 150-169.

## Anexo 1 Formas de especificação da função dos custos variáveis totais no modelo de PMP

### Standard

$$\sum_j c_j X_j - \frac{1}{2} \sum_j \frac{\rho_j}{X_j^0} X_j^2 + \sum_i c_i Y_i + \frac{1}{2} \sum_i \frac{\rho_i}{Y_i^0} Y_i^2 + phT + piE$$

### Paris

$$\frac{1}{2} \sum_j \frac{c_j + \rho_j}{X_j^0} X_j^2 + \frac{1}{2} \sum_i \frac{c_i + \rho_i}{Y_i^0} Y_i^2 + phT + piE$$

### Custo Médio

$$\sum_j (c_j - \rho_j) X_j + \frac{1}{2} \sum_j \frac{\rho_j}{X_j^0} X_j^2 + \sum_i (c_i - \rho_i) Y_i + \frac{1}{2} \sum_i \frac{\rho_i}{Y_i^0} Y_i^2 + phT + piE$$

### Elasticidades Exógenas

$$\sum_j (c_j + \rho_j - \frac{1}{\epsilon_j} \frac{\rho_j^0}{X_j^0}) X_j + \frac{1}{2} \sum_j \frac{1}{\epsilon_j} \frac{\rho_j^0}{X_j^0} X_j^2$$

$$+ \sum_i (c_i + \rho_i - \frac{1}{\epsilon_i} \frac{\rho_i^0}{Y_i^0}) Y_i + \frac{1}{2} \sum_i \frac{1}{\epsilon_i} \frac{\rho_i^0}{Y_i^0} Y_i^2 + phT + piE$$

## Anexo 2 Coeficientes técnicos das actividades agro-florestais no modelo de PMP

	Valor da produção		Ajudas		Custos variáveis €/ha	Mão-de-obra h/ha
	2000	2004	2000	2004		
	€/ha	€/ha	€/ha	€/ha		
Trigo mole	340	181	65	129	260	17,9
Trigo duro	310	240	415	482	260	17,9
Milho	1550	1480	411	479	1154	19,1
Arroz	1545	1350	319	319	1490	15,8
Horto-frutícolas	3673	4052	-	-	1837	186,2
Girassol	158	123	90	129	152	17,4
Olival	375	390	-	-	362	29,0
Vinha	4160	4000	-	-	925	153,0
Fruticultura	3988	3910	-	-	615	537,1
Pastagens permanentes	-	-	-	-	43	1,2
Culturas forrageiras	-	-	-	-	246	14,4
Pousio obrigatório	-	-	75	129	-	-
Pousio	-	-	-	-	-	-
Matas e florestas	750	750	-	-	-	-
	€/CN	€/CN	€/CN	€/CN	€/CN	h/CN
Bovinos engorda novilhos	313	1512	205	317	228	29
Bovinos venda de vitelos	287	330	227	327	190	19
Ovinos de carne	293	280	167	200	203	4,8
Suínos alentejanos	669	669	-	-	475	4,8

Fonte: Contas de actividade agrícola, Staff do Departamento de Gestão da Universidade de Évora