

Avaliação da Aquisição de um Ativo de Tecnologia da Informação Através do Método dos Mínimos Quadrados de Monte Carlo

André Fichel Nascimento †
Tara Keshar Nanda Baidya ‡

† Depto. de Eng. Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio)
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ, Brasil
fichel@gmail.com

‡ Depto. de Eng. Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio)
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ, Brasil
baidya@ind.puc-rio.br

Abstract

In this article, a project based on the acquisition of an information technology asset is valued through the real options theory. The contemplated model takes into account uncertainty in costs and benefits to be generated. A numerical solution based on Monte Carlo simulation was developed in order to test the approach.

Resumo

Neste artigo, avalia-se um projeto de aquisição de um ativo de tecnologia de informação, utilizando-se a teoria das opções reais. O modelo adotado admite incerteza quanto aos benefícios e custos do projeto. Para se avaliar o modelo, desenvolveu-se uma solução numérica baseada na simulação de Monte Carlo.

Keywords: Project Valuation, Real Options, Least Squares Monte Carlo Method, Monte Carlo Simulation, Information Technology (IT).

Title: Valuing the Acquisition of an Information Technology Asset Through the Least Squares Monte Carlo Method

1 Introdução

A avaliação de investimentos em tecnologia da informação, ou TI, é considerada por muitos um tabu. Em geral, este tipo de investimento é repleto de incertezas e muitas vezes os ativos são intangíveis, o que dificulta a quantificação de benefícios e custos. No entanto, a adoção de um modelo e o uso da teoria de opções reais pode facilitar a avaliação desses investimentos.

O presente trabalho é parte da dissertação de mestrado de Nascimento (2005), e tem como objetivo aplicar a teoria das opções reais a investimentos de aquisição de ativos de tecnologia da informação. Para isso, primeiramente, adota-se um modelo de opções reais relacionado a investimentos de aquisição de TI. O modelo é descrito em maiores detalhes na próxima seção. Na seção seguinte, utiliza-se um método de simulação de Monte Carlo para desenvolver uma solução numérica para o modelo adotado. Este trabalho enfatiza o desenvolvimento desta solução numérica. Em seguida, elabora-se uma aplicação e testa-se o modelo apresentado. Os resultados numéricos da aplicação são mostrados e comentados na penúltima seção do artigo. Por último, são apresentadas as conclusões obtidas com este estudo.

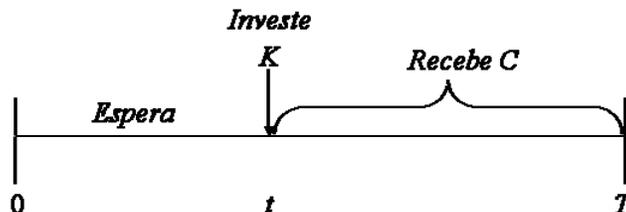
Em estudo semelhante a este, Schwartz e Zozaya (2000) propuseram um modelo para avaliar investimentos em TI utilizando a teoria das opções reais. O modelo em questão é baseado no trabalho de Schwartz e Moon (2000), que avaliam investimentos em pesquisa e desenvolvimento (P&D) baseados em opções reais. Tanto o modelo de Schwartz e Moon (2000) quanto o de Schwartz e Zozaya (2000), baseiam-se no modelo de custos de Pindyck (1993) para representar as incertezas de custo.

O modelo introduzido por Schwartz e Zozaya (2000) agrega tanto a incerteza dos custos quanto à incerteza dos fluxos de caixa do projeto. Um diferencial deste modelo em relação a outros modelos, no entanto, é que neste, considera-se a possibilidade de declínio (ou aumento) nos custos dos ativos de TI. Tal característica permite captar, por exemplo, uma evolução tecnológica e o efeito imediato de obsolescência da tecnologia antiga ou substituída. Esse fenômeno é comum para alguns tipos de *hardware*, como os microprocessadores, que são constantemente atualizados. A atualização desses componentes traz um efeito imediato de desvalorização para o produto antigo. Outro diferencial do modelo de Schwartz e Zozaya (2000) é que os autores classificam os projetos de TI como projetos de aquisição e projetos de desenvolvimento. Cada tipo de projeto está associado a um modelo diferente, porém, ambos compõem o caso geral de um projeto genérico de TI.

O modelo adotado neste trabalho baseia-se no modelo de Schwartz e Zozaya (2000) para projetos de aquisição de TI. No entanto, a principal diferença entre os modelos está no procedimento numérico utilizado para avaliar as aplicações. Schwartz e Zozaya (2000) utilizaram métodos de diferenças finitas para avaliar os projetos de TI, tanto de desenvolvimento quanto de aquisição. Já neste artigo, desenvolveu-se uma solução numérica baseada no método de mínimos quadrados de Monte Carlo, desenvolvido por Longstaff e Schwartz (2001), para avaliar um projeto de aquisição de TI.

2 Modelo para Projetos de Aquisição

Supõe-se que uma empresa deseja adquirir um ativo de TI. A aquisição consiste em um investimento onde a empresa tem a opção de incorrer em um custo K para obter um ativo de TI. O valor de K só será conhecido com certeza no instante em que se investir no projeto. No entanto, há incerteza sobre as mudanças futuras de K . Uma vez adquirido o ativo, a empresa receberá, até o término da vida útil (T) do mesmo, um conjunto de fluxos de caixa (C), que representam os benefícios diferenciais atrelados à aquisição do ativo de TI. O diagrama do projeto de aquisição pode ser visto na figura 1.



Fonte: Schwartz e Zozaya (2000), p.4

Figura 1: Diagrama do projeto de TI de aquisição

A oportunidade de se investir em um projeto de aquisição de TI é semelhante a uma opção de compra, ou *call*, americana. A qualquer momento pode-se investir no projeto, adquirindo-se um ativo de TI, o que equivale a exercer a opção de compra. A diferença é que o preço de exercício varia estocasticamente e o ativo base acumula após o exercício da opção. Neste modelo, o investimento é instantâneo, mas os benefícios do ativo adquirido não. Os benefícios são distribuídos à firma investidora desde o instante em que o ativo é adquirido até o instante em que a tecnologia não permite mais a geração de renda econômica. O custo para se adquirir o ativo de TI, K , segue o seguinte processo:

$$dK = \delta K dt + \gamma K dw \quad (1)$$

Na equação acima, δ mede a mudança nos custos de TI, γ é a volatilidade dos custos e dw é um incremento de Wiener possivelmente correlacionado com o mercado.

Uma vez tendo investido no projeto, a empresa passa a desfrutar dos benefícios do ativo de TI adquirido. Tais benefícios vêm na forma de fluxos de caixas diferenciais C . A evolução destes fluxos de caixa no tempo é dada por:

$$dC = \alpha C dt + \phi C dx, \quad (2)$$

onde ϕ é a volatilidade instantânea correspondente às mudanças proporcionais a C , α é o parâmetro de tendência do processo e dx é um incremento de Wiener, possivelmente correlacionado com o mercado. Admite-se que os processos das variáveis de estado possam estar correlacionados. Sendo assim, pode-se escrever:

$$dw dx = \rho_{dw dx} dt \quad (3)$$

2.1 Valor do Ativo de TI

Em um instante τ qualquer, onde $0 \leq \tau \leq T$, o valor do ativo de TI pode ser calculado como sendo o valor presente esperado da soma dos fluxos de caixa futuros, medidos a partir do momento em que o ativo é adquirido até o final do último intervalo T , onde a tecnologia ainda proporciona a geração dos fluxos. Portanto, em tempo contínuo, o valor do ativo de TI no instante τ é dado por:

$$V(C, \tau) = \hat{E} \left[\int_{\tau}^T C(t) e^{-rt} dt \right], \quad (4)$$

onde r é a taxa de desconto livre de risco. Observa-se que, como o ativo só pode ser adquirido após o investimento, o valor de V independe de K .

Mantendo a mesma linha do modelo anterior, o processo dos fluxos de caixa diferenciais é ajustado ao risco de acordo com a seguinte expressão:

$$dC = (\alpha - \eta_c) C dt + \phi C dx \Rightarrow dC = \alpha^* C dt + \phi C dx \quad (5)$$

Na expressão (5), α^* é o parâmetro de tendência ajustado ao risco e η_c é o prêmio de risco associado ao processo.

O valor do ativo pode enfim ser obtido utilizando-se o processo ajustado ao risco acima e resolvendo-se a integral da fórmula (4). Pode-se verificar que o valor esperado sobre a integral no intervalo (τ, T) é dado por:

$$V(C, \tau) = \frac{C}{r - \alpha^*} \left[1 - e^{-(r - \alpha^*)(T - \tau)} \right] \quad (6)$$

Neste caso, assume-se que $\alpha^* < r$. A expressão acima nada mais é que o valor presente de uma série geométrica finita em tempo contínuo. Analisando-se a expressão, não é difícil perceber que, como T é finito, o valor do projeto diminui cada vez que o investimento é adiado. O instante T pode ser interpretado como o término da vida útil do ativo de TI.

2.2 Valor da Oportunidade de Investimento

Ao contrário do valor do ativo de TI, o valor da oportunidade de investimento depende de ambas as variáveis de estado, C e K . Por isso, a volatilidade destas variáveis tem influência direta sobre a decisão ótima de investimento. Assim como C , K é um valor esperado de uma variável aleatória e, portanto, deve estar associado a um prêmio de risco. O processo de K pode ser ajustado ao risco da seguinte forma:

$$dK = (\delta - \eta_k)Kdt + \gamma Kdw \quad (7)$$

Nesta equação, η_k é o prêmio de risco associado ao processo de K .

Para se obter o valor ótimo da oportunidade de investimento, utiliza-se novamente a equação de Bellman para tempo contínuo, cujo valor na região de continuação é dado por:

$$rF(C, K, t) = \frac{1}{dt} \hat{E}[dF] \quad (8)$$

onde $F(C, K, t)$ representa o valor da oportunidade de investimento em um instante t e $0 \leq t \leq T$.

A seguir, utiliza-se o lema de Itô para se obter uma expressão para dF . Então, substituindo-se a expressão para dF na equação de Bellman e rearranjando os termos, obtém-se a seguinte equação diferencial parcial:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \phi^2 C^2 F_{CC} + \frac{1}{2} \gamma^2 K^2 F_{KK} + \rho_{dw} \phi \gamma CK F_{CK} + (\alpha - \eta_c) CF_C \\ + (\delta - \eta_k) KF_K + F_t - rF = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

A solução da equação (9) deverá satisfazer as seguintes condições de contorno:

$$F(C, K, T) = 0 \quad (10)$$

$$F(C, K, t) \geq \max[0, V(C, t) - K(C, t)] \quad (11)$$

A condição (10) indica o fim da vida útil do ativo TI, e conseqüentemente o fim da geração de renda econômica através do mesmo. Já a condição (11) garante a não negatividade dos valores de $F(C, K, t)$. Uma análise mais detalhada sobre o desenvolvimento matemático deste modelo pode ser vista na dissertação de mestrado de Nascimento (2005).

3 Solução Numérica

Para solucionar este modelo, neste estudo, optou-se por implementar uma solução numérica baseada no método LSM (*Least-Squares Monte Carlo Method*), de Longstaff e Schwartz (2001). Estudos recentes, como os de Nascimento (2005) e Frota (2003), mostram que o método LSM é numericamente eficiente, preciso e flexível em relação a outros métodos numéricos de avaliação de opções americanas. Pelo fato deste modelo considerar um investimento pontual, a solução implementada é simples e o método LSM requer poucas adaptações. Os algoritmos desenvolvidos para os projetos com e sem a opção de espera estão relacionados a seguir.

3.1 Valor do Projeto com Opção de Espera

Antes de se aplicar o método LSM, deve-se simular os caminhos para as variáveis de estado. No modelo para projetos de aquisição de TI, ambas variáveis consideradas seguem o MGB (Movimento Geométrico Browniano). Para gerar estes caminhos, discretizou-se os processos de K e C como a seguir:

$$K(t + \Delta t) = K(t) \exp \left[\left((\delta - \eta_k) - \frac{\gamma^2}{2} \right) \Delta t + \gamma (\Delta t)^{1/2} \varepsilon_1 \right] \quad (12)$$

$$C(t + \Delta t) = C(t) \exp \left[\left(\alpha^* - \frac{\phi^2}{2} \right) \Delta t + \phi (\Delta t)^{1/2} \varepsilon_2 \right] \quad (13)$$

Com isso, cada um dos N caminhos simulados é representado por um vetor com $n = \frac{T}{\Delta t}$ datas de exercício. O passo seguinte consiste no cálculo do fluxo de caixa do projeto para o instante final, T . Neste instante, o valor do *payoff* deverá ser dado por:

$$\pi(T) = \max [V(T) - K(T), 0] \quad (14)$$

Para todos os caminhos, o valor do projeto no instante final é igual ao fluxo de caixa recebido no mesmo instante, isto é, $V(T) = C(T)$. Isto ocorre porque não há geração de fluxo de caixas após o instante final. Para todos os instantes anteriores, o valor do ativo é acumulativo, e deverá ser dado por:

$$V(i, j) = \exp(-r\Delta t) V(i, j+1) + C(i, j)\Delta t, \quad (15)$$

onde i representa o caminho simulado e j o instante analisado.

A seguir, prossegue-se para o instante j que imediatamente antecede o vencimento do projeto e regride-se o valor futuro descontado $\exp(-r\Delta t)V(i, j+1)$ com funções das variáveis de estado K e C . O conjunto de funções base utilizado para a regressão é um polinômio de nove termos, mais uma constante, incluindo termos cruzados das variáveis de estado e termos até o grau três. Dessa forma, o valor estimado pela regressão é dado pela expressão a seguir:

$$\hat{V}(i, j) = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_1^2 + \alpha_4 x_1 x_2 + \alpha_5 x_2^2 + \alpha_6 x_1^3 + \alpha_7 x_1^2 x_2 + \alpha_8 x_1 x_2^2 + \alpha_9 x_2^3 \quad (16)$$

Na expressão (16) acima os valores dos coeficientes α_0 a α_n são calculados pela regressão. As variáveis x_1 e x_2 acima representam os fluxos de caixa e os custos de investimento, respectivamente, para o caminho e instante analisados. O valor $\hat{V}(i, j)$, estimado pela regressão, representa o valor de continuação do projeto.

Uma vez executada a regressão, comparam-se os valores de continuação obtidos com os valores de exercício no instante atual. Para todos os caminhos onde o valor de exercício é maior, exerce-se a opção de investimento e atualiza-se a regra ótima de exercício. Já para os caminhos onde o valor de continuação é maior, o fluxo de caixa é nulo e adia-se o investimento.

Em seguida, progride-se recursivamente para trás e, para cada instante, repete-se o procedimento anterior, atualizando-se a matriz de fluxos de caixa e a regra ótima de investimento. Uma vez finalizado o procedimento, aplica-se a regra ótima aos fluxos de caixa do projeto e obtêm-se o valor presente dos fluxos resultantes. O valor do projeto com a opção de espera será dado então pela média dos valores presentes obtidos em cada simulação.

3.2 Valor do Projeto sem Opção de Espera

Para se obter o valor do projeto sem a opção de espera, primeiramente deve-se calcular o valor presente do ativo de TI para o instante inicial. Para isso, calcula-se a matriz de valores do ativo para todas as datas de exercício. A seguir, calculam-se os fluxos de caixa resultantes do investimento, para a primeira data de exercício, e descontam-se novamente os valores para instante zero. Como neste caso não há opção de espera, o *payoff* do instante inicial será dado por:

$$\pi(1) = V(1) - K(1)$$

Para este procedimento, considerou-se que o exercício, assim como o fluxo de caixa, ocorrem sempre ao final de cada período. Com isso, o final do período inicial se dá no instante um. O valor do projeto sem a opção de espera é dado então pela média dos fluxos de caixa no instante inicial trazido ao valor presente.

4 Aplicação: Aquisição de um Sistema de Gerência de Estoque

Considera-se que uma empresa atacadista de autopeças esteja disposta a investir em um sistema de gerenciamento de estoque. A empresa pretende adquirir um sistema de gestão operacional de seu depósito ou armazém, também, conhecido como *Warehouse Management System* (WMS). Para isso, a empresa espera investir R\$ 300 mil, entre consultoria, *software* e *hardware*. Uma vez tendo efetuado o investimento, a empresa passaria a adquirir, desde já, os benefícios do ativo de TI. Assume-se que, se a empresa adquirisse o sistema WMS, a mesma passaria a economizar R\$50.000 por ano, entre mão de obra e gastos operacionais. Supõe-se, no entanto, que o sistema oferecido à empresa encontre-se totalmente depreciado daqui a dez anos, tornando-se obsoleto após este período. Isto significa dizer que o ativo de TI tem uma vida útil de 10 anos, e que após este período, não deverá proporcionar mais renda econômica à empresa.

O investimento tem característica irreversível e deverá ser exercido pontualmente. No entanto, admite-se que a empresa possui uma opção de adiar o investimento até o momento mais propício para a sua execução, ou até o final da vida útil do ativo de TI. Embora a opção de espera evite a possibilidade de um prejuízo, quanto mais a empresa esperar para investir, menos benefícios a mesma desfrutará, pois a vida útil do projeto é fixa.

Supõe-se que os custos e fluxos de caixa do projeto ambos sigam o movimento geométrico browniano, estando assim de acordo com o modelo anteriormente descrito. Para os custos, considerou-se uma volatilidade de 0,20, enquanto que para o fluxo de caixa, admitiu-se uma volatilidade de 0,30. O parâmetro de tendência dos fluxos de caixa foi considerado negativo e igual a -0,02. Assim, a redução dos fluxos refletirá a depreciação do ativo de TI no tempo. Já o parâmetro que mede as mudanças nos custos de ativos de TI para o projeto foi estimado baseado em uma suposição. Supôs-se que, por conta da rápida evolução tecnológica, os custos do investimento caem exponencialmente, em média, 50% a cada cinco anos. Assim, a taxa de mudança nos custos pode ser obtida da seguinte forma:

$$\exp(-\delta\tau) = 0,5 \quad \therefore \quad \exp(-5\delta) = 0,5 \quad \Rightarrow \quad -5\delta = \ln(0,5) \quad \Rightarrow \quad \delta \cong -0,14$$

A taxa livre de risco adotada foi de 5% a.a. e o prêmio de risco do fluxo de caixa foi de 3% a.a. Por simplicidade, assumiu-se que o prêmio de risco relacionado aos custos e a correlação entre custo e fluxo de caixa são ambos iguais a zero. Na tabela 1 seguir, relacionam-se os parâmetros do modelo, adotados para este exemplo:

Tabela 1: Parâmetros do exemplo numérico do projeto de aquisição de um ativo de TI

Parâmetro	Símbolo	Valor
Custo de investimento esperado	K	R\$300 mil
Taxa de mudança nos custos de ativos de TI	δ	-0,14
Volatilidade dos custos	γ	0,2
Prêmio de risco dos custos	η_{κ}	0
Fluxo de caixa estimado	C	R\$50 mil por ano
Parâmetro de tendência	α	-0,02
Volatilidade do fluxo de caixa	ϕ	0,30
Prêmio de risco do fluxo de caixa	η_c	3% a.a.
Tempo de vida útil do ativo de TI	T	10 anos
Taxa livre de risco	r	5% a.a.
Correlação entre as incertezas de custo e fluxo de caixa	ρ	0

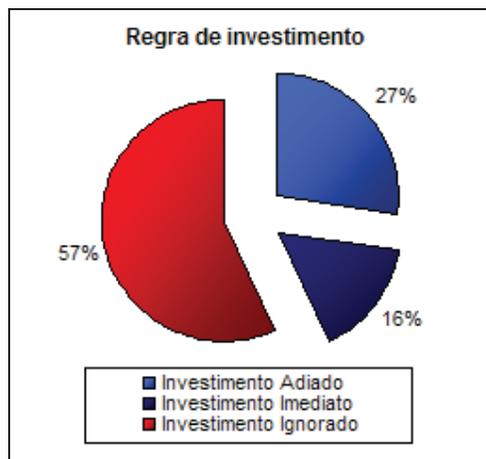
Fonte: Nascimento (2005)

4.1 Resultados Numéricos

Para se obter os resultados numéricos, utilizou-se a solução numérica descrita anteriormente. Para simulação, utilizou-se cinco repetições de uma simulação com 50.000 caminhos para se obter o valor do projeto. Com isso, o valor do projeto é dado pela média das cinco execuções. Cada intervalo de tempo foi discretizado em 10 partes, sendo que os fluxos de caixa só aparecem ao final de cada período. Da mesma forma, o investimento é exercível também ao final dos períodos. Para o cálculo do valor da oportunidade de investimento, utilizou-se como função base para as regressões um polinômio de nove termos, além de uma constante, onde foram incluídos termos cruzados das variáveis de estado e termos até o grau três.

Os resultados obtidos mostraram que o valor da oportunidade de investimento foi, em média, igual a R\$70.831, com um desvio padrão abaixo de 1%. Já a média do VPL (Valor Presente Líquido) foi bem inferior, ficando por volta dos R\$20 mil. Com isso, o valor da opção de espera representa, em média, mais de 70% do valor da oportunidade de investimento e mais que o dobro do VPL. A opção de espera é, portanto, extremamente

valiosa neste exemplo e seu valor não deve ser descartado. Uma das razões para que este valor seja tão grande está implícita na figura 2, onde se ilustra o resultado da regra ótima de investimento da simulação.



Fonte: Nascimento (2005)

Figura 2: Diagrama da regra ótima de investimento do projeto com opção de espera

Observando-se o diagrama da regra de investimento, primeiramente, nota-se que a grande maioria dos caminhos foi ignorada. Em outras palavras, dos 50.000 caminhos simulados, em mais da metade não houve sequer investimento. Sendo assim, para estes caminhos, adiou-se o investimento até o último instante e, neste, decidiu-se por adiá-lo permanentemente. Imagina-se que para o cálculo do VPL, estes caminhos tenham sido exercidos e, portanto, acumulou-se prejuízo. O fato de a opção de espera limitar estas perdas torna o valor da oportunidade bastante alto, assim como o valor da opção. Repara-se também, que o percentual de investimentos adiados é quase o dobro do percentual de exercícios imediatos. Esse fenômeno também contribuiu para o alto valor da opção de espera. Maiores detalhes sobre os resultados numéricos desta simulação, incluindo-se um estudo de análise de sensibilidade dos parâmetros do modelo, são encontrados na dissertação de mestrado de Nascimento (2005).

5 Conclusões

No presente trabalho, conseguiu-se avaliar um projeto de aquisição de um ativo de TI com êxito. Embora a aplicação elaborada não tenha sido baseada em um caso real, a quantificação de valores e resultados numéricos indica que, tecnicamente, é possível avaliar investimentos deste tipo utilizando-se o modelo e o procedimento numérico adotados. Em termos práticos, no entanto, é preciso adequar os parâmetros do modelo à realidade dos projetos. As características de investimentos reais podem incluir outras variáveis e/ou outras opções reais, desconsideradas neste estudo. Neste caso, sugere-se a extensão do modelo apresentado. Esta é uma recomendação para trabalhos futuros.

Com relação ao procedimento numérico utilizado, constatou-se que a adaptação do método LSM para avaliar a aquisição de um ativo de TI foi feita de forma bastante direta, já que o custo de investimento é incorrido de forma pontual. Analisando-se os resultados numéricos, pôde-se perceber o valor estratégico obtido através da simulação de Monte Carlo e das opções reais. Tal valor tem sublim importância para o tomador de decisões e é fundamental para a decisão de orçamentação de capital.

6 Agradecimentos

Este trabalho não teria sido concebido sem o suporte da CAPES e do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio.

7 Referências

Frota, A. E. F. (2003) Avaliação de Opções Americanas Tradicionais e Complexas. 2003. 143f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Longstaff, F.A.; Schwartz, E.S. (2001) Valuing American Options By Simulation: A Simple Least-Square Approach. *Review of Financial Studies*, v.14, n.1, pp.113-147.

Nascimento, A. F. (2005) Avaliação de Investimentos em Tecnologia da Informação: uma Perspectiva de Opções Reais. 2005. 151f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Pindyck, R.S. (1993) Investments of Uncertain Cost. *Journal of Financial Economics*. Vol. 34, pp. 53-76.

Schwartz, E.S.; Moon, M. (2000) Evaluating Research and Development Investments, in *Project Flexibility, Agency, and Competition*. Oxford University Press: New York, pp. 85-106

Schwartz, E. S.; Zozaya-Gorostiza, C. (2000) Valuation of Information Technology Investments as Real Options. In: *American Finance Association 2001 Meeting*, 2001, New Orleans. Disponível em: <<http://ssrn.com/abstract=246576>> Acesso em: 11 mar. 2004