

# INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Volume 28 — nº 2 — Dezembro 2008

Publicação Semestral

Editor Principal: José F. Oliveira  
Universidade do Porto

## Comissão Editorial

M. Teresa Almeida Inst. Sup. Econ. e Gestão	J. Rodrigues Dias Univ. de Évora	N. Maculan Univ. Fed., Rio Janeiro
C. Henggeler Antunes Univ. de Coimbra	Laureano Escudero IBM, Espanha	Rui Oliveira Inst. Superior Técnico
Marcos Arenales Univ. de São Paulo	Edite Fernandes Univ. do Minho	J. Pinto Paixão Univ. de Lisboa
Jaime Barceló Univ. de Barcelona	J. Soeiro Ferreira Univ. do Porto	M. Vaz Pato Inst. Sup. Econ. e Gestão
Eberhard E. Bischoff Univ. of Wales, Swansea	J. Fernando Gonçalves Univ. do Porto	Mauricio G. Resende AT&T Labs Research
C. Bana e Costa Inst. Superior Técnico	Luís Gouveia Univ. de Lisboa	A. Guimarães Rodrigues Univ. do Minho
M. Eugénia Captivo Univ. de Lisboa	Rui C. Guimarães Univ. do Porto	António J. L. Rodrigues Univ. de Lisboa
Domingos M. Cardoso Univ. de Aveiro	Joaquim J. Júdice Univ. de Coimbra	J. Pinho de Sousa Univ. do Porto
João Clímaco Univ. de Coimbra	J. Assis Lopes Inst. Superior Técnico	Reinaldo Sousa Univ. Católica, Rio Janeiro
J. Dias Coelho Univ. Nova de Lisboa	Carlos J. Luz Inst. Polit. Setúbal	L. Valadares Tavares Inst. Superior Técnico
João P. Costa Univ. de Coimbra	Virgílio P. Machado Univ. Nova de Lisboa	B. Calafate Vasconcelos Univ. do Porto
Ruy Costa Univ. Nova de Lisboa	Manuel Matos Univ. do Porto	L. Nunes Vicente Univ. de Coimbra
		Victor V. Vidal Techn. Univ. of Denmark



## **Mudam-se os tempos...**

Ao longo dos anos, a nossa revista desempenhou sempre um importante papel na história da APDIO. Testemunho regular da nossa capacidade enquanto comunidade científica autónoma, tem sistematicamente divulgado a actividade de muitos jovens investigadores e, tantas vezes, o trabalho dos mais experientes. Tem sido também uma forma evidente de, entre congressos, mantermos um contacto regular e de nos conhecermos melhor.

Entretanto, implacavelmente, as coisas foram mudando... a pressão de publicação em revistas internacionais, entre outros factores, conduziu a uma redução significativa do número de submissões e a um progressivo desinteresse da comunidade pela revista. A isto acrescem as dificuldades em ultrapassar fronteiras e levar a revista para outras paragens, o que obviamente lhe daria uma outra dimensão.

Simultaneamente, os elevados custos de produção e de distribuição tornaram a publicação da revista cada vez mais difícil.

Foi, por isso, decidido, suspender a publicação regular da IO, passando a sua edição a ser esporádica e a ter lugar apenas em ocasiões especiais, como por ocasião dos congressos da APDIO ou de outros encontros científicos temáticos.

É claro que esta decisão não foi fácil, até porque a IO faz parte integrante do “património” da APDIO, mas as circunstâncias não nos deixaram muitas alternativas ...

Naturalmente que, ao longo dos anos, o sucesso da revista ficou a dever-se a muitos: aos que regular ou esporadicamente para ela contribuíram com os seus artigos, aos elementos das comissões editoriais que desempenharam o papel, exigente mas fundamental, de revisores dos artigos submetidos, e muito especialmente, aos seus editores principais. A todos, o nosso muito obrigado!

Mas neste momento não posso deixar de realçar o papel decisivo dos nossos colegas Joaquim João Júdice e José Fernando Oliveira, respectivamente anterior e actual editores, responsáveis pela gestão e publicação da revista. Ao entusiasmo, dedicação e competência que puseram no exercício desta função se deve, em grande parte, o sucesso da IO, contribuindo assim de uma forma significativa para o sucesso da APDIO. Para eles, o nosso especial agradecimento!

Com esta e outras decisões, estamos a procurar resolver alguns problemas que a Associação tem vindo a enfrentar e, dessa forma, a procurar revitalizar a APDIO. Nesse esforço, contamos naturalmente com as sugestões e contribuições de todos os sócios, para sermos capazes de fazer da APDIO, um instrumento privilegiado de apoio à comunidade da IO em Portugal, e um meio eficaz de divulgação e promoção da nossa actividade, académica ou profissional.

Jorge Pinho de Sousa  
Presidente da APDIO



# Heurística Evolutiva para a Redução do Estoque em Processamento em Sistemas de Produção Flow Shop Permutacional

Marcelo Seido Nagano †  
Geraldo Ribeiro Filho ‡  
Luiz Antonio Nogueira Lorena §

† Escola de Engenharia de São Carlos  
Universidade de São Paulo  
São Carlos, São Paulo - Brasil  
drnagano@usp.br

‡ Faculdade Bandeirantes de Educação Superior  
Suzano, São Paulo - Brasil  
geraldorf@uol.com.br

§ Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
São José dos Campos, São Paulo - Brasil  
lorena@lac.inpe.br

---

## Abstract

This paper deals with the Permutation Flow Shop scheduling problem with the objective of minimizing total flow time, therefore reducing in-process inventory. An evolutionary heuristic is proposed for the scheduling problem solution. The proposed method is compared with the best results reported in the literature. Experimental results show that the new method provides better solutions regarding the solution quality.

## Resumo

Este artigo trata do problema de programação de operações em um ambiente de produção Flow Shop, tendo como objetivo minimizar o estoque em processamento. Uma heurística evolutiva é proposta para a solução do problema. Por meio de experimentação computacional, o desempenho do método proposto é avaliado e comparado com os melhores resultados reportados na literatura. Os resultados experimentais mostraram a superioridade do novo método para o conjunto de problemas tratados em relação à qualidade das soluções obtidas.

**Keywords:** Permutation Flow shop, In-process inventory, Metaheuristic, Genetic algorithm.

**Title:** Evolutionary clustering search for flowtime minimization in permutation flow shop.

## 1 Introdução

O problema tradicional de Programação Flow Shop é um problema de produção onde um conjunto de  $n$  tarefas deve ser processado, na mesma seqüência, por um conjunto de  $m$  máquinas. Quando a ordem de processamento em todas as máquinas for a mesma, tem-se o ambiente de produção Flow Shop Permutacional, onde o número de possíveis programações para  $n$  tarefas é  $n!$ .

O problema consiste em obter uma seqüência das tarefas que otimiza uma determinada medida de desempenho. Nos modelos para solução do problema, as medidas usuais referem-se à minimização da duração total da programação (*makespan*), associada à utilização eficiente dos recursos produtivos, e à minimização da soma dos tempos de fluxo das tarefas (*total flow time*) associados à redução do estoque em processamento, sendo esta última a medida adotada neste trabalho.

Este problema de programação da produção é NP-hard (Garey et al., 1976 e Rinnooy Kan, 1976), e portanto, a busca por uma solução ótima apresenta importância mais teórica do que prática, direcionando as pesquisas para o desenvolvimento de métodos heurísticos e metaheurísticos, sendo os mais recentes descritos sucintamente a seguir.

## 2 Métodos Heurísticos para Minimização da Soma dos Tempos de Fluxo das Tarefas

Atualmente na literatura os métodos heurísticos podem ser divididos em duas grandes classes: os métodos heurísticos construtivos e os melhorativos.

Na literatura os primeiros métodos heurísticos construtivos para o problema foram as heurísticas propostas por Gupta (1972), Miyazaki et al. (1978), Rajendran e Chaudhuri (1991) e Rajendran (1993). Rajendran e Chaudhuri desenvolveram três heurísticas que obtiveram melhor desempenho que os métodos heurísticos propostos por Gupta e Miyazaki, tanto em termos da qualidade de solução como também quanto ao esforço computacional.

Ho (1995) propôs uma heurística composta de diferentes iterações no processo de melhoria de uma solução inicial, a partir da obtenção de um ótimo local por permutação de pares de tarefas adjacentes, melhorando a solução com movimentos de inserção de tarefas. Tal método heurístico apresentou desempenho melhor que os anteriores reportados na literatura, embora, como esperado, com desvantagem quanto ao tempo de computação, pelo fato de não ser uma heurística construtiva, apresentando semelhanças com metaheurísticas como Simulated Annealing e Busca Tabu.

Rajendran e Ziegler (1997) propuseram a heurística *RZ*, que consiste de duas fases: na primeira, uma seqüência inicial é gerada utilizando uma regra de prioridade similar ao *shortest weighted total processing time*; na segunda fase, a seqüência inicial obtida é melhorada por meio de inserções das tarefas em seqüências parciais, sucessivamente obtidas.

Wang et al. (1997) desenvolveram duas heurísticas denominadas *LIT* (*less idle time*) e *SPD* (*smallest process distance*). Suas heurísticas não são comparadas com as existentes, mas sim com um limitante inferior do tempo médio de fluxo, proposto por Ahmadi e Bagchi (1990).

Woo e Yim (1998) desenvolveram uma heurística denominada *WY*, comparando seu desempenho com a heurística de Rajendran (1993), e também com adaptações do *NEH*

(Nawaz et al., 1983) e *CDS* (Campbell et al., 1970) para o critério de minimização do tempo médio de fluxo. Eles verificaram que seu método apresentava desempenho superior aos outros, principalmente comparado com Rajendran.

Liu e Reeves (2001) apresentaram uma heurística flexível construtiva  $H(x)$ , que produzia  $x$  programas ( $x=1,2,..n$ ). O procedimento heurístico construía uma solução  $S$  adicionando tarefas uma de cada vez obtidas de um conjunto  $U$  de tarefas não programadas. As tarefas em  $U$  eram classificadas de acordo com uma função de índice que dependia do número de tarefas já seqüenciadas. A função de índice era uma combinação ponderada entre o tempo total de máquina parada e o tempo total de fluxo.

Allahverdi e Aldowaisan (2002) apresentaram sete heurísticas denominadas  $IHx$  ( $x=1,2,..,7$ ). O melhor desempenho foi alcançado pela heurística  $IH7$ , constituída de três fases. Na primeira fase, uma solução inicial é obtida aplicando-se a heurística  $WY$  (Woo e Yim, 1998). Esta primeira solução é utilizada na segunda fase como seqüência inicial para a heurística  $RZ$  (Rajendran e Ziegler, 1997). Finalmente, a segunda solução é melhorada por meio de uma busca local, com procedimentos de permutação nas posições das tarefas.

Framinan e Leisten (2003) propuseram o método denominado  $FL-IH7$ , inicialmente denominado  $IH7-proposed$ , que consiste em uma extensão do  $IH7$ . A diferença relevante situa-se na obtenção da solução inicial do processo de três fases do  $IH7$ . No  $FL-IH7$  tal solução inicial é obtida por um método construtivo que utiliza inicialmente o mesmo procedimento de obtenção de seqüências parciais do  $NEH$  (Nawaz et al., 1983), porém, ordenando as tarefas de acordo com a soma dos tempos de processamento não-decrescentes. A seguir, as seqüências parciais são melhoradas por um procedimento de busca completa nas respectivas vizinhanças de permutação. Por meio de uma experimentação computacional constatou-se que o  $FL-IH7$  apresenta um desempenho melhor quando comparado com o  $IH7$  original.

Framinan et al. (2005) apresentaram uma extensão da pesquisa realizada por Framinan e Leisten (2003). Na pesquisa as heurísticas *proposed* e  $IH7-proposed$  são respectivamente renomeadas para  $FL$  e  $IH7-FL$ . Os autores apresentam duas novas heurísticas compostas, nomeadas de  $C1$  e  $C2$ . As novas heurísticas  $C1$  e  $C2$  são comparadas com as heurísticas  $FL$  e  $IH7-FL$  e também com a original heurística  $IH7$  de Allahverdi e Aldowaisan (2002). Os resultados da experimentação computacional mostraram que as heurísticas existentes apresentam desempenho inferior que a heurística  $C2$ .

Li et al. (2009) propuseram uma nova heurística com a aceleração do cálculo do tempo total de fluxo, onde uma nova seqüência gerada é resultante da composição de duas subseqüências. Três heurísticas compostas são apresentadas ( $ICH1$ ,  $ICH2$  e  $ICH3$ ), e os resultados computacionais mostraram que a heurística  $ICH3$  apresentou os melhores resultados, além de maior eficiência computacional, quando comparada a outros métodos existentes na literatura.

Mais recentemente, Nagano e Moccellini (2008) apresentaram um novo método heurístico denominado *NM-flowtime*. A heurística proposta é composta de três fases. Na primeira as tarefas são ordenadas de acordo com os valores não-decrescentes das somas dos tempos de processamento para cada tarefa em todas as máquinas. A segunda fase utiliza-se o método de inserção de tarefas semelhante ao método  $NEH$  (Nawaz et al., 1983) para obtenção da solução inicial. Finalmente, a solução inicial é melhorada utilizando procedimentos de busca local baseado em vizinhanças de permutação e inserção de tarefas para as parciais seqüências obtidas.

Em relação aos métodos melhorativos, Rajendran e Ziegler (2004) desenvolveram dois métodos metaheurísticos baseado no algoritmo de otimização de colônia de formigas (*Ant-*

*colony algorithm* (Stuetzle, 1998)). O primeiro método estende a idéia do algoritmo de colônia de formigas, chamado de *MMAS* (*max-min ant system*), incorpora a sugestão proposta por Merkle e Middendorf (2000) e uma nova proposta de busca local (*M-MMAS*). O segundo método é chamado de *PACO* (*proposed ant-colony algorithm*). Os métodos foram avaliados com os 90 problemas (*benchmark*) de Taillard (1993). Os resultados obtidos mostraram que os dois métodos de colônia de formigas obtiveram melhores resultados em média, que o *MMAS* para o critério de minimização do *makespan*.

Considerando o critério de minimização da soma total dos tempos de fluxos das tarefas em relação às melhores soluções dos problemas de Taillard (1993) apresentados por Liu e Reeves (2001), os algoritmos de colônia de formigas denominados de *M-MMAS* e *PACO* obtiveram melhores resultados, mostrando serem claramente superiores em comparação as heurísticas de Liu e Reeves e também em relação as melhores soluções reportadas em seu trabalho.

Recentemente, Tasgetiren et al., (2007) apresentaram uma metaheurística *PSO* (*particle swarm optimization*) para os mesmos problemas apresentados por Rajendran e Ziegler (2004). Em sua pesquisa uma regra heurística chamada *SPV* (*smallest position value*) proposto por Bean (1994) foi desenvolvida para habilitar o *PSO* à aplicação aos problemas de sequenciamento. Adicionalmente, uma eficiente busca local, chamada de *VNS* (*variable neighborhood search*) é incorporada ao *PSO*. O método foi testado para os problemas (*benchmark*) de Taillard (1993) e também para os problemas (*benchmark*) Watson et al. (2002). Para o critério de minimização da soma total dos tempos de fluxos verifica-se que as soluções obtidas são melhores quando comparadas a Liu e Reeves (2001) e Rajendran e Ziegler (2004).

De acordo com a revisão da literatura efetuada na pesquisa relatada neste trabalho, o método *PSO<sub>VNS</sub>* proposto por Tasgetiren et al. (2007) é o melhor método metaheurístico em termos de qualidade da solução para a Programação Flow Shop Permutacional com o critério de minimização da soma total dos tempos de fluxo da tarefa.

### **3. Heurística Evolutiva para o Problema de Flow Shop Permutacional**

Neste trabalho foi utilizada uma heurística evolutiva (HE) com base nos clássicos Algoritmos Genéticos (AG), aplicada ao problema de programação Flow Shop Permutacional.

A representação usada na HE para os cromossomos foi um vetor com  $n$  posições, indicando diretamente a seqüência de tarefas da solução. O tamanho da população da HE foi definido como fixo, com 500 indivíduos.

Como a qualidade dos indivíduos da população inicial é de grande importância nos resultados dos AG, para garantir esta qualidade, no processo de inicialização da população foi utilizada a variação da heurística de *NEH* (Nawaz et al. (1983)). Na heurística *NEH* original, inicialmente um conjunto de  $n$  tarefas é ordenado de acordo com os valores não-decrescentes da soma dos tempos de processamento em todas as máquinas, em seguida, as duas primeiras tarefas da ordenação são seqüenciadas de modo a diminuir a soma do tempo total de fluxo desta seqüência parcial, as demais tarefas, a partir da terceira, são então inseridas (uma a uma) em uma posição da seqüência parcial que leve à menor soma total do tempo de fluxo das tarefas. Na variação usada neste trabalho, após a ordenação, as duas primeiras tarefas a serem seqüenciadas são definidas aleatoriamente entre as  $n$  tarefas do problema.

O primeiro indivíduo inserido na população inicial foi gerado pelo procedimento *NEH* original, em seguida um número de indivíduos dado por  $\text{Min} \{(n*(n-1)/2)/2, 0,5*500\}$  foram gerados pela variação do *NEH* acima descrita.

Portanto, no máximo 50% dos indivíduos da população inicial foram produzidos com a heurística *NEH* e sua variação. Com o objetivo de garantir diversidade na população inicial, os indivíduos restantes foram gerados com permutações aleatórias das  $n$  tarefas.

A avaliação dos indivíduos foi feita diretamente pelo critério de minimização da soma do tempo total de fluxo das tarefas, e a rotina de inserção de indivíduos manteve a população ordenada, com o melhor indivíduo (aquele com a menor soma total do tempo de fluxo) ocupando a primeira posição na população. Esta mesma rotina de inserção também não permitia a inserção de indivíduos repetidos na população.

Como critério de parada do processo evolutivo foi adotado o número máximo de 100 iterações ou o número de 20 iterações sucessivas sem que nenhum novo indivíduo fosse inserido na população. O número de tentativas de inserção de novos indivíduos a cada iteração foi igual a 50 (10% do tamanho da população).

A cada tentativa de gerar um novo indivíduo dois pais eram selecionados na população, um deles entre os melhores 40% da população, chamado de indivíduo base, e outro entre todos da população, chamado de indivíduo guia. Um processo de cruzamento, ou recombinação, conhecido *BOX (Block Order Crossover)* (Syswerda, 1989), foi então usado para gerar os novos indivíduos. Nesta técnica, os indivíduos pais são combinados através da cópia aleatória de blocos de genes de ambos os pais, o que resulta na geração de um único filho contendo a carga genética dos pais. Neste trabalho, o filho foi gerado com 50% dos genes de cada pai. A figura 1 ilustra o esquema de recombinação *BOX*.

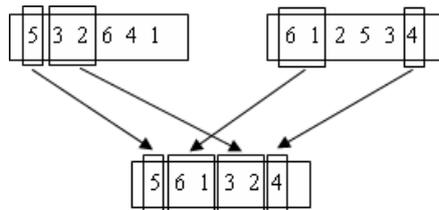


Figura 1: Recombinação *BOX*

Após a recombinação, o novo indivíduo tinha 60% de probabilidade de passar por um processo de melhoria na forma de uma busca local *LS1*, conforme apresentada na figura 2.

```

Busca_LS1(Solução_inicial)
{
  sa = Solução_inicial; // solução atual
  Fim = Falso;
  Enquanto (Fim == Falso) {
    vp = Vizinhaça_permutação(sa);
    sp = Varre vp até que sp seja melhor que sa
        ou sp seja o melhor em vp;
    vi = Vizinhaça_inserção(sa);
    si = Varre vi até que si seja melhor que sa
        ou si seja o melhor em vi;
    Se (sp é melhor que si e sa)
      sa = sp;
    Senão
      Se (si é melhor que sp e sa)
        sa = si;
      Senão
        Fim = Verdadeiro;
  }
  Retorna(sa);
}

```

Figura 2: Busca local de melhoria dos indivíduos

Esta busca por uma solução melhorada foi feita por um processo híbrido que utiliza dois tipos de vizinhança (de permutação e de inserção). Na vizinhança de permutação todos os possíveis pares de genes do cromossomo são trocados, gerando assim  $n*(n-1)/2$  novos cromossomos. Na vizinhança de inserção, cada gene é removido de sua posição e inserido em todas as possíveis posições entre os demais genes, deslocando-os para preencher a posição deixada por ele, gerando assim  $n*(n-1)$  novos cromossomos.

Cada novo indivíduo, melhorado pela busca *LS1* na maioria das vezes, e que não fosse idêntico a nenhum indivíduo já pertencente à população, era inserido na população em uma posição referente à sua avaliação, provocando assim a remoção do pior indivíduo presente na população até aquele momento. Portanto, o processo evolutivo eventualmente atualizava a população a cada novo indivíduo gerado.

No final das iterações, o primeiro indivíduo da população era a melhor solução obtida até aquele momento.

#### 4. Experimentação Computacional e Métodos de Análise

Para a avaliação do desempenho do método proposto, foram realizados testes utilizando os problemas de Taillard (1993) com  $n$  igual 20, 50 e 100 tarefas e  $m$  igual 5, 10 e 20 máquinas, conforme utilizados por Liu e Reeves (2001), Rajendran e Ziegler (2004), Li et al. (2009) e Tasgetiren et al. (2007).

Para este trabalho, o algoritmo foi codificado em linguagem C e processado em um microcomputador Pentium IV de 3.0 GHz, com 1 GByte de RAM.

As estatísticas usadas para avaliar o desempenho do método foram a Porcentagem de Sucesso e o Desvio Relativo Médio. A primeira é definida pelo quociente entre o número total de problemas para os quais o método obteve a melhor soma total dos tempos de fluxo das tarefas, e o número total de problemas resolvidos. A segunda quantifica o desvio relativo ( $DR_h$ ) que o método  $h$  obtém em relação à melhor soma dos tempos de fluxo das tarefas obtido para um mesmo problema, sendo calculado por:

$$DR_h = \frac{(F_h - F_*)}{F_*} \quad (1)$$

Onde:

$F_h$  : soma dos tempos de fluxo das tarefas obtido pelo método  $h$ ;

$F_*$  : melhor soma dos tempos de fluxo das tarefas obtido pelos métodos para um determinado problema.

## 5. Análise dos Resultados

Para avaliação do desempenho, os resultados da heurística evolutiva HE foram comparados com dois algoritmos baseados em colônias de formigas (*M-MMAS* e *PACO*), apresentados por Rajendran e Ziegler (2004), e um método baseado em enxame de partículas (*PSO*) apresentado por Tasgetiren et al. (2007). Os resultados principais são apresentados nas tabelas 1 e 2.

A tabela 1 apresenta a melhor solução obtida com os métodos. Verifica-se assim a superioridade do novo método HE para o conjunto de problemas avaliados. Para o total de 90 problemas HE apresentou a melhor solução em 79 problemas o que corresponde a 87,8% do total de problemas, sendo que 57 soluções são inéditas (63,3%).

A tabela 2 apresenta a porcentagem de sucesso por classes de problemas. Pode-se verificar que o método HE apresentou porcentagens de sucesso entre 60% e 100%. A tabela 2 mostra ainda que a diferença entre os desvios relativos médios do método HE e os desvios dos outros métodos é bem acentuada, consubstanciando a superioridade do método proposto, já mostrada pelas porcentagens de sucesso.

Tabela 1: Melhores soluções obtidas para os problemas de Taillard

$n$	$m$	<i>M-MMAS</i>	<i>PACO</i>	<i>PSO<sub>uns</sub></i>	HE
20	5	14056	14056	14033	14033
		15151	15214	15151	15151
		13416	13403	13301	13301
		15486	15505	15447	15447
		13529	13529	13529	13529
		13139	13123	13123	13123
		13559	13674	13548	13548
		13968	14042	13948	13948
		14317	14383	14295	14295
		12968	13021	12943	12943
20	10	20980	20958	20911	20911
		22440	22591	22440	22440
		19833	19968	19833	19833
		18724	18769	18710	18710
		18644	18749	18641	18641
		19245	19245	19249	19245
		18376	18377	18363	18363
		20241	20377	20241	20241
		20330	20330	20330	20330
		21320	21323	21320	21320
20	20	33623	33623	34975	33623
		31604	31597	32659	31587
		33920	34130	34594	33920
		31698	31753	32716	31661
		34593	34642	35455	34557
		32637	32594	33530	32564
		33038	32922	33733	32922
		32444	32533	33008	32412

		33625	33623	34446	33600
		32317	32317	33281	32262
50	5	65768	65546	65058	64924
		68828	68485	68298	68239
		64166	64149	63577	63500
		69113	69359	68571	68469
		70331	70154	69698	69599
		67563	67664	67138	67041
		67014	66600	66338	66411
		64863	65123	64638	64565
		63735	63483	63227	63068
		70256	69831	69195	69144
50	10	89599	88942	88031	87683
		83612	84549	83624	83535
		81655	81338	80609	80493
		87924	88014	87053	86934
		88826	87801	87263	86893
		88394	88269	87255	87027
		90686	89984	89259	89304
		88595	88281	87192	87316
		86975	86995	86102	86280
		89470	89238	88631	88534
50	20	127348	126962	128622	126315
		121208	121098	122173	119502
		118051	117524	118719	116910
		123061	122807	123028	121031
		119920	119221	121202	118914
		122369	122262	123217	121087
		125609	125351	125586	123340
		124543	124374	125714	123005
		124059	123646	124932	122428
		126582	125767	126311	124785
100	5	257025	257886	254762	255023
		246612	246326	245315	243943
		240537	241271	239777	239002
		230480	230376	228872	228928
		243013	243457	242245	241659
		236225	236409	234082	234172
		243935	243854	242122	241753
		234813	234579	232755	232315
		252384	253325	249959	249680
		246261	246750	244275	244287
100	10	305004	305376	303142	301176
		279094	278921	277109	277082
		297177	294239	292465	290994
		306994	306739	304676	304427
		290493	289676	288242	287657
		276449	275932	272790	273065
		286545	284846	282440	282467
		297454	297400	293572	294119
		309664	307043	305605	304964
		296869	297182	295173	294446
100	20	373756	372630	374351	371391
		383614	381124	379792	376383
		380112	379135	378174	374599
		380201	380765	380899	378550
		377268	379064	376187	374429
		381510	380464	379248	377567
		381963	382015	380912	378367
		393617	393075	392315	389680
		385478	380359	382212	380152
		387948	388060	386013	383928

Tabela 2: Porcentagem de sucesso <sup>a</sup> e Desvio relativo médio (%) <sup>b</sup>

<i>n</i>	<i>m</i>	<i>M-MMAS</i>	<i>PACO</i>	<i>PSO<sub>uns</sub></i>	<i>HE</i>
20	5	20 <sup>a</sup>	20	100	100
		0,1975 <sup>b</sup>	0,4544	0,0000	0,0000
20	10	60	20	90	100
		0,0492	0,3235	0,0021	0,0000
20	20	20	20	0	100
		0,1195	0,1892	2,8278	0,0000
50	5	0	0	10	90
		1,1302	0,9450	0,2452	0,0110
50	10	0	0	30	70
		1,4196	1,1569	0,1841	0,0248
50	20	0	0	0	100
		1,2852	0,9780	1,8421	0,0000
100	5	0	0	30	60
		0,8733	0,9921	0,1638	0,0170
100	10	0	0	10	70
		1,2714	0,9834	0,2189	0,0230
100	20	0	0	0	100
		1,0678	0,8361	0,6627	0,0000

## 6. Considerações Finais

Os resultados experimentais mostraram que o método heurístico evolutivo HE apresentou desempenho superior em comparação aos métodos reportados na literatura para a solução do problema de programação da produção flow shop com minimização da soma total dos tempos de fluxos das tarefas.

O problema clássico de seqüenciamento de tarefas em um ambiente de produção flow shop tem sido objeto de intensos esforços de pesquisa nos últimos 50 anos e, para fins práticos, tal problema pode ser considerado já resolvido. Entretanto, tendo em vista sua complexidade, ainda permanece como uma direção de pesquisa a busca de métodos heurísticos e metaheurísticos cada vez mais eficazes quanto à qualidade da solução.

A realização da pesquisa relatada neste trabalho foi motivada pelas considerações acima, procurando resgatar as características essenciais de um método metaheurístico, ou seja, adequado equilíbrio entre a qualidade da solução e a eficiência computacional, simplicidade e facilidade de implementação.

## 7. Referências

- Ahmadi, R. H., Bagchi, U. (1990) Improved Lower Bounds for Minimizing the Sum of Completion Times of N Jobs over M Machines, *European Journal of Operational Research*, Vol. 44 , No. 3, pp. 331-336.
- Allahverdi, A., Aldowaisan, T. (2002) New Heuristics to Minimize Total Completion Time in M-Machine Flowshops, *International Journal of Production Economics*, Vol. 77 , No. 1, pp. 71-83.
- Bean, J. C. (1994) Genetic Algorithm and Random Keys for Sequencing and Optimization, *ORSA Journal on Computing*, Vol. 6, No. 2, pp. 154-160.
- Campbell, H. G., Dudek, R. A., Smith, M. L. (1970) A Heuristic Algorithm for N-Job, M-Machine Sequencing Problem, *Management Science*, Vol. 16, No. 10, pp. 630-637.
- Framinan J. M., Leisten, R., Ruiz-Usano R. (2005) Comparison Of Heuristics for Flowtime Minimisation in Permutation Flowshop, *Computer and Operations Research*, Vol. 32, No.5, pp. 1237-1254.

- Framinan, J. M., Leisten, R. (2003) An Efficient Constructive Heuristic for Flowtime Minimisation in Permutation Flow Shop, *OMEGA*, Vol. 31, No. 4, pp. 311-317.
- Garey, M. R., Johnson, D. S., Sethi, R. (1976) The Complexity of Flowshop and Jobshop Scheduling, *Mathematics of Operations Research*, Vol. 1, No.2, pp.117-129.
- Gupta, J. N. D. (1972) Heuristic Algorithms for Multistage Flowshop Scheduling Problem, *IIE Transactions*, Vol. 4, No. 1, pp.11-18.
- Ho, J. C. (1995) Flowshop Sequencing with Mean Flowtime Objective, *European Journal of Operational Research*, Vol. 81, No. 3, pp. 571-578.
- Li, X., Wang, Q., Wu, C. (2009) Efficient Composite Heuristics for Total Flowtime Minimization in Permutation Flow Shops, *Omega*, Vol. 37, No. 1, pp. 155-164.
- Liu, J., Reeves C. R. (2001) Constructive and Composite Heuristic Solutions to the  $P//\sum C_i$  Scheduling Problem, *European Journal of Operational Research*, Vol. 132, No. 2, pp. 439-452.
- Merkle, D., Middendorf, M. (2000) An Ant Algorithm with a New Pheromone Evaluation Rule for Total Tardiness, In: *Proceedings of the Evo Workshops*, In: *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 1803, Springer-Verlag, Berlin, pp.290-299.
- Miyazaki, S., Nishiyama, N., Hashimoto, F. (1978) An Adjacent Pairwise Approach to the Mean Flow-Time Scheduling Problem, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 21, No. 2, pp. 287-299.
- Nagano, M. S., Moccellini, J. V. (2008) Reducing Mean Flow Time in Permutation Flow Shop. *Journal of the Operational Research Society*, Reducing mean flow time in permutation flow shop, Vol. 59, No. 7, pp. 939-945.
- Nawaz, M., Enscore, E. E., Ham, I. (1983) A Heuristic Algorithm for the M-Machine, N-Job Flow-Shop Sequencing Problem, *OMEGA*, Vol. 11, No.1, pp. 91-95.
- Rajendran, C. (1993) Heuristic Algorithm for Scheduling in a Flowshop to Minimise Total Flowtime, *International Journal Production Economics*, Vol. 29, n. 1, p.65-73.
- Rajendran, C., Chaudhuri, D. (1991) An Efficient Heuristic Approach to the Scheduling of Jobs in a Flowshop, *European Journal of Operational Research*, Vol. 61, No. 1, pp. 318-325.
- Rajendran, C., Ziegler H. (2004) Ant-Colony Algorithms for Permutation Flowshop Scheduling to Minimize Makespan/Total Flowtime of Jobs, *European Journal of Operational Research*, Vol. 155, No. 2, pp. 426-438.
- Rajendran, C., Ziegler, H. (1997) An Efficient Heuristic for Scheduling in A Flowshop to Minimize Total Weighted Flowtime Of Jobs, *European Journal of Operational Research*, Vol. 103, No. 1, pp. 129-138.
- Rinnooy Kan, A. H. G. (1976) *Machine Scheduling Problems: Classification, Complexity, and Computations*. The Hague, Nijhoff.
- Stützle, T. (1998) *Applying Iterated Local Search to the Permutation Flowshop Problem*. Technical Report, AIDA 98-04, Darmstad University of Technology, Computer Science Department, Intelletics Group, Darmstad, Germany.
- Syswerda, G. (1989) Uniform Crossover in Genetic Algorithms. In: *International Conference on Genetic Algorithms (ICGA)*, Virginia, USA, pp. 2-9.
- Taillard, E. (1993) Benchmarks for Basic Scheduling Problems. *European Journal of Operational Research*, Vol. 64, No. 2, pp. 278-285.
- Tasgetiren, M. F., Liang, Y. C., Sevkli, M., Gencyilmaz, G. (2007) A Particle Swarm Optimization Algorithm for Makespan and Total Flowtime Minimization in the Permutation Flowshop Sequencing Problem, *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, pp.1930-1947.
- Wang, C., Chu, C., Proth, J. M. (1997) Heuristic Approaches for N/M/F/ $\sum C_i$  Scheduling Problems, *European Journal of Operational Research*, Vol. 96, No. 3, pp. 636-644.
- Watson, J. P., Barbulescu, L., Whitley L. D., Howe, A. E. (2002) Contrasting Structured and Random Permutation Flowshop Scheduling Problems: Search Space Topology and Algorithm

Performance, *Inform Journal on Computing*, Vol. 14, No. 2, pp. 98-123.

Woo, D. S., Yim H. S. (1998) A Heuristic Algorithm for Mean Flowtime Objective in Flowshop Scheduling, *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 3, pp. 175-182.



# Usos Múltiplos da Água no Empreendimento de Alqueva: Uma Abordagem Multi-Objectivo

Rui Fragoso †  
Vladimir Bushenkov ‡  
Carlos Marques \*

† Universidade de Évora, Departamento de Gestão, Instituto de Ciências Agrárias Mediterrânicas (ICAM), Centro de estudos e Formação Avançada em Gestão e Economia (CEFAGE)  
[rfragoso@uevora.pt](mailto:rfragoso@uevora.pt)

‡ Universidade de Évora, Departamento de Matemática, Centro de Investigação em Matemática Aplicada (CIMA)  
[bushen@uevora.pt](mailto:bushen@uevora.pt)

\* Universidade de Évora, Departamento de Gestão, Instituto de Ciências Agrárias Mediterrânicas (ICAM), Centro de estudos e Formação Avançada em Gestão e Economia (CEFAGE)  
[cmarques@uevora.pt](mailto:cmarques@uevora.pt)

---

## Abstract

The Alqueva project foresees water supplies for irrigation, electric energy production, urban-industrial consumption, ecological and environmental aims. These multi-purpose water uses compete among themselves. It raises the problem of water resource distribution among different users while maintaining good environmental conditions in the Guadiana river basin. The objective of the present study is to formulate criteria and to develop a methodology of efficient water use. The proposed methodology is based on the Feasible Goals Method/Interactive Decision Maps (FGM/IDM) technique applied to a linear multi-objective model of the Alqueva water system.

## Resumo

O Empreendimento de Fins Múltiplos de Alqueva, prevê o abastecimento de água à agricultura, a produção de energia hidroelétrica, o consumo urbano-industrial e o aproveitamento da albufeira de Alqueva para fins náuticos e de turismo e lazer, o que coloca o problema da partilha da água entre os utilizadores e do seu uso sustentável na bacia hidrográfica do Rio Guadiana. O artigo tem por objectivo desenvolver uma metodologia que permita definir critérios de uso eficiente da água entre os utilizadores. A metodologia utilizada baseia-se no desenvolvimento de um modelo multi-objectivo adaptado às condições de utilização da água nos diferentes usos. Para a análise e selecção das soluções óptimas Pareto recorre-se à técnica do Método dos Objectivos Atingíveis/Mapas Interactivos de Decisão (FGM/IDM).

**Keywords:** water management, Alqueva, multiple objective programming, feasible goals method, decision support systems.

**Title:** Multi-purpose use of water in the Alqueva project: a multi-objective programming approach.

## 1 Introdução

O Empreendimento de Fins Múltiplos de Alqueva (EFMA) constitui, para a Região Alentejo no Sul de Portugal, uma operação de desenvolvimento centrada no recurso água. Com uma capacidade de armazenamento útil de 3,35 mil hm<sup>3</sup>, a Barragem de Alqueva é a principal infra-estrutura do empreendimento, que permite aumentar consideravelmente a disponibilidade de água no Sul do País e em especial na Região Alentejo, constituindo uma reserva estratégica de água capaz de ultrapassar os efeitos das secas prolongadas e de criar condições de abastecimento regular às populações e às actividades económicas. Para além da regularização do rio Guadiana em Portugal e do abastecimento urbano-industrial, o EFMA prevê a instalação de novos regadios e a produção de energia hidroeléctrica.

O sector urbano-industrial inclui o abastecimento de água domiciliário à região e, eventualmente, também à península de Setúbal, ao Sotavento Algarvio e à Baixa da Andaluzia em Espanha, o que poderá beneficiar mais de 200 mil pessoas, e o abastecimento de água à indústria e ao sector do turismo (HP, 1995).

No âmbito da valia agrícola prevê-se a instalação de 110 mil hectares de regadio nos melhores solos do Alentejo. O sistema de rega integra, para além da Barragem de Alqueva, mais quinze barragens de regularização e subdivide-se em três subsistemas: cerca de 64% da área beneficiada com regadio pertence ao subsistema de Alqueva que com origem de água na Barragem de Alqueva beneficiará as zonas do Baixo Alentejo a Oeste de Beja e do Alentejo Central; cerca de 27% está afecto ao subsistema de Pedrógão que com origem de água na albufeira de Pedrógão irá permitir regar zonas do Baixo Alentejo a Este de Beja até ao rio Guadiana; e os restantes 9% relativos ao subsistema do Ardila também com origem de água na albufeira de Pedrógão permitirão a rega na margem esquerda do Guadiana, nos concelhos de Moura e Serpa.

Desde há muito que um dos principais objectivos do EFMA é a produção de energia hidroeléctrica. A Barragem de Alqueva integra uma central hidroeléctrica com uma potência instalada de 240 GWh e que desde o início da sua exploração em 2004 até ao final de 2006 já produziu mais de 400 GWh para a rede eléctrica nacional (EDIA, 2006). A energia é produzida na Barragem de Alqueva e a água é conduzida pelo Rio Guadiana até à albufeira de Pedrógão. Aí, pode ser utilizada novamente para abastecimento urbano-industrial e na rega dos sub-sistemas de Pedrógão e da margem esquerda do Guadiana ou, caso seja necessário, ser novamente recuperada por bombagem inversa para a Barragem de Alqueva.

O uso múltiplo da água em Alqueva coloca o problema da partilha do recurso entre os diferentes sectores utilizadores e em especial entre os de maior consumo, como a agricultura e o ambiente que exige níveis mínimos de água na albufeira de Alqueva e de caudais ecológicos no rio Guadiana, ou eventualmente a produção de energia hidroeléctrica. Numa região, como o Alentejo em que água é necessariamente um bem escasso, este problema deve ser abordado de forma integrada, considerando simultaneamente todos os usos da água e os conflitos que se geram entre si na competição pelo recurso.

O Relatório da Organização das Nações Unidas sobre o Desenvolvimento Humano de 2006 (ONU, 2006), sublinha que a gestão da água e dos recursos relacionados com a sua utilização, deve ser realizada de forma integrada de modo permitir maximizar os resultados económicos e o bem-estar social, sem comprometer a sustentabilidade vital dos ecossistemas. Este conceito, constitui uma revolução na governação da água, sendo talvez a principal desde a Conferência Internacional da Água de 1992. O conceito de

gestão integrada da água estabelece como orientações o princípio ecológico, o princípio institucional e o princípio económico.

O princípio ecológico defende que a gestão da água deve ser preconizada ao nível da bacia hidrográfica e não de forma independente pelas instituições que representam os diferentes sectores utilizadores e por razões ambientais deve incorporar simultaneamente a gestão da terra. De acordo com o princípio institucional, a gestão da bacia hidrográfica deve privilegiar o diálogo e a participação de todos intervenientes. O princípio económico pretende uma maior utilização dos princípios económicos de valorização da água como instrumento de promoção da eficiência da sua utilização.

O ponto de partida para a gestão integrada de recursos hídricos, é que a água deve ser tratada como um único recurso ambiental e deve ser distribuída pelos seus diferentes sectores utilizadores com base em políticas públicas coerentes, que tenham em conta as necessidades, a equidade no acesso e os limites ecológicos do uso da água, nomeadamente, o facto do ambiente ser tratado com um sector utilizador com os seus próprios direitos de acesso à água.

A afecção da água no EFMA entre a agricultura, a produção de energia eléctrica, os usos ambientais e o consumo urbano-industrial e os efeitos na qualidade da água, configuram um complexo problema de índole social, económica e ambiental. Neste âmbito, o objectivo deste artigo é propor e testar uma metodologia que considere simultaneamente os objectivos múltiplos da utilização da água e princípios de negociação na sua afectação eficiente. Para o efeito foi utilizado a técnica do Método dos Objectivos Atingíveis/Mapas Interactivos de Decisão (Feasible Goals Method/Interactive Decision Maps), que permite analisar todo o conjunto de soluções óptimas Pareto resultantes da optimização multi-objectivo (Lotov et al., 2004).

Para além desta introdução, o artigo compreende mais três partes: a metodologia, que apresenta o Método dos Objectivos Atingíveis e o modelo de programação multi-objectivo utilizado para modelar a utilização da água no EFMA; os resultados, de que consta a análise e discussão dos compromissos entre os objectivos múltiplos do uso da água; e por último a conclusão, onde se processa a escolha da solução final de compromisso e se identifica as suas consequências em termos dos objectivos múltiplos de utilização da água.

## **2 Metodologia**

### **2.1 O método FGM/IDM**

Os problemas de decisão estão geralmente relacionados com um número infinito de soluções possíveis, que não podem de ser analisadas na sua totalidade. O procedimento usual consiste em considerar apenas um número reduzido de soluções possíveis. A sua escolha é normalmente realizada por especialistas influenciados pelos seus próprios interesses e objectivos. Corre-se assim o risco das soluções escolhidas não interessarem aos decisores e de resultarem na fraca aplicabilidade das técnicas de apoio à decisão aos problemas reais. Uma das formas possíveis de resolver este problema é o Método dos Objectivos Atingíveis (Feasible Goals Method – FGM) introduzido por Lotov (1973) com base em Gass et Saaty (1955).

O método dos objectivos atingíveis possibilita a apresentação, numa forma explícita, da informação agregada contida num modelo de decisão multi-objectivo para qualquer nível de análise. Este método permite fazer a descrição de todas as soluções possíveis para todos os objectivos considerados. No caso do modelo linear, o conjunto dos valores

atingíveis das funções objectivo lineares pode ser descrito na forma de um poliedro, que resulta da intercepção de um número finito de semi-planos. Se forem utilizadas funções objectivo não lineares, o método constrói uma aproximação do conjunto das soluções atingíveis.

Em Bushenkov et Lotov (1980) descreve-se a primeira implementação do sistema de software utilizando este método. Posteriormente o método foi aplicado em vários estudos entre os quais se refere Bushenkov et al. (1982). Todas essas experiências se encontram reunidas no livro de Lotov et al. (2004).

Considerando que os objectivos atingíveis são dados  $x \in G_x$ , em que  $G_x \subset \mathbb{R}^n$  é o conjunto completo dos valores das variáveis  $x$  admissíveis de  $x \in \mathbb{R}^n$ . As funções objectivo são especificadas por  $f = F(x)$ , sendo,  $f \in \mathbb{R}^r$  vector das funções objectivo. Deste modo o conjunto atingível pode ser descrito de forma implícita por:

$$G_f = \{f: f = F(x), x \in G_x\}$$

Para analisar o conjunto das soluções atingíveis,  $G_f$  é construído (ou aproximado) de forma explícita antecipadamente de modo a permitir a participação dos decisores na análise das soluções, escolhendo uma ou várias entre todas as soluções possíveis. A informação sobre o conjunto  $G_f$  exhibe-se na forma de Mapas Interactivos de Decisão (Interactive Decision Maps – IDM) apresentados em Lotov et al. (2004). Para a solução  $f^*$  escolhida pelo decisor no espaço dos objectivos, o sistema calcula automaticamente o vector das variáveis  $x^*$  tal que:

$$f^* = F(x^*), x^* \in G_x$$

A grande flexibilidade que o método FGM/IDM apresenta na fundamentação e no apoio à tomada de decisão, permite combinar este método com os outros métodos de programação multi-objectivo. Para além da análise de problemas de multi-objectivo, o método dos objectivos atingíveis pode ser levado a cabo com sucesso no desenvolvimento de sistemas de simulação alimentados por modelos matemáticos.

## 2.2 O modelo de programação multi-objectivo

São numerosas as aplicações de modelos de programação matemática à economia e à gestão dos recursos naturais. Entre muitas, referem-se no sector agrícola em geral Hazell et al. (1986) e Boussard et al. (1988) e no regadio em particular Zecri (1991) e Millan et Berbel (1994).

O modelo de programação multi-objectivo proposto neste estudo inclui as principais características do EFMA em termos agregados, como a disponibilidade de água, a área equipada com regadio, a potência hidroeléctrica instalada e o regime de escorrências para o Rio Guadiana. O modelo descreve os objectivos do uso múltiplo da água e com base nos recursos disponíveis procede à sua afectação entre os vários utilizadores.

O uso da água foi agregado em termos anuais em função da disponibilidade e das necessidades de água no sistema Alqueva-Pedrógão. A disponibilidade de água foi estabelecida individualmente para cada uma das duas albufeiras, em função das escorrências a montante da albufeira de Alqueva no Rio Guadiana, dos seus volumes iniciais armazenados e da capacidade de regularização das albufeiras intermédias.

Entre as duas albufeiras prevêem-se actividades de transferência de água que traduzem a manutenção do curso natural do Rio Guadiana e a água turbinada para a

produção de energia eléctrica na Barragem de Alqueva. O modelo também representa a bombagem de água de jusante para montante do sistema, através da transferência de água da albufeira de Pedrógão a albufeira para Alqueva.

Com base nos coeficientes técnicos exógenos e no valor das variáveis endógenas, o modelo calcula os rendimentos da produção agrícola de regadio, a percolação e a leixivação de nitratos drenados nas actividades agrícolas, a produção da energia eléctrica, o consumo urbano industrial e o volume de água na albufeira de Alqueva no fim do ciclo anual de exploração.

Na produção agrícola consideram-se  $i$  culturas de regadio para cada um dos três sub-sistemas de rega  $j$ . A área de cada cultura em cada sub-sistema é dada pela variável  $X_{i,j}$  em milhares de hectares. As culturas consideradas são as mais representativas do regadio no Alentejo e compreendem as culturas arvenses de outono-inverno (trigo mole e trigo rijo), as culturas arvenses de primavera-verão (milho e girassol), as horto-industriais (tomate, pimento, melão, cebola, batata e beterraba), os frutos (pêra, pêssego, ameixa e uva de mesa), a vinha para vinho e o olival para azeite. A produção agrícola está limitada pela área beneficiada em cada sub-sistema de rega ( $ar_j$ ) e que foi fixada em 71,83 mil hectares no sub-sistema de Alqueva, em 30,03 mil hectares no sub-sistema de Pedrógão e em 10,83 mil hectares no sub-sistema da Margem Esquerda do Guadiana:

$$\sum_i X_{i,j} \leq ar_j \quad (1)$$

Devido a limitações técnicas da produção agrícola e de comercialização dos produtos, a área de cada cultura em cada sub-sistema de rega não pode ultrapassar um terço da respectiva área disponível:

$$X_{i,j} \leq ar_j \times 0,33 \quad (2)$$

A área de cada cultura depende do seu rendimento ( $RA_{i,j}$ ), que é dado em milhões de Euros, em função do valor unitário da produção agrícola ( $vp_{i,j}$ ), das despesas com a compra de bens e serviços ( $cp_{i,j}$ ), da área das culturas ( $X_{i,j}$ ) e do custo da água de rega ( $CA_{i,j}$ )

$$RA_{i,j} = (vp_{i,j} - cp_{i,j}) \times X_{i,j} - CA_{i,j} \quad (3)$$

A variável  $CA_{i,j}$  é calculada em milhões de Euros por cultura e por sistema de rega, com base no preço da água ( $pa$ ) e no valor da variável endógena de consumo de água em  $hm^3$  por cultura e sistema de rega ( $CAA_{i,j}$ ):

$$CA_{i,j} = pa \times CAA_{i,j} \quad (4)$$

O preço da água foi fixado em 0,050 milhões €/hm<sup>3</sup> e a variável  $CAA_{i,j}$  é dada em função dos valores dos parâmetros das dotações unitárias reais de água de cada cultura ( $ag_{i,j}$ ), da área de cada cultura ( $X_{i,j}$ ) e da eficiência global ( $e$ ) das redes primária e secundária de distribuição de água, que foi fixada em 65%:

$$CAA_{i,j} = ag_{i,j} \times X_{i,j} \times 1/e \quad (5)$$

A poluição agrícola ( $P_{i,j}$ ) é avaliada no modelo em 100 Toneladas de percolação e leixivação de nitratos no solo produzidos por cada cultura  $i$  no sub-sistema de rega  $j$  e depende dos valores dos respectivos níveis unitários de poluição ( $pn_{i,j}$ ) e da respectiva área cultivada ( $X_{i,j}$ ):

$$P_{i,j} = pn_{i,j} \times X_{i,j} \quad (6)$$

As equações (1) a (6) descrevem as relações lineares estabelecidas no modelo para a produção agrícola e para os seus efeitos em termos de poluição de nitratos, apresentando-se em anexo os principais coeficientes técnicos utilizados.

Os usos múltiplos da água no sistema de Alqueva-Pedrógão são descritos nas equações (7) a (13), calculando-se nas equações (7) e (8) os volumes de água disponíveis em hm<sup>3</sup> no fim do ciclo anual de exploração nas albufeiras de Alqueva ( $V$ ) e de Pedrógão ( $VPG$ ).

O valor da variável  $V$  é obtido em função das disponibilidades e do uso da água na albufeira de Alqueva. As disponibilidades dependem do volume de água inicial na albufeira ( $b_0$ ) e da quantidade de água que é captada a montante no Rio Guadiana ( $eag$ ). A essas disponibilidades há que adicionar as reservas de água das albufeiras intermédias ( $ai$ ) e a água bombeada de jusante para montante a partir da albufeira de Pedrógão ( $ABOM$ ). O uso da água, inclui o consumo de água para a agricultura no sistema de rega de Alqueva, para a produção de energia hidroeléctrica ( $CHE$ ) e para o consumo urbano-industrial ( $CUI$ ). A esses volumes há que adicionar o reforço de água a outros sistemas hidráulicos ( $r$ ) e a água que é transferida para albufeira de Pedrógão para além da que é turbinada na produção de energia ( $EAL$ ):

$$V = eag + b_0 - \sum_i CAA_{i,Alqueva} - CHE - r - CUI - EAL + ai + ABOM \quad (7)$$

A variável  $VPG$ , tal como para o caso da albufeira de Alqueva, também depende das disponibilidades e do uso da água na albufeira de Pedrógão. As disponibilidades incluem as reservas próprias da albufeira de Pedrógão ( $pg_0$ ) e a água proveniente de Alqueva turbinada na produção de energia eléctrica ( $CHE$ ) e para satisfazer as necessidades ( $EAL$ ). Em termos dos usos, considerou-se, para além das necessidades da produção agrícola nos sub-sistemas de rega de Pedrógão e da Margem Esquerda do Guadiana, a bombagem de água para a albufeira de Alqueva e a manutenção do caudal ecológico do Rio Guadiana ( $sag$ ):

$$VPG = pg_0 + EAL + CHE - \sum_i CAA_{i, Pedrógão} - \sum_i CAA_{i, MarEsq} - sag - ABOM \quad (8)$$

O volume de água em Pedrógão no final do ciclo anual de exploração ( $VPG$ ) encontra-se limitado superiormente na equação (9) pela sua capacidade máxima de armazenamento útil ( $pg$ ), fixada em 515 hm<sup>3</sup>:

$$VPG \leq pg \quad (9)$$

Na equação (10) a variável  $CUI$ , relativa ao consumo urbano-industrial, é limitada superiormente pelo parâmetro  $lcu$  em 87,6 hm<sup>3</sup>. Segundo a HP (1995), este valor engloba as estimativas do consumo urbano-industrial actual e futuro para a Região Alentejo (27,6 hm<sup>3</sup>) incluindo o sector do turismo e o abastecimento a Sines (40 hm<sup>3</sup>) e à Península de Setúbal (20 hm<sup>3</sup>):

$$CUI \leq lcu \quad (10)$$

A água turbinada na Barragem de Alqueva para a produção de energia hidroeléctrica ( $CHE$ ) é calculada na equação (14) em função da energia produzida em GWh ( $GW$ ) e dos parâmetros relativos às necessidades de água para produzir um GWh ( $aeg$ ), que com base em HP (1992) se considerou ser 7,3 hm<sup>3</sup> em Alqueva:

$$CHE \leq aeg \times GW \quad (11)$$

A produção de energia hidroeléctrica está limitada superiormente a 240 GWh, que é a potência instalada nos dois grupos geradores da Central de Alqueva ( $pi$ ):

$$GW \leq pi \quad (12)$$

A bombagem de água de jusante para montante, i.e., da albufeira de Pedrógão para a albufeira de Alqueva, implica um gasto energético adicional para superar a altura da queda de água, devendo ocorrer apenas quando houver uma forte pressão sobre a procura de água no sub-sistema de Alqueva. Este aspecto foi considerado no modelo através do cálculo do balanço entre a energia produzida em Alqueva e a que seria necessária para elevar novamente a água de Pedrógão para Alqueva (*BALEN*):

$$BALEN = GW - ABOM / (aeg \times 0,68) \quad (13)$$

No âmbito dos usos múltiplos da água no sistema de Alqueva-Pedrógão, o modelo determina de forma endógena o valor das variáveis  $CAA_{i,j}$ ,  $CHE$ ,  $CUI$ ,  $EAL$ ,  $GW$ ,  $ABOM$  e  $BALEN$ , sendo os restantes elementos parâmetros exógenos.

Os objectivos dos usos múltiplos da água no Empreendimento de Alqueva são determinados pelas variáveis  $F_1$  a  $F_5$ :

$$F_1 = \sum_i \sum_j RA_{i,j} \quad (14)$$

$$F_2 = \sum_i \sum_j P_{i,j} \quad (15)$$

$$F_3 = GW \quad (16)$$

$$F_4 = CUI \quad (17)$$

$$F_5 = V \quad (18)$$

A variável  $F_1$  representa os rendimentos das actividades agrícolas de regadio em milhões de Euros, a variável  $F_2$  representa a poluição por lixiviação e percolação de nitratos nas actividades agrícolas em 100 Toneladas, a variável  $F_3$  representa a produção de energia hidroeléctrica em GWh, a variável  $F_4$  representa o consumo de água nos usos urbano-industriais em  $hm^3$  e por último a variável  $F_5$ , que representa o volume de água disponível em  $hm^3$  na albufeira de Alqueva no final de cada ciclo anual de exploração.

### 3 Resultados

As soluções do modelo de programação multi-objectivo foram obtidas para valores médios dos volumes de água iniciais nas albufeiras de Alqueva e de Pedrógão e do regime de escoamentos do Rio Guadiana a montante a jusante deste sistema.

Para o volume de água útil inicial considerou-se 2200  $hm^3$  na albufeira de Alqueva ( $b_0$ ) e 338  $hm^3$  na albufeira de Pedrógão ( $pg_0$ ). Esses valores equivalem a cerca de dois terços do nível máximo de armazenamento útil dessas albufeiras. Para a água captada no Rio Guadiana a montante da albufeira de Alqueva foi utilizado o valor de 2710  $hm^3$ , resultante da média ponderada das afluências a Alqueva em ano médio, ano húmido e ano seco, indicadas no Estudo de Avaliação Global (HP, 1992). Para manter o caudal ecológico do Rio Guadiana (*sag*) admitiu-se disponibilizar para jusante o mesmo volume de água que é captado a montante da albufeira de Alqueva (2710  $hm^3$ ). Para as reservas de água das albufeiras intermédias (*ai*) e para o reforço a outros sistemas hidráulicos (*r*) considerou-se 360 e 166  $hm^3$ , respectivamente.

Com base nestes pressupostos são determinados no âmbito dos usos múltiplos da água no EFMA, os compromissos entre os objectivos de maximização do rendimento das actividades agrícolas de regadio ( $F_1$ ), de minimização da poluição de nitratos na agricultura ( $F_2$ ), de maximização da produção de energia hidroeléctrica ( $F_3$ ), de maximização do consumo urbano-industrial ( $F_4$ ) e de maximização do volume de água armazenado no final do ciclo anual de exploração na albufeira de Alqueva ( $F_5$ ).

### 3.1 Análise do compromisso entre o rendimento agrícola ( $F_1$ ) e a produção de energia hidroeléctrica ( $F_3$ )

Nesta primeira análise tenta-se maximizar o rendimento agrícola ( $F_1$ ) e a produção de energia hidroeléctrica ( $F_3$ ). Os resultados obtidos revelam que fronteira de Pareto é constituída por um único ponto, o que demonstra que neste caso não existe conflito entre os dois objectivos. Portanto, é possível atingir simultaneamente o valor máximo do rendimento agrícola ( $F_1 = 140$  milhões de Euros) e o valor máximo da produção de energia hidroeléctrica ( $F_3 = 240$  GWh). Por essa razão, nas análises seguintes fixou-se  $F_3$  no seu valor máximo.

### 3.2 Análise do compromisso entre o rendimento agrícola ( $F_1$ ) e o volume de água em alqueva no final do ciclo de exploração ( $F_5$ )

Na Figura 1 apresenta-se o conjunto das soluções possíveis e a fronteira de Pareto obtidas nesta análise, em que se limitou o valor inferior de  $F_5$  a  $2000 \text{ hm}^3$  e o limite superior de  $F_3$  a  $240 \text{ GWh}$ .

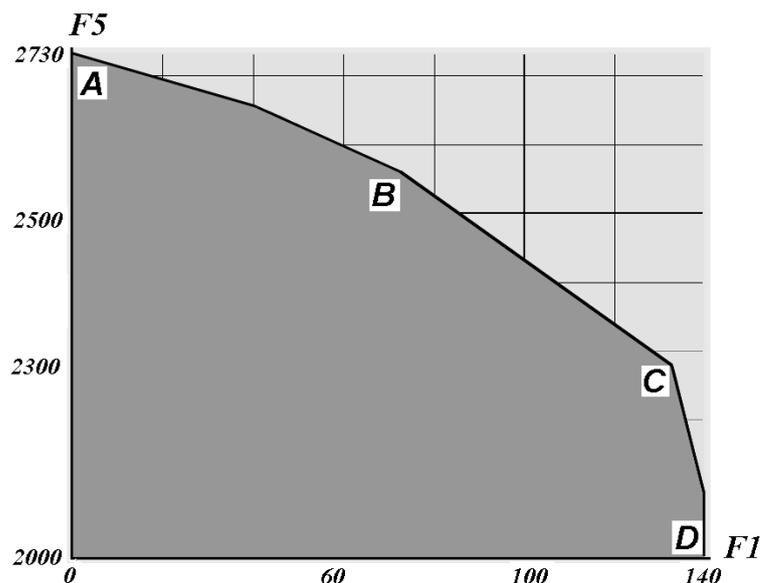


Figura 1: Análise do compromisso entre  $F_1$  e  $F_5$

O rendimento agrícola é máximo no ponto  $D$  ( $F_1 = 140$  milhões de Euros e  $F_5 = 2000 \text{ hm}^3$ ) e o volume de água em Alqueva no final do ciclo anual de exploração atinge o seu máximo no ponto  $A$  ( $F_5 = 2728 \text{ hm}^3$  e  $F_1 = 0$ ).

Entre o ponto *A* e o ponto *B* o aumento do rendimento agrícola não provoca uma diminuição significativa do volume de água em Alqueva ( $F_1 = 71,9$  milhões de Euros e  $F_5 = 2562$  hm<sup>3</sup>). Portanto nestas condições, é possível aumentar o rendimento agrícola, e por conseguinte, a produção agrícola, sem grandes compromissos ecológicos e ambientais.

Quando se passa do ponto *B* para o ponto *C*, verifica-se um ligeiro aumento dos efeitos ambientais negativos em função do aumento do rendimento agrícola. A partir do ponto *C*, pequenos aumentos do rendimento agrícola implicam uma forte diminuição do volume de água em Alqueva, concluindo-se que é neste ponto ( $F_1 = 132$  milhões de Euros e  $F_5 = 2275$  hm<sup>3</sup>) que ocorre o maior compromisso entre o máximo rendimento agrícola e o objectivo ambiental de manutenção do volume de água na albufeira de Alqueva. Por esse motivo, as próximas análises serão realizadas considerando um valor máximo para  $F_1$  de 132 milhões de Euros.

### 3.3 Análise do compromisso entre o rendimento agrícola ( $F_1$ ), a poluição agrícola ( $F_2$ ) e o volume de água em alqueva no final do ciclo de exploração ( $F_5$ )

Na Figura 2 apresenta-se o conjunto das soluções possíveis e a fronteira de Pareto obtidas nesta análise para vários níveis de volume de água em Alqueva e em que se limitou os valores superiores de  $F_2$  a 1800 Ton,  $F_3$  a 240 GWh e  $F_1$  a 132 milhões de Euros.

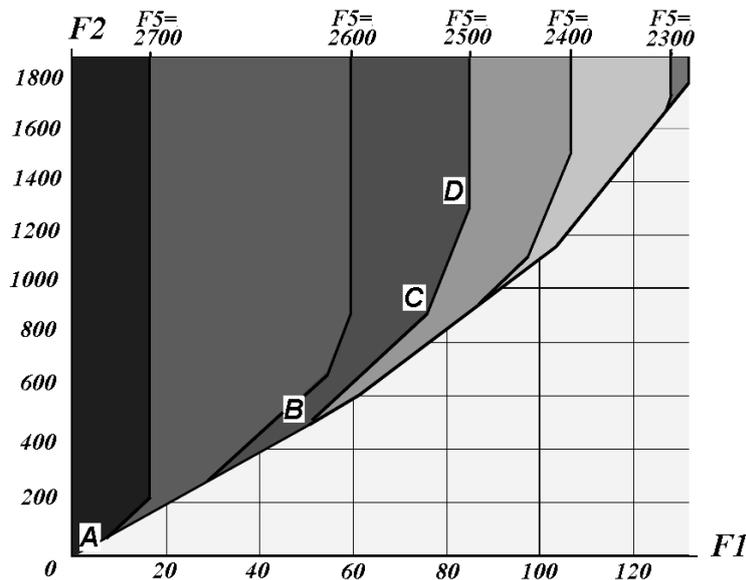


Figura 2: Análise do compromisso entre  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_5$

Começamos por analisar a fronteira de Pareto correspondente a um nível de  $F_5$  de 2500 hm<sup>3</sup>, em que se destacam os pontos *A*, *B*, *C* e *D*.

No ponto *A*, a poluição de nitratos é mínima ( $F_2 = 0$ ) e o rendimento agrícola é nulo. A partir deste ponto até ao ponto *B*, o rendimento agrícola cresce até 50 milhões de Euros e é acompanhado pelo aumento da poluição de nitratos até 500 Ton. O aumento do

rendimento agrícola entre o ponto *B* e o ponto *C* implica um ligeiro acréscimo dos níveis de poluição de nitratos.

A partir do ponto *C* o aumento do rendimento agrícola tem efeitos significativamente crescentes na poluição de nitratos, verificando-se a partir do ponto *D* uma situação intolerável do ponto de vista ambiental, na medida em que o aumento de poluição de nitratos já não está associado ao aumento do rendimento e por conseguinte da produção agrícola. Neste caso, o compromisso razoável de concretização simultânea dos objectivos  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_5$  está na proximidade do ponto *C*. Para os restantes valores da varável  $F_5$ , a fronteira de Pareto apresenta o mesmo padrão de comportamento.

### 3.4 Análise do compromisso entre o rendimento agrícola ( $F_1$ ), a poluição agrícola ( $F_2$ ), o uso urbano-industrial ( $F_4$ ) e o volume de água em alqueva ( $F_5$ )

A série dos desenhos (a) a (c) da Figura 3 apresenta as fronteiras de Pareto dos conjuntos obtidos. A cada um destes desenhos tridimensionais correspondem diferentes valores de  $F_5$ , 2200, 2300 e 2400 hm<sup>3</sup>, respectivamente. Em cada desenho os valores de  $F_4$  estão representados por lâminas de diferentes cores ( $F_4 = 0, 10, 20, \dots, 80$  hm<sup>3</sup>).

No desenho (a), que é o que implica um maior gasto de água e por conseguinte um volume de água inferior na albufeira de Alqueva no final do ciclo de exploração, pode-se constatar que todas as lâminas correspondentes a diferentes valores de  $F_4$  são coincidentes, o que permite concluir que o consumo urbano-industrial não tem influência no *trade-off* entre os objectivos  $F_1$  e  $F_2$  e por isso não existe conflito com o objectivo  $F_4$ .

No desenho (b), que corresponde a um valor de  $F_5$  de 2300 hm<sup>3</sup>, observam-se lâminas de cores diferentes, o revela a existência de compromissos entre os objectivos  $F_1$  e  $F_2$  para os diferentes valores de  $F_4$ . Portanto, neste caso, os três critérios estão em conflito.

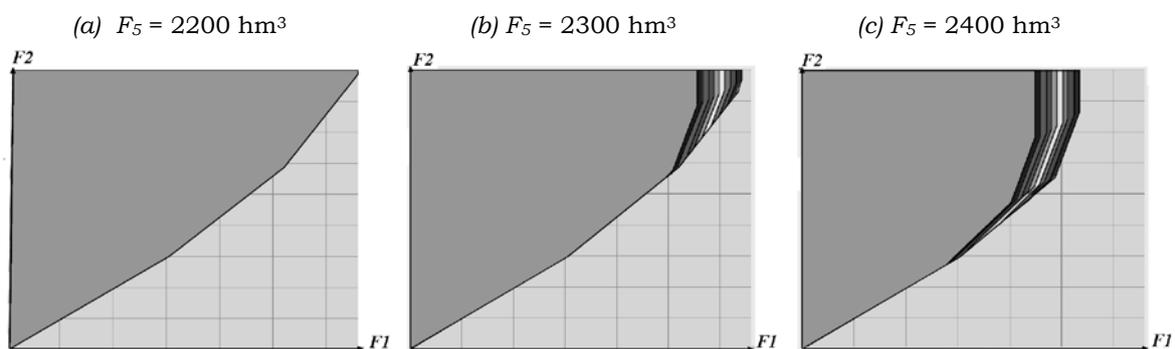


Figura 3: Análise do compromisso entre  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_4$  e  $F_5$

Por último, no desenho (c) correspondente a um valor de  $F_5$  de 2400 hm<sup>3</sup>, como é fácil de observar pelo aumento da área ocupada pelas lâminas de diferentes cores, o conflito entre os objectivos aumenta significativamente.

A comparação dos desenhos da Figura 3 levou à escolha do conjunto de soluções representado no desenho (b), do qual é apresentado um fragmento na Figura 4 e que corresponde a um volume de água na albufeira de Alqueva no final do ciclo anual de exploração ( $F_5$ ) de 2300 hm<sup>3</sup>. A escolha deste valor parece razoável, na medida em que

representa cerca de 70% da capacidade útil da albufeira de Alqueva e é ligeiramente superior ao valor inicialmente utilizado no modelo multi-objectivo (2200 hm<sup>3</sup>).

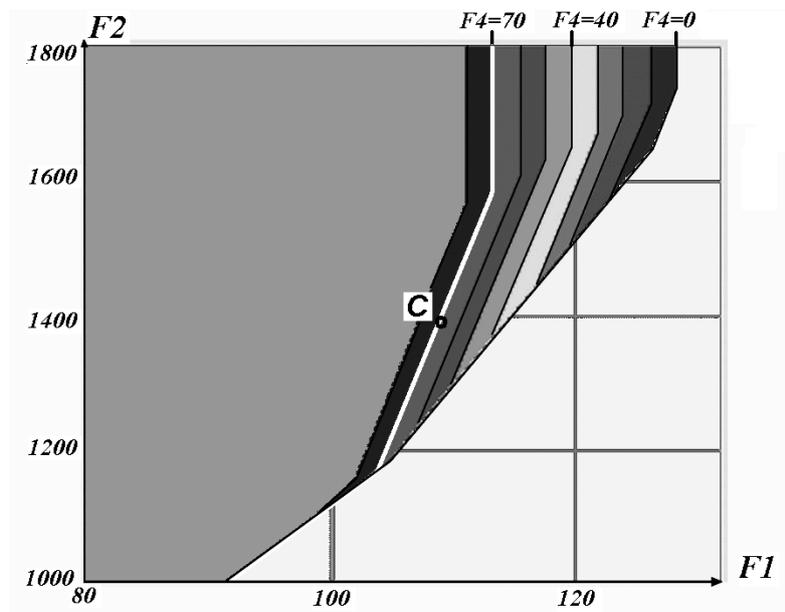


Figura 4: Análise do compromisso entre  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_4$  para  $F_5 = 2300$  hm<sup>3</sup>

Com base na Figura 4 escolhe-se a lâmina correspondente a um consumo de água urbano-industrial ( $F_4$ ) de 70 hm<sup>3</sup>, que representa cerca de 80% das necessidades futuras estimadas para este tipo de uso a serem satisfeitas a partir de Alqueva. Para este nível de  $F_4$ , o ponto C traduz o compromisso entre o rendimento agrícola ( $F_1 = 108$  milhões de Euros) e a poluição de nitratos ( $F_2 = 1400$  Ton).

## 4 Conclusão

Neste estudo definiram-se critérios de uso eficiente da água no Empreendimento de Fins Múltiplos de Alqueva, através da selecção das soluções óptimas Pareto de um modelo multi-objectivo com base no Método dos Objectivos Attingíveis/Mapas Interactivos de Decisão (FGM/IDM).

A solução escolhida (ponto C da Figura 4) corresponde a um compromisso entre o rendimento agrícola de 108 milhões de Euros, a poluição de nitratos de 1400 Ton, o consumo urbano-industrial de 70 hm<sup>3</sup> e um volume de água mínimo na albufeira de Alqueva no final de cada ciclo anual de exploração de 2300 hm<sup>3</sup>, que é perfeitamente compatível com produção máxima de energia hidroeléctrica na Barragem de Alqueva (240 GWh).

Esta solução implica transferências de água da albufeira de Alqueva para a albufeira de Pedrógão, para além da água turbinada na produção de energia eléctrica, de 755 hm<sup>3</sup> e um consumo de água na agricultura que ascende a 363 hm<sup>3</sup>. Do ponto de vista da agricultura de regadio, o valor do compromisso é obtido para produções de frutos, vinha e olival correspondentes a áreas regadas de 30, 22 e 37 mil hectares, respectivamente.

## 5 Referências

- Boussard, J.M. and Daudin, J.J. (1988) La programmation linéaire dans les modèles de production, Mason, Paris.
- Bushenkov, V.A. and Lotov, A.V. (1980) Methods and Algorithms for analysing linear systems, by constructing generalizaed sets of attainability. *Zh. Vychisl. Matem. i Matem. Phys.* 20(5), 1130-1141 (in Russian, English traslation in: *U.S.S.R. Comput. Maths. Math. Phys.*, 20(5), 38-49), 1980.
- Bushenkov, V.A., Ereshko, F., Kindler, J., Lotov, A.V. and Maré, L. (1982) Application of the Generalized Reachable Sets Method to Water Resources Problems in Southwestern Skane, Sweden, Working Paper WP-82-120, IIASA, Áustria.
- EDIA – Empresa de Desenvolvimento e Infra-estruturas de Alqueva (2006) Alqueva / Dez anos: Electricidade, regadio e 1.140 milhões de investimento, Folha Informativa.
- Fragoso, R. and Marques, C. (2005) Competitividade do Regadio em Portugal no Contexto da Nova Política Agrícola Comum: O caso de uma exploração agrícola no Alentejo, Em: Actas do XLII Congresso SOBER, Julho, Ribeirão Preto.
- Fragoso, R. and Marques, C. (2006) A Revisão da política de tarifas de água no uso agrícola: Um estudo de caso no Sul de Portugal, Em: Actas do XLIV Congresso SOBER, 23 a 27 de Julho, Fortaleza.
- Gass, S. and Saaty, T. (1955) The Computational Algorithm for the Parametric Objective Function, *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.39, No.2.
- Hazell, P.B.R., Norton, R.D. (1986) Mathematical Programming for Economic Analysis in Agriculture, Mac Millan Publishing Company, New York.
- HP – Hidrotécnica Portuguesa; Tractebel; S.E.I.A. (1992) Empreendimento de Fins Múltiplos de Alqueva: Estudo de avaliação global. Lisboa.
- HP – Hidrotécnica Portuguesa (1995) Estudo prévio do sistema global de rega do Empreendimento de Fins Múltiplos de Alqueva, Lisboa.
- Lotov, A., Bushenkov, V. and Kamenev, G. (2004) Interactive Decision Maps: Approximation and Visualization of Pareto Frontier. In Series: Applied Optimization, vol 89, Kluwer Academic Publishers.
- Lotov, A.V. (1973) An Approach to Perspective Planning in the Case of Absence of Unique Objective, In: Proceedings of Conference on Systems Approach and Perspective Planning., Computing Center of the USSR Academy of Sciences, Moscow.
- Lucas, M.R., Godinho, M.L. and Fragoso, R. (2002) The evolution of the agri-enviromental policies and sustainable agriculture. Saragoça: In: Proceedings of the X European Association of Agricultural Economist Congress: European Agri-Food System, Espanha, Setembro, 2002.
- Millan, J.S. and Berbel, J. (1994) A Multicriteria Model for Irrigated Agriculture Planning under Economical and Technical Risk, *Agricultural Systems*, 44, pp. 105-117.
- Noême, C., Fragoso, R. and Coelho, L. (2004) Avaliação económica da utilização da água em Portugal – Determinação do preço da água para fins agrícolas: Aplicação nos Aproveitamentos Hidro-Agrícolas de Odivelas, da Vigia e do Sotavento Algarvio. Estudo realizado para o Ministério da Agricultura e do Desenvolvimento Rural, IDRHa.
- ONU – Organização das Nações Unidas (2006). Human Development Report 2006 – Power, poverty and global water crise, Palgrave Macmillan, New York, USA.
- Zekri, S. (1991) Modelos decisionales multicriterio en planificación agraria: objetivos económicos versus objetivos ambientales, Tesis doctoral, Universidade de Córdoba, Córdoba.

**Anexo**

Tabela A1: Valores dos coeficientes técnicos das actividades agrícolas

	Arvenses de Verão	Arvenses de Inverno	Horto- indus- triais	Frutos	Vinha	Olival
Valor da prod. (10 <sup>6</sup> €/10 <sup>3</sup> ha)	1,60	0,70	3,22	4,49	1,50	3,20
Custos (10 <sup>6</sup> €/10 <sup>3</sup> ha)	1,05	0,85	2,08	2,62	0,68	1,94
Necessidades de água (hm <sup>3</sup> /10 <sup>3</sup> ha)	6,0	1,5	4,9	4,9	1,5	1,5
Poluição de nitratos (10 <sup>2</sup> Ton/10 <sup>3</sup> ha)	0,92	0,71	1,22	0,16	0,16	0,16

Fontes: Fragoso et Marques, 2005 e 2006; Noéme et al. and Lucas et al., 2002.



# Uma abordagem multicritério para problemas decisórios com múltiplos grupos de avaliadores

André Luís Policani Freitas †  
Waldir Andrade Trevizano ‡  
Helder Gomes Costa \*

† Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção  
Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes, Brasil  
policani@uenf.br

‡ Faculdade Ubaense Ozanam Coelho, Ubá, Brasil  
waldir@fagoc.br

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção  
Universidade Federal Fluminense, Niterói, Brasil  
hgc@vm.uff.br

---

## Abstract

Nowadays, the occurrence of multicriteria decision problems involving multiple evaluators becomes more and more constant. However, the group of evaluators often has widely different backgrounds, experience, expertise, and even interest to assess the decision problem. In this context, it's obvious that most of the time the evaluators will not be equally qualified to contribute equitably to the decision process. Among the software tools that use MCDA methods, most of them were developed to deal with decision problems involving just a single evaluator. In order to contribute to solve multicriteria decision problems on which multiple evaluators are involved, a computational tool was developed to implement an alternative multicriteria approach which is supported on the foundations of the traditional Analytic Hierarchy Process. To investigate the use of the approach, a case study was conducted in order to identify the most suitable thin-client equipment to fulfill the needs and requirements of a College.

## Resumo

Atualmente torna-se cada vez mais constante a ocorrência de problemas decisórios envolvendo múltiplos critérios e múltiplos avaliadores/decisores. Entretanto, observa-se que frequentemente o grupo de avaliadores se diferencia em termos de formação profissional, competência, experiência, e até mesmo de interesse ao tratar um problema decisório. Neste sentido, torna-se evidente que na maioria das vezes tais decisores não estarão equitativamente qualificados para contribuir igualmente na solução do processo decisório. Dentre os softwares que implementam métodos de AMD, a maioria destes foi desenvolvida para tratar problemas decisórios envolvendo apenas um avaliador. Com o

intuito de contribuir para o tratamento de problemas decisórios com múltiplos critérios e avaliadores, desenvolveu-se uma ferramenta computacional a partir de uma abordagem multicritério alternativa, fundamentada nos princípios do método AHP tradicional. Objetivando investigar o emprego dessa abordagem, foi realizado um estudo de caso para identificar o modelo de equipamento *thin client* mais adequado a uma Instituição de Educação Superior.

**Keywords:** multicriteria. multiple evaluators. group decision. AHP.

**Title:** A multicriteria approach for decision problems with multiple groups of evaluators.

---

## 1 Introdução

Com a evolução da tecnologia, o aumento da complexidade das organizações, e a necessidade cada vez maior de rapidez/agilidade na tomada de decisão, diversas metodologias para auxílio à tomada de decisão e ferramentas computacionais que implementam essas metodologias têm sido desenvolvidas. Além disso, entre as organizações, é cada vez mais comum problemas decisórios serem resolvidos com base no julgamento ou avaliação de mais de um indivíduo ou avaliador, com base em experiências e conhecimentos anteriores dessas pessoas.

Porém, entre as ferramentas computacionais para a utilização de metodologias de Apoio à Decisão Multicritério, existe um número restrito dessas que concebem a existência de múltiplos avaliadores ou julgadores para a tomada de decisão. Mais especificamente, a maioria das ferramentas existentes, com raras exceções, considera apenas o caso do único avaliador.

Com o intuito de contribuir para o preenchimento desta lacuna, este artigo apresenta uma abordagem multicritério para auxílio à tomada de decisão fundamentada no algoritmo do Método da Análise Hierárquica (*Analytic Hierarchy Process*, AHP) que possa ser utilizada simultaneamente por vários usuários ou decisores. Em especial, uma ferramenta computacional que implementa a referida abordagem foi desenvolvida com este propósito. A escolha do método AHP fundamenta-se pelo fato deste método apresentar um algoritmo relativamente simples de ser implementado computacionalmente, além de ser um dos métodos de auxílio à tomada de decisão sob múltiplos critérios mais utilizados cientificamente em problemas decisórios complexos.

Neste sentido, o presente artigo está estruturado da seguinte forma: a seção 2 descreve de forma sucinta alguns aspectos considerados e problemas decisórios com múltiplos avaliadores; a seção 3 descreve brevemente o método AHP, abordando as principais críticas e também alguns aspectos relacionados ao seu uso em problemas de decisão em grupo; a seção 4 apresenta a abordagem multicritério proposta; a seção 5 descreve um estudo de caso realizado para investigar o emprego da abordagem proposta no problema de seleção de um equipamento *thin-client*; e finalmente a seção 6 apresenta as considerações finais.

## 2 Problemas Decisórios com Múltiplos Avaliadores

Um aspecto desafiador em processos decisórios é o fato de não ser incomum vários indivíduos de uma organização terem que analisar um conjunto de informações ou critérios, para que alguma decisão seja tomada segundo a opinião de cada um deles. Nesses casos, interesses conflitantes poderão surgir, no tocante a avaliação dos critérios,

pois uma característica considerada favorável por um desses avaliadores pode não o ser segundo outro avaliador. Outro fato relevante é que, devido à natureza do problema ou devido à experiência, capacidade ou autoridade dos avaliadores, uma entre as seguintes situações pode ocorrer:

- Todos os avaliadores irão julgar as alternativas sob todos os critérios.
- Uma parcela dos avaliadores julgará as alternativas sob todos os critérios, enquanto que a parcela restante dos avaliadores irá julgar as alternativas à luz apenas de um subconjunto dos critérios.
- Cada avaliador avaliará as alternativas sob apenas um subconjunto de critérios envolvidos.

Além disso, na ocasião da definição da importância relativa dos critérios (ou peso do critério, dependendo do método de auxílio à tomada de decisão considerado) é comum um avaliador atribuir a um critério uma importância diferente de outro avaliador, seja pelo desconhecimento de informações relacionadas ao critério; seja por considerá-lo mais/menos relevante, ou por outro motivo não claramente identificado. Em qualquer dos casos ou situações, é necessário que haja um procedimento ou algoritmo que considere os julgamentos (ou percepções) de cada avaliador em relação às alternativas analisadas à luz de cada critério e, a partir de então, forneça um resultado final para o problema decisório que seja representativo para todos os avaliadores.

### 3 Breve descrição do Método de Análise Hierárquica (AHP)

Proposto por Saaty no início dos anos 70, o método AHP objetiva a seleção/escolha de alternativas em um processo decisório que considere múltiplos critérios, baseando-se em três princípios:

- **Construção de hierarquias:** De acordo com Saaty (1991), sistemas complexos podem ser melhor compreendidos através do particionamento deste em elementos constituintes, estruturando tais elementos hierarquicamente e então sintetizando os julgamentos da importância relativa destes elementos em cada nível da hierarquia em um conjunto de prioridades. Segundo este princípio, é preciso definir (vide figura 1): o foco principal (o objetivo do problema), os critérios/subcritérios (em tantos níveis quanto necessário), e as alternativas;

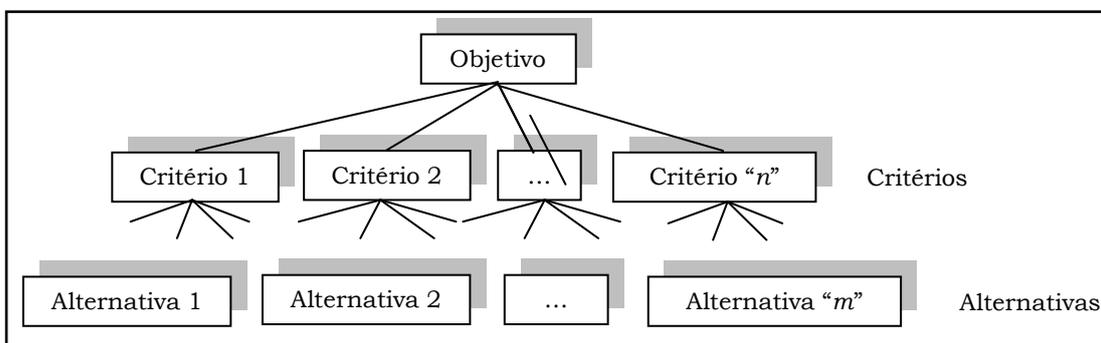


Figura 1: Estrutura Hierárquica Básica

- **Definição de prioridades:** Segundo Saaty (2000), “o ser humano tem a habilidade de perceber as relações entre as coisas que observa, comparar pares de objetos similares à luz de certos critérios, e discriminar entre os membros de um par através do julgamento da intensidade de sua preferência de um elemento sobre o outro”. Segundo Costa (2002), de forma sucinta, neste princípio é necessário cumprir as seguintes etapas:

- julgamentos paritários: julgar par a par os elementos de um nível da hierarquia à luz de cada elemento em conexão em um nível superior, compondo as matrizes de julgamento  $A$  (através do uso das escalas apresentadas na tabela 1);

Tabela 1: Escalas de valor para julgamentos paritários (Adaptado de Saaty (2000))

Escala Verbal	Escala Numérica
Igual preferência (importância)	1
Preferência (importância) fraca	3
Preferência (importância) moderada	5
Preferência (importância) forte	7
Preferência (importância) absoluta	9
2, 4, 6, 8 são associadas a julgamentos intermediários	

A quantidade de julgamentos necessários para a construção de uma matriz de julgamentos genérica  $A$  é  $n(n-1)/2$ , onde  $n$  é o número de elementos pertencentes a esta matriz. Os elementos de  $A$  são definidos pelas condições:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{21} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1/a_{n1} & 1/a_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \text{ onde:}$$

$$a_{ij} > 0 \Rightarrow \textit{positiva}$$

$$a_{ij} = 1 \therefore a_{ji} = 1$$

$$a_{ij} = 1/a_{ji} \Rightarrow \textit{recíproca}$$

$$a_{ik} = a_{ij} \cdot a_{jk} \Rightarrow \textit{consistência}$$

- normalização das matrizes de julgamento: obtenção de quadros normalizados através da soma dos elementos de cada coluna das matrizes de julgamento e posterior divisão de cada elemento destas matrizes pelo somatório dos valores da respectiva coluna;
- cálculo das prioridades médias locais (PML's): as PML's são as médias das colunas dos quadros normalizados;
- cálculo das prioridades globais: nesta etapa deseja-se identificar um vetor de prioridades global (PG), que armazene a prioridade associada a cada alternativa em relação ao foco principal.
- **Consistência lógica:** Saaty (2000) afirma que o ser humano tem a habilidade de estabelecer relações entre objetos ou idéias de forma que elas sejam coerentes, tal que estas se relacionem bem entre si e suas relações apresentem consistência. Assim o método AHP se propõe a calcular a Razão de Consistência dos julgamentos, denotada por  $RC = IC/IR$ , em que  $IR$  é o Índice de Consistência Randômico obtido para uma matriz recíproca de ordem  $n$ , com elementos não-negativos e gerada randomicamente. O Índice de Consistência ( $IC$ ) é dado por  $IC = (\lambda_{\text{máx}} - n)/(n-1)$ , onde  $\lambda_{\text{máx}}$  é o maior autovalor da matriz de julgamentos. Segundo Saaty (1991) a condição de consistência dos julgamentos é  $RC \leq 0,10$ .

### 3.1 Ocorrência da Inversão de Ordem no Emprego do Método AHP

Uma das mais frequentes críticas ao método AHP refere-se à ocorrência da inversão de ordem no emprego do método AHP tradicional, caracterizada pela possibilidade da alteração da ordem das prioridades globais das alternativas devido à remoção de uma alternativa ou introdução de uma nova alternativa ao problema.

Segundo Schoner e Wedley (1989), a inversão de ordem não é decorrente da simples introdução de uma nova alternativa, mas sim da introdução de uma nova alternativa sem a adequada reavaliação dos valores atribuídos aos elementos do nível hierárquico imediatamente superior. Além disso, Gomes, Araya e Carignano (2004) apontam que a ocorrência da inversão de ordem após a inclusão de uma nova alternativa pode ter sido ocasionada por falhas na etapa de modelagem.

Com o intuito de evitar a ocorrência deste problema, foram desenvolvidas três versões para o método AHP: o Método AHP Referenciado, apresentado por Watson e Freeling (1982); o método AHP B-G, proposto por Belton e Gear (1985); e, finalmente, o método AHP Multiplicativo, apresentado por Lootsma (1993). Apesar da relevância deste assunto, a investigação do emprego destes métodos quanto ao tratamento do fenômeno da inversão de ordem não está no escopo deste trabalho.

### 3.2 Decisão em Grupo Utilizando o Método AHP

Ultimamente problemas decisórios complexos caracterizados pelo envolvimento de múltiplos avaliadores/decisores têm se tornado objeto de pesquisa no âmbito do Auxílio Multicritério à Decisão. Segundo Van Den Honert (2001), frequentemente no grupo de decisores existe grande diferença em termos de formação profissional, competência e experiência no âmbito de um problema decisório. Além disso, nem todos os decisores têm o mesmo interesse na análise do problema, os critérios podem ser variados e essencialmente técnicos (decisores podem não estar habilitados a julgar à luz destes critérios), tornando evidente que os decisores não estão equitativamente qualificados para contribuir igualmente no processo decisório.

Quando os membros dos grupos possuem os mesmos objetivos, Dyer e Forman (1999) relatam que o AHP pode ser utilizado em quatro contextos:

- **Consenso:** se os membros do grupo têm (basicamente) os mesmos objetivos, é aconselhável que os estes se reúnam e se esforcem para obter o consenso na estruturação do problema e nos julgamentos da importância relativa dos critérios e das alternativas;
- **Votação:** se o consenso não puder ser obtido em determinada situação, então o grupo pode realizar uma votação para escolher um julgamento intermediário;
- **Uso de média geométrica:** se o consenso não puder ser obtido e os membros não desejarem realizar uma votação, a média geométrica dos julgamentos dos membros pode ser calculada. Aczel e Saaty (1983) demonstraram que, quando a mesma importância é atribuída a todos avaliadores pertencentes a um grupo, o uso da média geométrica é a forma mais apropriada para sintetizar os julgamentos emitidos pelos diversos avaliadores.
- **Modelos Distintos ou Avaliadores:** se os membros do grupo têm objetivos (ou pontos de vista) muito divergentes ou não podem se encontrar para discutir a decisão, cada membro do grupo (ou subgrupo) pode emitir seus julgamentos separadamente. Os julgamentos de cada membro podem ser obtidos por:
  - **Modelos distintos:** neste processo, cada membro do grupo atribui seus julgamentos em um modelo distinto (as prioridades resultantes podem ser obtidas pelo cálculo da média); e
  - **Avaliadores:** na estrutura hierárquica é construído um “nível de avaliadores” abaixo do nível do objetivo principal. Os critérios e subcritérios são alocados em um nível abaixo do respectivo membro do grupo (avaliador). Os critérios (e subcritérios) não necessariamente devem ser os mesmos para todos os avaliadores. Neste processo, atenção especial deve ser dada à atribuição de importância para cada avaliador – é usual atribuir a mesma importância a todos os membros ou utilizar julgamentos paritários para obter a importância relativa entre os membros.

Ramanathan e Ganesh (1994) propuseram a determinação da importância relativa dos membros do grupo por meio de comparações paritárias interpessoais da importância ou influência entre os membros do grupo (onde importância ou influência pode ser mensurada através de critérios como poder, experiência, habilidade de tumultuar, etc.) através da opinião de cada membro do grupo, utilizando o método AHP tradicional. Entretanto, segundo Van Den Honert (2001), este procedimento pode causar um desvio no processo decisório visto que há uma tendência de um indivíduo superestimar sua própria importância, especialmente se existe algo a ser ganho por ele.

Lootsma (1993) propôs o método AHP multiplicativo que buscava superar os seguintes pontos críticos identificados no método AHP tradicional: a escala de julgamentos de valor proposta por Saaty (1991) para quantificar os juízos humanos; o uso do autovetor para calcular a prioridade das alternativas, e as prioridades globais calculados por uma regra de média aritmética de agregação (Lootsma argumentou que a escala proposta por ele possui um espectro mais amplo que a escala proposta por Saaty, pois esta última não é uma escala geométrica nem aritmética e, portanto, os valores recíprocos propostos por Saaty poderiam produzir uma inconsistência que não está presente na mente do decisor).

Além disso, caso os pesos específicos associados ao poder de decisão dos decisores sejam conhecidos, o método AHP multiplicativo permite a incorporação dos julgamentos dos decisores, através de uma formulação específica que utiliza a média geométrica.

## 4 A Abordagem Multicritério Proposta

Nesta seção apresenta-se a abordagem multicritério proposta para análise de problemas decisórios em que múltiplos grupos de avaliadores devem ser considerados. A seguir é apresentada uma breve descrição do problema e as etapas que constituem a abordagem.

### 4.1 Descrição do Problema

Seja um problema decisório em que  $m$  alternativas  $a_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  ( $a_1, a_2, \dots, a_m$ ) deverão ser avaliadas à luz de  $n$  critérios  $g_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  ( $g_1, g_2, \dots, g_n$ ), segundo a percepção de diversos avaliadores agrupados em  $t$  grupos de avaliação  $G_p$ ,  $p = 1, \dots, t$  ( $G_1, \dots, G_t$ ). Cada avaliador será denotado por  $E_{pq}$  (o índice  $pq$  refere-se ao  $q$ -ésimo avaliador do  $p$ -ésimo grupo de avaliadores). A figura 2 ilustra a estrutura hierárquica referente a este problema.

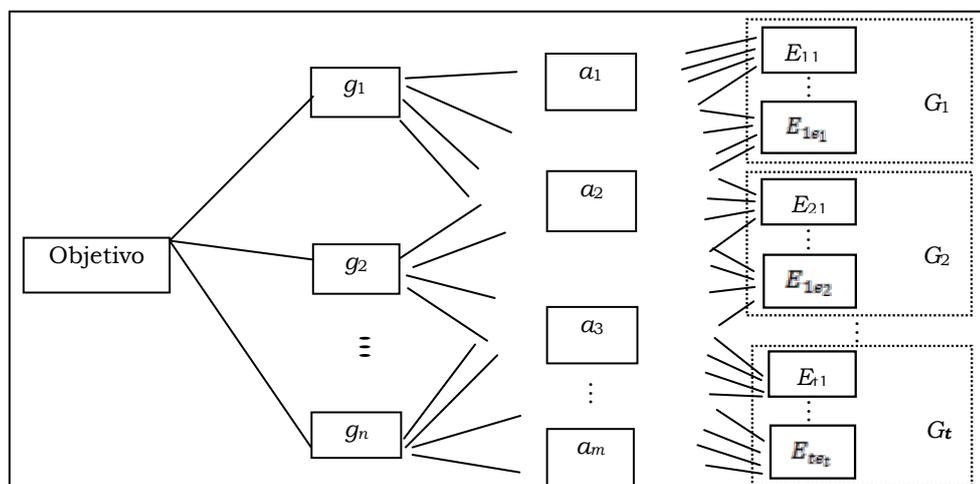


Figura 2: Hierarquia de problema decisório com múltiplos grupos de avaliadores (Trevizano, 2007)

## 4.2 Estruturação da Abordagem Proposta

Nesta seção são apresentadas as etapas para a modelagem e análise do problema decisório. Essas etapas devem ser executadas e/ou coordenadas por um ator aqui denominado 'Administrador', visto que cada uma delas envolve todo o processo decisório em questão.

### 4.2.1 Cálculo da Importância Relativa dos Grupos de Avaliadores

A cada grupo de avaliadores deve ser atribuído um peso ou importância relativa  $WG_p$  ( $p = 1, \dots, t$ ). Para esta atribuição, recomenda-se a realização de julgamentos diretos ou o emprego do procedimento de priorização do método AHP (para a determinação da prioridade dos grupos de avaliadores na solução do problema, por exemplo, podem ser considerados como critérios: a responsabilidade (influência) do grupo, a capacidade técnica do grupo, o impacto do grupo na decisão). Em ambas as situações, satisfazer a seguinte condição:

$$WG_1 + WG_2 + \dots + WG_t = 1 \quad (1)$$

### 4.2.2 Cálculo da Importância Relativa dos Membros de Cada Grupo de Avaliadores

Cada grupo  $G$  de avaliadores estará vinculado a um número  $e_p$  de avaliadores. A cada avaliador denotado por  $E_{pq}$  (o índice  $pq$  refere-se ao  $q$ -ésimo avaliador do  $p$ -ésimo grupo de avaliadores) deve-se atribuir um peso ou importância relativa denotada por  $WE_{pq}$ . Esses valores de peso ou importância relativa devem ser tais que o somatório dos diversos pesos ou importâncias seja 1. A tabela 2 apresenta as relações que devem ser satisfeitas.

Tabela 2: Distribuição de avaliadores e pesos nos grupos de avaliação.

Grupo	Total de Avaliadores	Avaliadores do Grupo	$\Sigma$ dos Pesos dos avaliadores
$G_1$	$e_1$	$E_{11}, E_{12}, \dots, E_{1e_1}$	$WE_{11} + WE_{12} + \dots + WE_{1e_1} = 1$
$G_2$	$e_2$	$E_{21}, E_{22}, \dots, E_{2e_2}$	$WE_{21} + WE_{22} + \dots + WE_{2e_2} = 1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$G_t$	$e_t$	$E_{t1}, E_{t2}, \dots, E_{te_t}$	$WE_{t1} + WE_{t2} + \dots + WE_{te_t} = 1$
$\Sigma$	$e_1 + e_2 + \dots + e_t = k$		

### 4.2.3 Definição dos Subconjuntos de Critérios

De acordo com a modelagem do problema decisório, os critérios e subcritérios precisam ser definidos de acordo com a natureza do problema. Para efeito de estruturação, o 'Administrador' irá definir os critérios e sub-critérios à luz dos quais cada Grupo de avaliadores deverá avaliar as alternativas. Estes critérios devem ser relevantes à natureza do problema e podem ser obtidos, por exemplo, através de pesquisa na literatura técnico-científica do problema em questão. O índice  $n_p$  indica a quantidade de critérios a ser considerada pelo  $p$ -ésimo grupo de avaliadores ( $p = 1, \dots, t$ ). Esta etapa torna-se importante principalmente em problemas decisórios complexos em que alguns dos

critérios devem ser preferencialmente avaliados por especialistas ou *experts* em áreas específicas do conhecimento, pois tais indivíduos terão uma capacidade maior de julgar as alternativas em relação a tais critérios. A tabela 3 ilustra esta questão.

Tabela 3: Distribuição dos critérios a serem julgados pelos grupos de avaliação.

Grupo	Total de Critérios Julgados por cada Grupo	Critérios Julgados por cada Grupo
$G_1$	$n_1 \ (n_1 \leq n)$	$g_{11}, g_{12}, \dots, g_{1n_1}$
$G_2$	$n_2 \ (n_2 \leq n)$	$g_{21}, g_{22}, \dots, g_{2n_2}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$G_t$	$n_t \ (n_t \leq n)$	$g_{t1}, g_{t2}, \dots, g_{tn_t}$

#### 4.2.4 Cálculo da Importância Relativa dos Critérios

Inicialmente o 'Administrador' deverá, usando a metodologia AHP, avaliar paritariamente todos os critérios, estabelecendo para cada um deles a sua importância relativa ou prioridade, denotadas por  $Wg_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ). Esses valores devem ser distribuídos de forma tal que para cada nível da hierarquia de critérios o somatório das prioridades seja 1, bem como nos ramos superiores que estiverem no mesmo nível. Os valores obtidos serão então repassados aos grupos de avaliação e seus respectivos avaliadores. Nesta etapa podem ser identificadas três situações:

- Todos os avaliadores concordam com os valores das importâncias relativas dos critérios atribuídos pelo Administrador: neste caso, todos os valores são mantidos na análise.
- Cada avaliador poderá, por percepções pessoais, definir que a prioridade de um determinado critério em relação a outro deve ser modificada (critérios de sua competência de julgamento). Ele poderá alterar tais valores, respeitando a restrição para o somatório dos critérios permanecer 1, ou seja, um incremento no valor de prioridade de um dos critérios deve significar automaticamente um decremento nos valores dos outros critérios.
- Se porventura for definido que um determinado grupo não deva ou que seus membros não desejem julgar alguns dos critérios, os valores de prioridades do ramo da árvore de critérios que estiver incompleta, por nela existirem critérios que não serão julgados, devem ser reajustados, para que o somatório das prioridades dos critérios restantes permaneça com o valor 1. O reajuste dos valores das prioridades deve ser proporcional, para que os critérios restantes mantenham entre si a mesma importância relativa. Para reajustar os valores das prioridades, divide-se o valor da prioridade pela soma dos valores restantes.

Por exemplo, sejam  $g_1$ ,  $g_2$  e  $g_3$  critérios de um ramo da árvore de critérios a serem julgados, cada um com sua importância relativa, tal que  $Wg_1 + Wg_2 + Wg_3 = 1$ . Supondo que um Grupo de avaliadores decida não avaliar as alternativas à luz do critério  $g_1$ . A importância relativa deste critério ( $Wg_1$ ) será desconsiderada e as novas importâncias relativas dos critérios remanescentes serão calculadas respectivamente pelas expressões:

$$\begin{cases} Wg_2^* = Wg_2 / (Wg_2 + Wg_3) \\ Wg_3^* = Wg_3 / (Wg_2 + Wg_3) \\ Wg_2^* + Wg_3^* = 1 \end{cases} \quad (2)$$

#### 4.2.5 Cálculo das Prioridades Médias de Cada Alternativa

Nesta etapa, cada avaliador de cada grupo irá, aplicando a metodologia AHP, julgar as alternativas do problema decisório e assim calcular as Prioridades Médias Locais (PML's) de cada alternativa à luz de cada critério. Ou seja, cada um dos avaliadores irá, para cada um dos critérios que estiver encarregado de avaliar:

- Definir uma matriz quadrada para cada critério sob o qual as alternativas deverão ser avaliadas, e julgar paritariamente as alternativas considerando a escala de valores definida por Saaty (1991).
- Normalizar a matriz de julgamentos obtida.
- Obter a PML de cada alternativa referente ao critério em questão, através do cálculo da média das colunas da matriz normalizada.
- Verificar a consistência dos julgamentos (procedimento definido por Saaty (1991)).

#### 4.2.6 Cálculo das Prioridades Globais de Cada Alternativa

Após a obtenção das Prioridades Médias Locais de cada alternativa à luz de cada critério, essas prioridades devem ser agregadas para constituir a Prioridade Global (PG) de cada alternativa. Conforme reportado anteriormente, Aczel e Saaty (1983) demonstraram que, quando a mesma importância é atribuída a todos avaliadores pertencentes a um grupo, o uso da média geométrica é a forma mais apropriada para sintetizar os julgamentos emitidos pelos diversos avaliadores. Os autores do presente artigo reconhecem essa propriedade, mas utilizam como procedimento de agregação dos julgamentos a média aritmética ponderada, ressaltando-se o fato de que em raras situações todos os avaliadores pertencentes a um mesmo grupo possuem o mesmo grau de importância. Ressalta-se também que ainda não há evidências e comprovações científicas que demonstrem que o uso da média aritmética ponderada não seja adequada para este tipo de problema. Neste contexto, são definidas:

- **Prioridade Global de uma alternativa segundo os julgamentos de cada avaliador:** considerando os julgamentos de um avaliador  $E_{pq}$  ( $q$ -ésimo avaliador pertencente ao  $p$ -ésimo Grupo de avaliadores) a Prioridade Global de uma alternativa genérica  $a_i$ , denotada por  $PG(a_i)_{E_{pq}}$ , será obtida pela expressão:

$$PG(a_i)_{E_{pq}} = \sum_{j=1}^{n_p} (Wg_j \cdot PML(a_i)_{g_j})_{E_{pq}} \quad (3)$$

onde:

- $Wg_j$  é a importância relativa do critério  $g_j$  segundo a percepção do avaliador  $E_{pq}$ ;
  - $PML(a_i)_{g_j}$  é a Prioridade Média Local da alternativa  $a_i$  à luz do critério  $g_j$ , segundo a percepção do avaliador  $E_{pq}$ .
  - $n_p$  é o número de critérios a serem utilizados pelo  $E_{pq}$  na avaliação das alternativas.
- **Prioridade Global de uma alternativa segundo um Grupo de avaliadores:** considerando os julgamentos de todos os avaliadores  $E_{pq}$  pertencentes de um determinado Grupo de avaliadores  $G_p$ , a Prioridade Global de uma alternativa genérica  $a_i$ , denotada por  $PG(a_i)_{G_p}$ , será obtida conforme a equação 4 a seguir:

$$PG(a_i)_{G_p} = \sum_{q=1}^{e_p} WE_{pq} \cdot PG(a_i)_{E_{pq}} \quad (4)$$

onde:

- $WE_{pq}$  é a importância relativa do avaliador  $E_{pq}$ ;
  - $e_p$  é o número de avaliadores pertencentes ao Grupo  $p$ .
- **Prioridade Global Total de uma alternativa:** considerando os julgamentos de todos os avaliadores  $E_{pq}$  pertencentes a cada um dos Grupos de avaliadores  $G_p$  ( $p = 1, \dots, t$ ), a Prioridade Global Total de uma alternativa genérica  $a_i$ , denotada por  $PG(a_i)_{Total}$ , será obtida pela expressão 5:

$$PG(a_i)_{Total} = \sum_{p=1}^t WG_p \cdot PG(a_i)_{G_p} \quad (5)$$

onde:

- $WG_p$  é a importância relativa do Grupo de avaliadores  $G_p$ ;
- $t$  é o número de Grupos de avaliadores;

## 5 Estudo de Caso

Com o intuito de investigar a abordagem proposta e a ferramenta computacional desenvolvida para o tratamento de problemas decisórios envolvendo múltiplos critérios e múltiplos avaliadores, apresenta-se um estudo de caso realizado em uma Faculdade.

### 5.1 O Problema

Em instituições de ensino, principalmente a nível técnico e superior, a utilização de computadores nas atividades acadêmicas é hoje algo fundamental. Para atender à necessidade de prover aos alunos e professores recursos de informática, a Faculdade Ubaense Ozanam Coelho (FAGOC), localizada no município de Ubá (Estado de Minas Gerais, Brasil), montou três laboratórios com vários equipamentos ligados em rede, com acesso à Internet, e mais os *softwares* necessários para as aulas e outras atividades que possam ser necessários pelos alunos e/ou professores da instituição.

Entretanto, alguns problemas ocorreram durante o período de utilização, dentre os quais se destacam: caso um professor necessitasse utilizar um aplicativo para sua disciplina, mas que ainda não estava instalado, tornava-se necessário acionar os responsáveis pela manutenção com antecedência, para que estes pudessem providenciar a instalação do aplicativo nas máquinas necessárias (em certas situações, ocorria a situação desagradável do aplicativo não ter sido instalado em todos os equipamentos necessários). Outro problema comum ocorria quando alunos salvavam documentos em um determinado computador e na aula seguinte não conseguiam acessá-los porque por algum motivo não estavam acessando o mesmo computador utilizado anteriormente. Neste sentido, evidenciou-se a necessidade de solucionar tais situações, de forma a eliminar a dependência de um equipamento específico, e minimizar o esforço necessário para a instalação de novos aplicativos.

## 5.2 A Solução *Thin-client*

Nos primórdios da computação, antes da existência dos microcomputadores, mas já com o advento dos sistemas computacionais multiusuários, as empresas informatizadas possuíam um computador de porte médio (minicomputador) a grande porte (mainframe), e os diversos usuários desse computador a ele se conectavam usando terminais de vídeo (equipamentos providos de monitor de vídeo e teclado, conectados ao computador principal). Os terminais não possuíam capacidade de processamento, apenas enviavam o que era digitado ao computador central, e dele recebiam as informações, que eram exibidas na sua tela (por este motivo eram conhecidos pelo termo 'terminais burros'). Os aplicativos, portanto, rodavam no computador central e, pelo sistema de compartilhamento de tempo, vários aplicativos podiam ser executados concomitantemente (embora na prática o processador do computador reserve milissegundos do seu tempo para cada aplicativo sendo executado). Cada usuário, desta forma, tinham a impressão de ter o computador apenas para si, visto que o tempo de resposta, do ponto de vista humano, normalmente é considerado aceitável ou bom. Não se utilizava interface gráfica, sendo toda a interface com o usuário em modo texto.

Com a chegada dos microcomputadores, e posteriormente as interfaces gráficas, o uso do terminal de vídeo com interface textual chegou ao fim, pois os usuários se tornaram mais exigentes com relação à interface. Dessa forma, passou a prevalecer o modelo de um computador para cada usuário (muitas vezes ligados em rede), que conduz às situações descritas na seção 5.1.

Surge então o conceito de 'terminal magro', ou *thin-client*, como é mais conhecido. É um equipamento que normalmente não possui unidade de disco para armazenamento de dados, com armazenamento local feito em memória tipo *flash*, possuindo processadores (normalmente menos poderosos do que os utilizados microcomputadores tradicionais), memória, interface de rede e portas USB para conexão de periféricos. Em geral o *thin-client* não possui também ventiladores ou outro dispositivo mecânico, o que os leva a menor incidência de defeitos. Segundo Sposito (2007), o *thin-client* foi concebido para utilização em uma arquitetura centralizada, onde as aplicações voltam a ser executadas em um equipamento central denominado servidor, compartilhado por todos os usuários, conforme os antigos 'terminais burros'. Porém, um fator que os diferencia é a interface, pois ao invés de interface textual, o *thin-client* utiliza sistemas operacionais com interface gráfica, como Linux ou Windows XP.

Neste sentido, foi proposta como solução dos problemas de gerenciamento dos laboratórios de informática da FAGOC a substituição dos microcomputadores existentes pelo modelo *thin-client*, e dessa forma os dados passam a ser armazenados em um equipamento servidor central, assim como todos os aplicativos instalados e executados nesse servidor. Dessa forma, o usuário (aluno/professor) executa suas tarefas e projetos em qualquer equipamento disponível, e a instalação de novos softwares passa a ser centralizada em um único ponto.

Existindo vários modelos de equipamentos *thin-client* no mercado brasileiro, surgiu a necessidade de se avaliar qual o equipamento que melhor atenderia às necessidades da FAGOC.

## 5.3 Definição do conjunto de alternativas (Equipamentos)

Para determinar qual equipamento deveria ser adquirido, considerou-se que este deveria ser capaz de carregar o sistema operacional pela rede, buscando-o no servidor. Após pré-seleção de equipamentos com tal característica, considerou-se para avaliação os seguintes equipamentos:  $a_1$  (*Tecnoworld Winbox CE*),  $a_2$  (*Connec EZ800*) e  $a_3$  (*Wyse 1125SE*).

## 5.4 Definição do conjunto de critérios

Para a seleção do equipamento, foram definidos critérios comerciais, técnicos e adicionais. Uma breve descrição dos critérios é apresentada na tabela 4. Tais critérios, após devidamente divididos em subcritérios, constituíram a estrutura hierárquica ilustrada na figura 3.

Tabela 4: Critérios considerados na avaliação

<b>Critérios Comerciais</b>
<p><b>Custo:</b> critérios financeiros de julgamento</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Valor unitário:</b> preço de cada equipamento, por unidade</li> <li>• <b>Forma de pagamento:</b> como o equipamento pode ser adquirido</li> <li>• <b>Manutenção mensal:</b> previsão do custo mensal com reparos e manutenção, por equipamento.</li> </ul>
<p><b>Usuários do equipamento:</b> informações sobre usuários do equipamento em outras empresas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Satisfação:</b> grau de satisfação dos usuários de outras empresas com o equipamento</li> <li>• <b>Estimativa numérica:</b> número aproximado de usuários no Brasil que utilizam o equipamento.</li> </ul>
<p><b>Garantia:</b> Condições de garantia do equipamento</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Prazo:</b> tempo previsto de garantia do equipamento</li> <li>• <b>Tempo de depreciação:</b> tempo previsto para o equipamento ter seu valor depreciado.</li> </ul>
<b>Critérios Técnicos</b>
<p><b>Software:</b> Característica relacionada ao uso do equipamento.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Boot do sistema:</b> se o equipamento já inicializa sistema operacional a partir do servidor ou precisa de módulo adicional.</li> </ul>
<p><b>Hardware:</b> características físicas do equipamento</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Rede:</b> Propriedades para a conexão em rede (fundamental neste tipo de equipamento). <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Velocidade:</b> taxa de transferência de dados máxima possível de se obter na rede.</li> <li>- <b>Sem fio:</b> se o equipamento permite interligação em redes sem fio.</li> </ul> </li> <li>• <b>Computador:</b> Características do equipamento relativas ao processamento de dados em si. <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Processador:</b> tipo e velocidade do processador da unidade.</li> <li>- <b>Memória flash:</b> capacidade de armazenamento de sua memória flash, de longo prazo (mantém informações na ausência de energia elétrica).</li> <li>- <b>Memória RAM:</b> capacidade de armazenamento de sua memória RAM, de curto prazo (informações são perdidas na ausência de energia elétrica).</li> </ul> </li> <li>• <b>Portas:</b> Conectores disponíveis para conexão de periféricos externos (além de monitor, mouse e teclado). <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>USB:</b> número de portas USB disponíveis.</li> <li>- <b>Paralela:</b> se possui porta paralela, para conexão de impressora local.</li> </ul> </li> <li>• <b>Vídeo:</b> Características de exibição gráfica do equipamento. <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Resolução:</b> capacidade gráfica do vídeo do equipamento, em número de pontos.</li> <li>- <b>Cores:</b> número de cores possível.</li> </ul> </li> <li>• <b>Áudio:</b> Conectores para processamento multimídia de áudio <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Entrada:</b> se existe entrada de sinal de áudio</li> <li>- <b>Saída:</b> se existe saída de áudio externa.</li> </ul> </li> </ul>
<b>Critérios Adicionais</b>
<p><b>Design:</b> o “estilo” do equipamento</p>
<p><b>Consumo:</b> a quantidade de KW/hora de energia elétrica demandados.</p>
<p><b>Tamanho:</b> o tamanho físico do equipamento.</p>

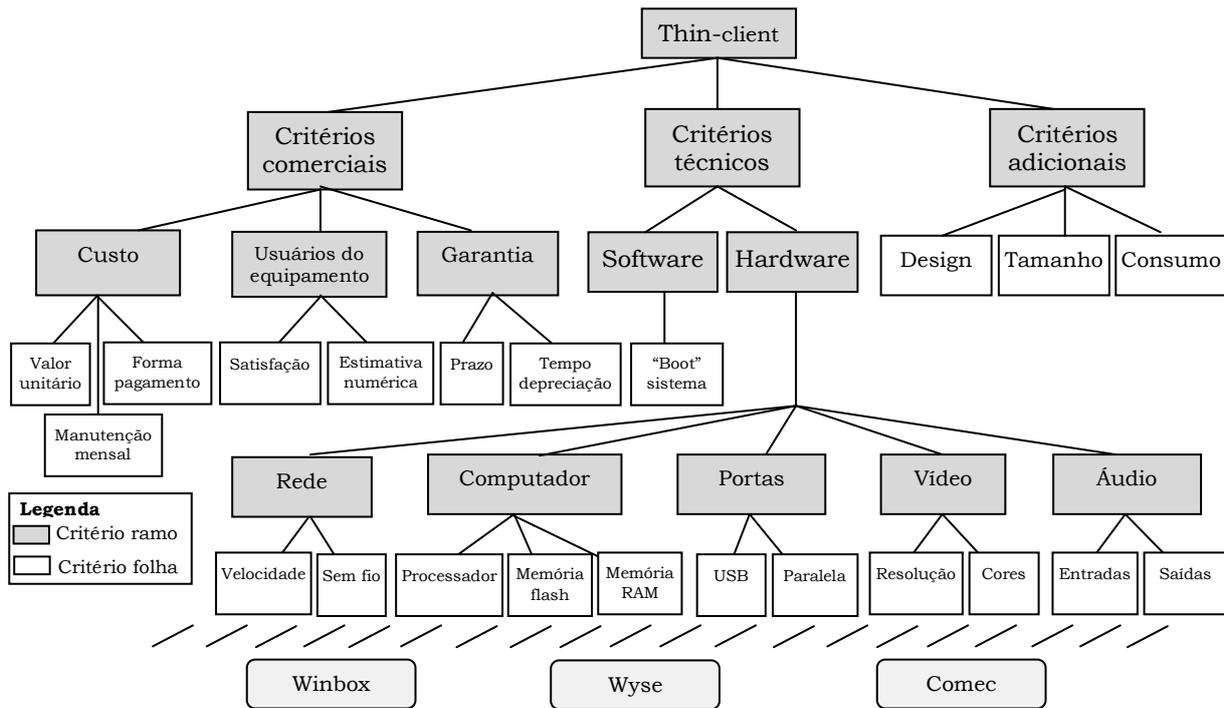


Figura 3: Hierarquia do problema de escolha de um equipamento *thin-client* (Trevizano, 2007)

### 5.5 Definição do Administrador e dos Grupos de Avaliadores

Como ‘Administrador’ foi escolhido Rodrigo Leite Gomide, por ser encarregado do setor de TI e por estar à frente do processo de definição dos equipamentos. As alternativas foram avaliadas por profissionais das áreas técnica, administrativa e pedagógica, cada uma delas avaliando as alternativas à luz dos critérios dentro de sua esfera de conhecimento e responsabilidade. A tabela 5 sintetiza os pesos atribuídos a cada Grupo de Avaliação e a cada avaliador, além dos critérios de competência de cada Grupo.

Tabela 5: Grupos de avaliação para escolha de um equipamento “*thin-client*”.

Grupo de avaliação	Peso do Grupo	Avaliadores de cada Grupo	Peso	Critérios
Equipe técnica	0,35	Rodrigo Gomide (gerente/setor de TI)	0,40	Computador, Rede, Portas, Vídeo, Áudio, <i>Software</i> , Adicionais
		Renato Franco (Prof./Ciência da Computação)	0,30	
		Domingos Souza (funcionário/setor de TI)	0,15	
		Felipe Carneiro (funcionário/setor de TI)	0,15	
Equipe comercial	0,40	Clécio Giorne (diretor administrativo/financeiro)	0,80	Custo, Garantia, Usuários, Adicionais
		Ricardo Santana (tesoureiro da IES)	0,20	
Equipe didática	0,25	Marcelo Andrade (diretor geral da IES)	0,60	<i>Software</i> , Adicionais (sem consumo), Vídeo, Áudio, Usuários
		Clayton Fraga (coordenador/Ciência da Computação)	0,40	

## 5.6 Definição da Importância Relativa dos Critérios

Conforme a abordagem proposta, coube ao Administrador definir os pesos relativos de cada critério na árvore de critérios. Para isso, o Administrador, usando a própria metodologia AHP, julgou cada critério à luz do critério imediatamente superior da árvore de critérios. A tabela 6 apresenta as prioridades obtidas (PML's), que neste caso representam a importância relativa dos critérios, e também os valores da Razão de Consistência de cada matriz de julgamentos (os quadros de julgamentos podem ser obtidos com os autores deste trabalho).

Vale ressaltar que a ferramenta computacional desenvolvida permite que os avaliadores alterem os valores da importância dos critérios, caso seja de interesse. Entretanto, neste estudo, todos os avaliadores concordaram com as importâncias definidas pelo administrador.

Tabela 6: Prioridades Médias Locais/Importância relativa dos critérios.

<b>Selecionar equipamentos</b>	<b>PML's</b>	<b>Critérios comerciais</b>	<b>PML's</b>	<b>Critérios técnicos</b>	<b>PML's</b>	<b>Critérios adicionais</b>	<b>PML's</b>		
Crit. comerciais	0,6328	Custo	0,7235	Software	0,1667	Design	0,4286		
Crit. técnicos	0,1749	Usuários	0,0833	Hardware	0,8333	Tamanho	0,4286		
Crit adicionais	0,1924	Garantia	0,1932	----	----	Consumo	0,1428		
RC = 0,009		RC = 0,063		RC = 0,000		RC = 0,000			
<b>Custo</b>	<b>PML's</b>	<b>Usuários</b>	<b>PML's</b>	<b>Garantia</b>	<b>PML's</b>	<b>Software</b>	<b>PML's</b>	<b>Hardware</b>	<b>PML's</b>
Valor unitário	0,6232	Satisfação	0,5000	Prazo	0,8000	"Boot"	1,000	Rede	0,2810
Forma pagam.	0,2395	Estimativa	0,5000	Tempo deprec	0,2000	----	----	Computador	0,4783
Man. mensal	0,1373	----	----	----	----	----	----	Portas	0,1145
----	----	----	----	----	----	----	----	Video	0,0836
----	----	----	----	----	----	----	----	Áudio	0,0426
RC = 0,0180		RC = 0,000		RC = 0,000		RC = 0,000		RC = 0,0520	
<b>Rede</b>	<b>PML's</b>	<b>Computador</b>	<b>PML's</b>	<b>Portas</b>	<b>PML's</b>	<b>Video</b>	<b>PML's</b>	<b>Áudio</b>	<b>PML's</b>
Velocidade	0,7500	Processador	0,200	USB	0,7500	Resolução	0,6667	Entradas	0,5000
Rede s/ fio	0,2500	Mem. RAM	0,400	Paralela	0,2500	Cores	0,3333	Saídas	0,5000
----	----	Mem. Flash	0,400	----	----	----	----	----	----
RC = 0,000		RC = 0,000		RC = 0,000		RC = 0,000		RC = 0,000	

## 5.7 Avaliação das Alternativas à Luz dos Critérios

Cada avaliador acessou o módulo de avaliação do software e atribuiu seus julgamentos de valor a cada alternativa à luz dos critérios definidos para o seu grupo de avaliação. No processo de julgamento, notou-se que alguns dos avaliadores, pelo desconhecimento da metodologia AHP, manifestaram dúvidas sobre a forma de efetuar os julgamentos. Uma breve explicação sobre o processo de julgamentos e, particularmente sobre a escala de avaliação definida por Saaty (1991). As dúvidas foram esclarecidas e os julgamentos foram efetuados.

## 5.8 Resultados Apresentados aos Avaliadores

Após avaliar as alternativas à luz de determinado critério, o *software* fornece ao avaliador a ordenação das alternativas à luz desse critério e o valor da Razão de Consistência da Matriz de Julgamentos. Concluído o julgamento das alternativas à luz de todos os critérios de sua responsabilidade, é fornecida a ordenação final das alternativas (Prioridades Globais) segundo sua percepção. A tabela 7 apresenta os resultados provenientes de alguns julgamentos do avaliador Renato Franco. A última coluna apresenta o vetor das Prioridades Globais e revela que a alternativa de maior prioridade para este avaliador é o equipamento  $a_3$  (1125SE).

Tabela 7: Exemplo de resultados apresentados aos avaliadores

Design (Renato)	Winbox CE	EZ800	1125SE	PML's	Tamanho (Renato)	PML's	Consumo (Renato)	PML's	Final (Renato)	PG
Winbox CE	1	2	1/3	0,2518	Winbox CE	0,4286	Winbox CE	0,1149	Winbox CE	<b>0,3071</b>
EZ800	1/2	1	1/3	0,1593	EZ800	0,1428	EZ800	0,1822	EZ800	<b>0,2912</b>
1125SE	3	3	1	0,5889	1125SE	0,4286	1125SE	0,7028	1125SE	<b>0,4017</b>
RC = 0,052					RC = 0,000		RC = 0,052			

## 5.9 Resultados Apresentados ao Administrador

Após os avaliadores de todos os Grupos de avaliação terem efetuado os seus julgamentos, o Administrador teve disponível diversos resultados que puderam auxiliá-lo no processo de tomada de decisão. Mais especificamente, esses resultados se referiam à:

- Verificação dos pesos atribuídos a cada avaliador e a cada Grupo de Avaliadores;
- Prioridade Global das alternativas segundo a percepção de cada avaliador;
- Prioridade Global das alternativas segundo a percepção de cada Grupo de Avaliadores; e
- Prioridade Global das alternativas no problema decisório.

É importante ressaltar que o 'Administrador' também pode ter acesso aos resultados oriundos dos julgamentos efetuados por cada avaliador, caso seja do seu interesse. Tais resultados referem-se aos valores atribuídos nas Matrizes de Julgamentos, os vetores de Prioridades Médias Locais referentes a cada critério, as Razões de Consistência, dentre outros. Procedendo desta forma, o 'Administrador' tem acesso à análise de todo o processo decisório.

Considerando o presente estudo de caso, a tabela 8 apresenta os resultados obtidos. Nesta tabela é possível constatar que o equipamento Winbox CE obteve a melhor ordenação final, depois de considerada as percepções de todos os avaliadores do estudo de caso (vide última coluna desta tabela). É importante notar que não houve um consenso entre os avaliadores do grupo 'Equipe Técnica'. Nesta condição, a importância dos julgamentos de cada avaliador é crucial para o resultado final do grupo.

No âmbito do foco principal do problema em questão – seleção do equipamento *thin client* – é importante constatar que o equipamento Winbox CE foi considerado como a melhor opção dentre os modelos utilizados, segundo a percepção de cada Grupo de avaliadores. Em termos gerenciais, este resultado representa a concordância entre os três Grupos envolvidos no uso do equipamento: 'Equipe comercial (Grupo de compradores)', 'Equipe Técnica (Grupo de instalação/suporte)' e 'Equipe Didática (Grupo de usuários)'.

Vale destacar que não é raro haver preferências divergentes entre grupos de avaliadores em problemas desta natureza. Nestas situações específicas, os resultados das

análises são apresentados ao decisor, cabendo-lhe acatar ou não o resultado obtido. No estudo em questão, todos os resultados foram apresentados aos avaliadores e o equipamento Winbox CE realmente foi adquirido pela FAGOC.

Tabela 8: Resultado da avaliação para os grupos

Alternativas	Resultados do grupo 'Equipe Técnica' (peso = 0,35)							
	Domingos (peso = 0,15) PG	Felipe (peso = 0,15) PG	Renato (peso = 0,30) PG	Rodrigo (peso = 0,40) PG	GRUPO PG			
Winbox CE	<b>0,454</b>	0,352	0,307	<b>0,508</b>	<b>0,416</b>			
EZ800	0,284	<b>0,411</b>	0,291	0,250	0,292			
1125SE	0,262	0,236	<b>0,402</b>	0,242	0,292			
Alternativas	Resultados do grupo 'Equipe Comercial' (peso = 0,40)			Resultados do grupo 'Equipe Didática' (peso = 0,25)			Final	
	Clécio (peso = 0,80) PG	Ricardo (peso = 0,20) PG	GRUPO PG	Clayton (peso = 0,40) PG	Marcelo (peso = 0,60) PG	GRUPO PG		
Winbox CE	<b>0,540</b>	<b>0,619</b>	<b>0,556</b>	<b>0,452</b>	<b>0,423</b>	<b>0,435</b>	<b>0,477</b>	
EZ800	0,186	0,152	0,179	0,253	0,244	0,248	0,236	
1125SE	0,274	0,229	0,265	0,295	0,333	0,318	0,288	

## 6 Considerações Finais

Nos tempos atuais, é cada vez mais constante a ocorrência de problemas decisórios onde múltiplos critérios devem ser considerados e múltiplos avaliadores estão envolvidos, sendo que esses avaliadores podem possuir graus diversos de conhecimento em relação ao problema a ser analisado. Desta forma, a definição de avaliadores/decisores (grupos de avaliadores/decisores) mais adequados ao tratamento do problema decisório em termos de formação (*background*), experiência e competência (*expertise*), e também da definição correta do escopo de critérios a serem julgados por cada avaliador, dentro de sua área de competência, além de contribuir para uma análise decisória mais coerente e precisa, também contribui para atenuação de uma das críticas mais frequentes ao emprego do método AHP: a elevada quantidade de julgamentos paritários a ser efetuada por cada avaliador/decisor em problemas decisórios de grande porte.

Com o intuito de contribuir para o tratamento de problemas decisórios onde múltiplos critérios e múltiplos avaliadores estão envolvidos, este artigo apresentou uma abordagem multicritério alternativa, fundamentada nos princípios do método AHP. Em especial, esta abordagem buscou realçar e ao mesmo tempo incorporar cientificamente a questão da definição da relevância ou importância atribuída a cada avaliador (ou grupo de avaliadores) em problemas decisórios. A partir desta abordagem, estimula-se que critérios como formação, experiência, competência, e até mesmo o poder sejam considerados para definir a importância de cada avaliador (ou grupo de avaliadores) nos problemas decisórios.

Ressalta-se que no estudo de caso realizado utilizou-se uma ferramenta computacional, ainda em fase de testes, que implementa a abordagem apresentada. O emprego desta ferramenta foi considerado satisfatório, apresentando uma solução originada dos julgamentos de cada avaliador/grupo de avaliadores, caracterizando os diversos pontos de vista e agrupamentos de critérios, além da solução global (considerando simultaneamente o julgamento de todos avaliadores). Além disso, foi possível verificar a consistência dos julgamentos de cada avaliador.

Considerando que situações semelhantes ocorrem com certa frequência em empresas e organizações, o emprego da abordagem apresentada através da ferramenta computacional poderá auxiliar os gestores de organizações em situações que envolvam a tomada de decisão com múltiplos critérios onde múltiplos avaliadores estão envolvidos.

## 7 Referências

- Aczel, J. and Saaty, T.L. (1983) Procedures for synthesizing ratio judgments, *Journal of Mathematical Psychology*. v.27, pp. 93-102.
- Belton, V. and Gear, A.E. (1985) The legitimacy of rank reversal – a comment. *Omega*, n.13, 3: pp. 143-144.
- Costa, H.G. (2002) Introdução ao método de análise hierárquica: análise multicritério no auxílio à decisão, Niterói: UFF, 104 p.
- Dyer, R.F. & Forman, E.H. (1999) Group decision support with the Analytic Hierarchy Process, *Decision Support Systems*. v.8. pp. 99-124.
- Gomes, L.F.A.M., Araya, M.C.G. e Carignano, C. (2004) Tomada de decisões em cenários complexos: introdução aos métodos discretos do apoio multicritério à decisão. Thompson. 168 p.
- Lootsma, F.A. (1993) Scale Sensitivity in the multiplicative AHP and SMART, *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, n.2. pp. 87-110.
- Ramanathan, R. and Ganesh, L.S. (1994) Group preference aggregation methods employed in AHP: An evaluation and an intrinsic process for deriving members' weightages, *European Journal of Operational Research*, n.79. pp. 249-265.
- Saaty, T. L. (2000) *Decision making for leaders*. Pitts burg, USA: WS. Publications.
- Saaty, T. L. (1991) *Método de análise hierárquica*, São Paulo: Makron Books. 367 p.
- Schoner, B. and Wedley, W.C (1989) Ambiguous Criteria Weights in AHP: Consequences and Solutions. *Decision Sciences*, n.20. pp. 462-475.
- Sposito, R. (2007) *A Volta do thin client*, Anuário Info Corporate 2007.
- Trevizano, W. A. (2007) Ferramenta computacional multiusuário para auxílio à tomada de decisão multicritério. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Universidade Estadual do Norte Fluminense, 123p.
- Van Den Honert, R.C. (2001) Decisional Power in Group Decision Making: A Note on the Allocation of Group Member's Weight in the Multiplicative AHP and SMART. *Group Decision and Negotiation*, n.10. pp. 275-286.
- Watson, S.R. and Freeling, A.N.S. (1982) Comment on: Assessing attribute weights by ratios. *Omega*, 11.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio fornecido pela Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).



# Una aproximación a la regularización de redes cascada-correlación para la predicción de series de tiempo

Fernan A. Villa †  
Juan D. Velásquez ‡  
Reinaldo C. Souza \*

† Grupo de Computación Aplicada  
Universidad Nacional de Colombia – Sede Medellín, Colombia  
fernnavilla@gmail.com

‡ Grupo de Computación Aplicada  
Universidad Nacional de Colombia – Sede Medellín, Colombia  
jdvelasq@unal.edu.co  
www.docentes.unal.edu.co/jdvelasq

\* Departamento de Engenharia Elétrica  
Pontifícia Universidade Católica (PUC-Rio) Rio de Janeiro – RJ, Brasil  
reinaldo@ele.puc-rio.br

---

## Abstract

Forecasting of time series using artificial neural networks is an important research topic due to the practical implications in fields as economics, finance and social sciences. Cascade-correlation neural networks seem to have better abilities for capturing nonlinear dynamics in relation to the other classical architectures as multilayer perceptrons. However, cascade-correlation network, as other models, may over fit the data. In this paper, we compare the ability of cascade-correlation networks trained using regularization techniques for forecasting a benchmark time series, and we show that regularization techniques allows us to find models with better generalization and forecasting ability.

## Resumen

La predicción de series de tiempo usando redes neuronales artificiales es un tópico importante de investigación debido a sus implicaciones prácticas en campos como la economía, las finanzas y las ciencias sociales. Las redes neuronales cascada-correlación parecen tener mejores habilidades para capturar dinámicas no lineales en comparación con otras arquitecturas clásicas tales como los perceptrones multicapas. Sin embargo, la red cascada-correlación, como otros modelos, podría sobreajustar los datos. En este artículo, se compara la habilidad de las redes cascada-correlación, entrenadas usando técnicas de regularización, para pronosticar una serie benchmark, y se muestra que las técnicas de regularización permiten encontrar modelos con mejor generalización y habilidad de pronóstico.

**Keywords:** cascade-correlation neural network, regularization, weight decay, weight elimination, time series, prediction

**Title:** An approximation to regularization of cascade-correlation neural networks for time series prediction.

---

## 1 Introducción

Los perceptrones multicapa (MLP, por su sigla en inglés) son aproximadores universales de funciones que estén definidas en un dominio compacto [Hornik, Stinchcombe y White, 1989; Cybenko, 1989; Funahashi, 1989]. No obstante, el proceso de especificación de un MLP es difícil debido a la gran cantidad de pasos metodológicos que requiere, a los criterios subjetivos en cuanto a cómo abordar cada paso, y a que los resultados obtenidos en cada etapa son críticos. Uno de los aspectos que dificultan el proceso de especificación es la falta de identificabilidad estadística del modelo. Las consideraciones sobre éste tema son el punto inicial para plantear modificaciones sobre la especificación de los MLP, tal que se obtengan nuevas configuraciones que puedan modelar problemas de una forma más objetiva, elegante y simple; y que permitan obtener mejores resultados en comparación con otros modelos. Desde este punto de vista, la red neuronal artificial conocida como Cascada-Correlación (CC) propuesta por Fahlman y Lebiere [1990] presenta ventajas conceptuales interesantes en relación al problema de identificabilidad y capacidad de generalización de los MLP.

La elección del tamaño óptimo de una red neuronal es un paso crítico al modelar cualquier problema: si se elige una red de tamaño relativamente pequeño no será capaz de generalizar con precisión los datos y, por tanto, no será capaz de aprender las características más importantes inmersas en los datos. En consecuencia, es necesario aumentar el tamaño de la red. Mientras que una red de un tamaño innecesariamente grande tiende a aprender no sólo las características de los datos dados, sino también el ruido y la idiosincrasia de los mismos. En aquel momento, la red incurre en sobre-ajuste y su tamaño debe ser reducido. El sobre-ajuste está relacionado con la saturación de las neuronas y se evidencia cuando se produce un error de entrenamiento muy pequeño y un error de validación muy alto. Este problema es controlado en los MLP principalmente mediante dos enfoques de regularización: el crecimiento de la red (Network Growing) y el podado o reducción de la red (Network Pruning) [Palit y Pppovic, 2005]. El enfoque de crecimiento de la red consiste en comenzar con una red de tamaño mínimo y agregar sucesivamente nuevas neuronas hasta lograr un rendimiento deseado. En la reducción de la red se comienza con una red relativamente grande y sucesivamente se van eliminando o anulando neuronas de acuerdo a un criterio definido, hasta que el desempeño de la red se degenera; una de las más importantes críticas a este método es que no se sabe si la red inicial es suficientemente grande como para que tenga neuronas innecesarias.

El enfoque de reducción de la red se usa preferiblemente cuando se desea diseñar redes que posean una gran capacidad de generalización, por ejemplo, para problemas como la predicción de series temporales o la clasificación de patrones, entre otros (Palit y Pppovic, 2005). En éste enfoque se tienen principalmente las estrategias de descomposición de pesos (Weight Decay) propuesta por Hinton [1989] y eliminación de pesos (Weight Elimination) por Weigent, Rumelhart y Huberman [1991]; las cuales han sido ampliamente utilizadas para regularizar los MLP. Sin embargo, no se han considerado el uso de dichas estrategias para el entrenamiento de las redes CC, aunque es de esperarse que podrían obtenerse modelos con una mejor capacidad de generalización.

Este artículo tiene dos objetivos: primero, presentar una modificación de CC para incorporar las estrategias de regularización mencionadas anteriormente: descomposición y eliminación de pesos; y segundo, analizar empíricamente las ganancias al pronosticar una serie de tiempo mediante modelos de CC regularizados.

Para cumplir con los objetivos propuestos, el resto del artículo está organizado así: en la siguiente sección se discuten las técnicas de regularización; posteriormente, se hace una introducción a las redes CC y se mencionan las estrategias de regularización a integrar; luego, se pronostica una serie de tiempo para comprobar la efectividad de las modificaciones propuestas y finalmente se concluye.

## 2 Las técnicas de regularización

La solución de problemas complejos, como la predicción de series temporales o la clasificación de patrones, exige el uso de redes gran tamaño y altamente estructuradas [Haykin, 1999]. Sin embargo, las redes de gran tamaño son propensas a aprender las particularidades o ruido presente en los datos de entrenamiento y a incurrir en el problema bien conocido del sobre-ajuste. Además, el procesamiento computacional requerido sea mayor respecto a otras redes de menor tamaño. Una manera de sortear estas dificultades es buscar la minimización del tamaño de la red mientras se mantiene su buen rendimiento; esto se puede lograr a través del enfoque de regularización basado en la reducción de red usando técnicas de poda [Haykin, 1999; Palit y Popovic, 2005]. Así, se puede llegar a tener una red con un tamaño óptimo, menos propensa a aprender el ruido en los datos de entrenamiento y a incurrir en el sobre-ajuste. Consecuentemente, una red de tamaño óptimo puede generalizar con mayor precisión en un tiempo computacional menor que una red de mayor tamaño.

Por otro lado, si se elige una red de tamaño relativamente pequeño, esta no será capaz de generalizar con precisión los datos y, por tanto, no será capaz de aprender sus características más importantes. En consecuencia, es necesario aumentar el tamaño de la red y es recomendable seguir el enfoque de regularización: crecimiento de red (Network Growing) [Haykin, 1999; Palit y Popovic, 2005].

En el enfoque de crecimiento de la red se comienza con una red pequeña; luego, se agregan secuencialmente nuevas neuronas o capas ocultas hasta que la red logre un rendimiento adecuado. En las técnicas de reducción, se comienza con una red de gran tamaño y seguidamente se eliminan secuencialmente conexiones de manera selectiva y ordenada; la eliminación se puede lograr a través de una de dos estrategias: la descomposición de pesos (Weight Decay) propuesta por Hinton [1989] y eliminación de pesos (Weight Elimination) propuesta por Weigent et al. [1991]; ambas ampliamente utilizadas para regularizar los MLP.

Entonces, las estrategias de regularización tienen como objetivo realizar un intercambio apropiado entre la fiabilidad de los datos de entrenamiento y las bondades del modelo. En procedimientos de aprendizaje supervisado, el intercambio se realiza a través de la minimización el riesgo total [Haykin, 1999], dado por la expresión:

$$R(w) = \xi_s(W) + \lambda \xi_c(w) \quad (1)$$

Donde  $\xi_s(W)$  es la medida estándar de rendimiento, depende del modelo de la red y de los datos de entrada, en aprendizaje backpropagation es conocido como la media del cuadrático;  $\lambda$  es el parámetro de regularización;  $\xi_c(w)$  es la penalización compleja, para una red en general, está dado por una integral de suavizado de orden  $k$ , así:

$$\xi_c(w, k) = \frac{1}{2} \int \left\| \frac{\partial^k}{\partial x^k} F(x, m) \right\|^2 \mu(x) dx \quad (2)$$

donde  $F(x, m)$  es el mapeo de entrada-salida realizado por el modelo,  $\mu(x)$  es alguna función de ponderación que determina la región del espacio de entrada sobre la cual la función  $F(x, m)$  es requerida para ser suavizada.

## 2.1 La descomposición de pesos (Weight Decay)

El procedimiento de descomposición de pesos propuesto por Hinton [1989], es un método de regularización complejo; opera sobre algunos pesos sinápticos de la red forzándolos a tomar valores cercanos a cero y permitiendo a otros conservar valores relativamente altos. Esta discriminación permite agrupar los pesos de la red en: pesos que tienen poca o ninguna influencia sobre el modelo, llamados pesos de exceso; y pesos que tienen influencia sobre el modelo. Para ésta técnica el procedimiento la penalización de complejidad es definido como:

$$\xi_c(w) = \|w\|^2 = \sum_{i \in \zeta_{total}} w_i^2 \quad (3)$$

donde  $\zeta_{total}$  son los pesos sinápticos en la red. El tratamiento de los pesos de la red CC es similar al de los MLP; todos los pesos son tratados igual, es decir, se supone que la distribución de los pesos en el espacio estará centrada en el origen.

## 2.2 La eliminación de pesos (Weight Elimination)

Este método de regularización descrito por Weigend et al. [1991] define la penalización de complejidad como:

$$\xi_c(w) = \|w\|^2 = \sum_{i \in \zeta_{total}} w_i^2 \quad (4)$$

donde  $w_i$  es el peso de alguna sinapsis  $i$  en la red;  $w_0$  es un parámetro predefinido; y  $\zeta_{total}$  son todas las conexiones sinápticas en la red. El término  $w_i/w_0$  hace que la penalización compleja tenga un comportamiento simétrico. Además, cuando  $|w_i| \ll w_0$ ,  $\xi_c(w)$  tiende a cero, es decir, para el aprendizaje el peso sináptico  $i$  es poco fiable, por consiguiente puede ser eliminado de la red. Mientras que cuando  $|w_i| \gg w_0$ ,  $\xi_c(w)$  tiende a uno, entonces el peso  $w_i$  es importante para el proceso de aprendizaje. En conclusión, éste método busca los pesos que tienen una influencia significativa sobre la red, y descarta los demás.

## 3 Redes cascada-correlación

La red neuronal artificial conocida como Cascada Correlación (CC) propuesta por Fahlman y Lebiere [1990], está diseñada siguiendo el esquema de crecimiento de red, se comienza con una red mínima sin capas ocultas, es decir, con sólo algunas entradas y uno o más nodos de salida. Las neuronas ocultas son agregadas una a una en la red, obteniendo de esta manera una estructura multicapa, que permite aplicar las técnicas de

regularización utilizadas para perceptrones multicapa. En la Figura 1 se presenta pictóricamente el esquema de una red CC.

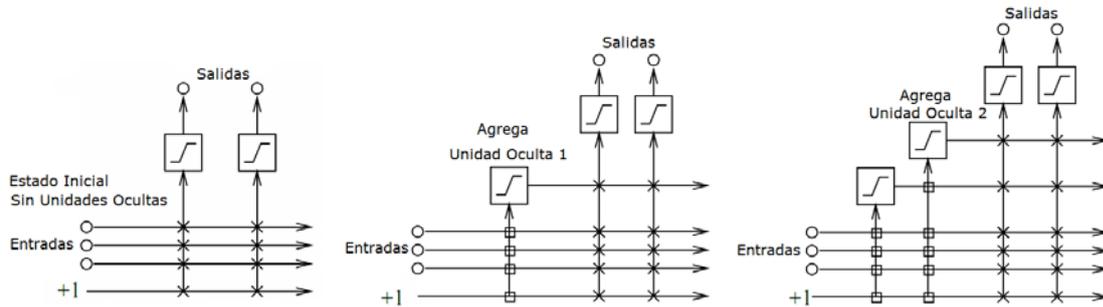


Figura 1: Esquema de una red Cascada-Correlación, por Fahlman & Lebiere, 1991.

En el proceso de adición de neuronas ocultas a la red, cada nueva neurona recibe una conexión sináptica de cada una de las neuronas de entrada y también de las neuronas ocultas que la preceden. Luego de agregar la nueva neurona oculta, los pesos sinápticos de su entrada son congelados, mientras que los pesos de su salida son entrenados repetidamente. Este proceso es continuo hasta que se alcanza un rendimiento satisfactorio.

Consecuentemente, una red CC podría realizar la regresión de funciones no lineales con una precisión superior al de un MLP tradicional. Esto (el problema general de regresión) ya ha sido abordado en la literatura; pero, el problema del modelado y la predicción de series temporales es más complejo que el problema de regresión, porque se debe tener en cuenta el orden de los datos así como las nuevas propiedades estadísticas que este ordenamiento induce sobre la información. Además, no se han considerado estrategias de regularización para las redes CC.

#### 4 Incorporación de las estrategias de regularización

Para la regularización de las redes CC se sigue el enfoque de reducción de la red, puesto que se usa preferiblemente cuando se desea diseñar redes que posean una gran capacidad de generalización [Palit y Popovic, 2005]. Bajo este enfoque se tienen principalmente las estrategias de Descomposición de Pesos y Eliminación de Pesos.

Para el caso de la regularización de CC se consideran las expresiones: reemplazando la ecuación (3) en (1), se puede incorporar la estrategia de descomposición de pesos:

$$R(w) = \xi_s(W) + \lambda \left( \sum_{i \in \zeta_{total}} w_i^2 \right) \tag{5}$$

Mientras que reemplazando (4) en (1), se puede incorporar la estrategia de eliminación de pesos:

$$R(w) = \xi_s(W) + \lambda \left( \sum_{i \in \zeta_{total}} \frac{(w_i / w_0)^2}{1 + (w_i / w_0)^2} \right) \tag{6}$$

#### 5 Caso de estudio

En ésta sección se presenta una comparación entre una red cascada correlación sin regularizar y varias redes CC regularizadas con los esquemas de eliminación y descomposición al pronosticar la serie de tiempo “Pasajeros de una Aerolínea” de Box y Jenkins [1976]. Esta serie ha sido estudiada en la literatura por Faraway y Chatfield [1998] utilizando un MLP, por Ghiassi, Saidane y Zimbra [2005] mediante DAN2 y por Ortiz, Villa y Velásquez [2007]. La serie posee un comportamiento no lineal, como se puede apreciar en las Figura 2, y corresponde al registro del número total de pasajeros transportados por mes por una aerolínea, desde enero de 1949 hasta diciembre de 1960. En la Figura 2 se muestran los valores reales y los pronosticados de la serie.

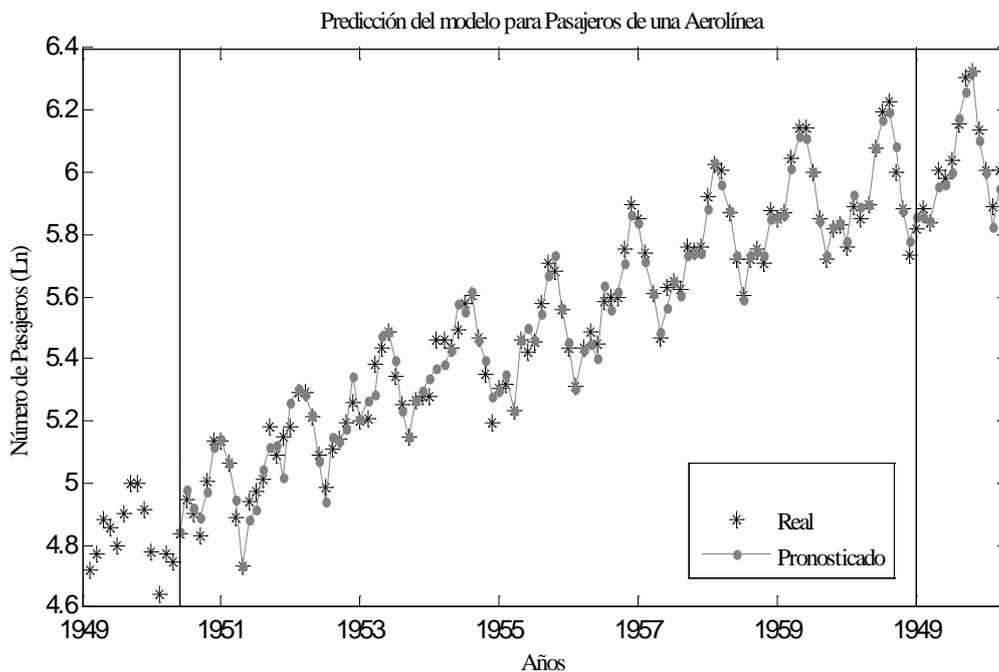


Figura 1: Valores real y pronosticado para la serie de pasajeros de una aerolínea.

Para comparar la habilidad de las redes CC sin regularizar y regularizadas, se calcula la sumatoria del error medio cuadrático (SSE) de entrenamiento y validación, al pronosticar la serie de tiempo con 17 modelos (Tabla 3) de redes CC: sin regularizar; y regularizadas con descomposición y eliminación de pesos, sus parámetros se indican en la Tablas 1 y 2, respectivamente. Además, los datos de la serie se transformaron utilizando la función logaritmo natural (base - e); para el pronóstico, se usaron los primeros 120 datos para entrenamiento y los 12 últimos para validación. Los algoritmos se implementaron en Matlab®.

En las Tablas 3 y 4 se resumen los resultados de entrenamiento y validación, respectivamente; al regularizar mediante descomposición de pesos (CC-D<sub>i</sub>). Mientras que en las Tablas 5 y 6 se presentan los resultados al pronosticar con redes CC regularizadas con eliminación de pesos (CC-E<sub>j</sub>). Para las Tablas 3–6, la columna CC indica que el pronóstico se realizó sin ninguna estrategia de regularización.

Tabla 1: Parámetros de regularización para el esquema de regularización de descomposición de pesos.

Descomposición de Pesos				
Parámetro	CC-D <sub>1</sub>	CC-D <sub>2</sub>	CC-D <sub>3</sub>	CC-D <sub>4</sub>
$\lambda$	0.001	0.010	0.050	0.100

Tabla 2: Parámetros de regularización para el esquema de regularización de eliminación de pesos.

Eliminación de Pesos								
Parámetros	CC-E <sub>1</sub>	CC-E <sub>2</sub>	CC-E <sub>3</sub>	CC-E <sub>4</sub>	CC-E <sub>5</sub>	CC-E <sub>6</sub>	CC-E <sub>7</sub>	CC-E <sub>8</sub>
$\lambda$	0.001	0.010	0.050	0.100	0.001	0.010	0.050	0.100
$w0$	10	10	10	10	100	100	100	100

Tabla 3: Sumatoria del error medio cuadrático en entrenamiento para diferentes modelos regularizados con la estrategia de descomposición de pesos, pronosticando la serie del caso de estudio.

Entrenamiento							
Modelo	Rezagos	Neuronas	CC	CC-D <sub>1</sub>	CC-D <sub>2</sub>	CC-D <sub>3</sub>	CC-D <sub>4</sub>
1	1, 2, 13	4	0.826	0.612	1.256	1.420	1.459
2	1, 4, 8, 12	3	0.228	0.337	0.467	0.844	1.031
3	1, 4, 8, 12, 13	4	0.106	0.223	0.513	0.849	0.983
4	1, 4, 8, 10, 12, 13	3	0.171	0.221	0.491	0.816	0.957
5	1 – 4	2	1.171	1.123	1.487	2.062	2.277
6	1 – 13	2	0.145	0.214	0.451	0.821	1.057
7	1 – 13	4	0.174	0.214	0.451	0.821	1.057
8	1, 12	2	0.301	0.343	0.391	0.435	0.454
9	1, 12	4	0.286	0.343	0.391	0.435	0.454
10	1, 12	10	0.242	0.343	0.391	0.435	0.454
11	1, 2, 12	2	0.334	0.335	0.457	0.690	0.768
12	1, 2, 12	4	0.255	0.335	0.457	0.690	0.768
13	1, 2, 12, 13	2	0.185	0.223	0.502	0.783	0.863
14	1, 2, 12, 13	4	0.184	0.223	0.502	0.783	0.863
15	1, 12, 13	1	0.183	0.223	0.473	0.644	0.684
16	1, 12, 13	2	0.186	0.223	0.473	0.644	0.684
17	1, 12, 13	4	0.154	0.223	0.473	0.644	0.684

Tabla 4: Sumatoria del error medio cuadrático en validación para los modelos de la Tabla 3 regularizados con la estrategia de descomposición de pesos, pronosticando la serie del caso de estudio.

Modelo	Rezagos	Neuronas	Validación				
			CC	CC-D1	CC-D2	CC-D3	CC-D4
1	1, 2, 13	4	0.196	0.139	0.148	0.164	0.169
2	1, 4, 8, 12	3	0.036	0.022	0.031	0.079	0.106
3	1, 4, 8, 12, 13	4	0.020	0.014	0.036	0.078	0.096
4	1, 4, 8, 10, 12, 13	3	0.014	0.013	0.031	0.067	0.085
5	1 – 4	2	0.140	0.162	0.174	0.239	0.266
6	1 – 13	2	0.059	0.016	0.028	0.068	0.102
7	1 – 13	4	0.013	0.016	0.028	0.068	0.102
8	1, 12	2	0.033	0.020	0.028	0.035	0.038
9	1, 12	4	0.019	0.020	0.028	0.035	0.038
10	1, 12	10	0.046	0.022	0.028	0.035	0.038
11	1, 2, 12	2	0.023	0.022	0.032	0.062	0.073
12	1, 2, 12	4	0.039	0.022	0.032	0.062	0.073
13	1, 2, 12, 13	2	0.012	0.014	0.036	0.071	0.082
14	1, 2, 12, 13	4	0.012	0.014	0.036	0.071	0.082
15	1, 12, 13	1	0.011	0.014	0.036	0.057	0.062
16	1, 12, 13	2	0.011	0.014	0.036	0.057	0.062
17	1, 12, 13	4	0.010	0.014	0.036	0.057	0.062

Los resultados presentados en la Tabla 3 indican que al hacer  $\lambda=0.001$  (columna CC-D<sub>1</sub>), es indiferente utilizar el modelo 6 ó 7 para entrenamiento, dado que logran mismos errores. Asimismo, es indiferente usar los modelos: 8, 9 ó 10; 11 ó 12; y 13, 14, 15, 16 ó 17; son claramente 4 grupos de modelos. Al aumentar  $\lambda$  a 0.01 (CC-D<sub>2</sub>), es indiferente utilizar en entrenamiento: 6 ó 7; 8, 9 ó 10; 11 ó 12; 13 ó 14; 15, 16 ó 17; son 5 grupos. Haciendo  $\lambda = 0.05$  (CC-D<sub>3</sub>) se distinguen los mismos grupos de D<sub>2</sub> pero con un error mayor, igualmente cuando se aumenta  $\lambda$  a 0.1 (CC-D<sub>4</sub>) también aumenta el error. Además, en la validación (Tabla 4), similar al entrenamiento en varios modelos el error obtenido fue igual; en CC-D<sub>1</sub> se tienen 4 grupos de modelos con el mismo error, en CC-D<sub>2</sub> 3 grupos, y en CC-D<sub>3</sub> y CC-D<sub>4</sub> 4 grupos. Tanto en entrenamiento como en validación, se observa que la descomposición de pesos logra que los errores varíen menos entre modelos, esto posibilita agruparlos y que sea indiferente utilizar cualquier modelo de un grupo específico.

Además, en entrenamiento y validación, los modelos 1–5, donde varían la cantidad de neuronas y los rezagos, los errores con CC-D<sub>1</sub> son cercanos a los obtenidos con CC e incluso algunos son menores (en entrenamiento los modelos 1 y 5; y en validación 1, 2, 3 y 4). Sin embargo, cuando se aumenta  $\lambda$  (se hace que el término de regularización tenga más importancia en la red) los errores aumentan, tal es el caso de las columnas CC-D<sub>2</sub>, CC-D<sub>3</sub>, CC-D<sub>4</sub>. En los modelos 6 y 7, se mantienen fijos los rezagos, y al aumentar las neuronas ocultas el error de entrenamiento no varía, pero si cambia en redes CC sin regularizar. Similarmente, en los modelos: 8, 9 y 10, al aumentar las neuronas ocultas, primero en dos unidades, y luego en seis, los errores no cambian; 13 y 14 las neuronas se incrementan en dos unidades y los errores permanecen estables; y 15, 16 y 17, de 15 a 16 se aumenta una neurona, luego de 16 a 17 dos unidades y ocurre lo mismo.

Tabla 5: Sumatoria del error medio cuadrático de entrenamiento para los modelos de la Tabla 3 regularizados con la estrategia de eliminación de pesos, pronosticando la serie del caso de estudio.

Modelo	Entrenamiento								
	CC	CC-E <sub>1</sub>	CC-E <sub>2</sub>	CC-E <sub>3</sub>	CC-E <sub>4</sub>	CC-E <sub>5</sub>	CC-E <sub>6</sub>	CC-E <sub>7</sub>	CC-E <sub>8</sub>
1	0.826	0.732	0.729	0.874	0.642	1.002	0.803	1.030	0.736
2	0.228	0.227	0.222	0.328	0.210	0.332	0.195	0.337	0.231
3	0.106	0.103	0.101	0.169	0.107	0.197	0.109	0.222	0.108
4	0.171	0.118	0.086	0.174	0.111	0.194	0.114	0.220	0.119
5	1.171	0.870	0.520	0.936	0.934	1.060	0.889	0.846	0.882
6	0.145	0.089	0.081	0.150	0.084	0.188	0.082	0.213	0.094
7	0.174	0.116	0.115	0.155	0.117	0.188	0.123	0.213	0.119
8	0.301	0.305	0.267	0.315	0.291	0.341	0.293	0.343	0.300
9	0.286	0.276	0.239	0.316	0.284	0.341	0.276	0.343	0.280
10	0.242	0.221	0.211	0.296	0.229	0.341	0.216	0.343	0.215
11	0.334	0.244	0.222	0.308	0.224	0.331	0.244	0.335	0.244
12	0.255	0.223	0.207	0.305	0.230	0.331	0.191	0.335	0.201
13	0.185	0.162	0.147	0.174	0.137	0.197	0.154	0.223	0.159
14	0.184	0.136	0.131	0.166	0.122	0.197	0.139	0.223	0.161
15	0.183	0.181	0.171	0.184	0.178	0.198	0.176	0.223	0.181
16	0.186	0.161	0.138	0.179	0.129	0.198	0.170	0.223	0.163
17	0.154	0.143	0.119	0.168	0.125	0.198	0.137	0.223	0.143

Tabla 6: Sumatoria del error medio cuadrático de validación para los modelos de la Tabla 3 regularizados con la estrategia de eliminación de pesos pronosticando la serie del caso de estudio.

Modelo	Validación								
	CC	CC-E <sub>1</sub>	CC-E <sub>2</sub>	CC-E <sub>3</sub>	CC-E <sub>4</sub>	CC-E <sub>5</sub>	CC-E <sub>6</sub>	CC-E <sub>7</sub>	CC-E <sub>8</sub>
1	0,196	0,141	0,179	0,189	0,526	0,145	0,236	0,139	0,368
2	0,036	0,038	0,035	0,025	0,052	0,023	0,045	0,022	0,038
3	0,020	0,024	0,018	0,017	0,026	0,014	0,017	0,014	0,027
4	0,014	0,042	0,024	0,017	0,035	0,015	0,035	0,015	0,041
5	0,140	0,156	0,101	0,164	0,158	0,140	0,148	0,140	0,152
6	0,059	0,014	0,014	0,016	0,011	0,015	0,013	0,016	0,026
7	0,013	0,023	0,018	0,017	0,012	0,015	0,013	0,016	0,026
8	0,033	0,026	0,030	0,022	0,019	0,020	0,030	0,020	0,051
9	0,019	0,037	0,037	0,023	0,029	0,020	0,030	0,020	0,051
10	0,046	0,050	0,050	0,028	0,059	0,020	0,030	0,020	0,051
11	0,023	0,037	0,040	0,027	0,036	0,023	0,046	0,022	0,037
12	0,039	0,049	0,075	0,028	0,042	0,023	0,046	0,022	0,037
13	0,012	0,019	0,019	0,016	0,020	0,014	0,026	0,014	0,016
14	0,012	0,024	0,022	0,018	0,022	0,014	0,026	0,014	0,016
15	0,011	0,015	0,015	0,013	0,014	0,013	0,023	0,014	0,015
16	0,011	0,025	0,016	0,014	0,016	0,013	0,023	0,014	0,015
17	0,010	0,027	0,029	0,016	0,026	0,013	0,023	0,014	0,015

Consecuentemente, los resultados experimentales (entrenamiento y validación) al pronosticar la serie con redes CC regularizadas mediante descomposición de pesos muestran que: se logra un error estable a pesar de que se aumente la cantidad de neuronas ocultas en un modelo de red CC; con  $\lambda$  relativamente pequeño ( $\lambda=0.001$ ) se pueden lograr errores menores que los obtenidos con redes CC sin regularizar; al aumentar  $\lambda$  los errores continúan siendo estables, pero aumentan.

En la Tabla 5 se presentan los resultados experimentales de entrenamiento al pronosticar la serie con los 17 modelos de la Tabla 3 regularizados con la estrategia de eliminación de pesos, variando el parámetro  $\lambda$  y  $u_0$  como se indica en la Tabla 2. Los resultados revelan que dejando  $u_0=10$  fijo el error de entrenamiento de la red CC no regularizada se disminuye al hacer  $\lambda=0.001$  (columna CC-E<sub>1</sub>), se reduce aún más cuando se aumenta  $\lambda$  a 0.01 (CC-E<sub>2</sub>) en todos los modelos. Sin embargo, el error incrementa cuando se aumenta  $\lambda$  a 0.05 (CC-E<sub>3</sub>), pero al incrementar  $\lambda$  a 0.1 (CC-E<sub>4</sub>), el error disminuye respecto a CC-E<sub>3</sub>, es decir, CC-E<sub>4</sub> < CC-E<sub>3</sub>. Luego, cuando  $u_0$  es aumentado a 100 y se mantienen fijo, se nota que algunos modelos tienden a un error específico aunque se aumenten el número de neuronas, si  $\lambda=0.001$  (CC-E<sub>5</sub>) los modelos: 6 y 7 tienen un error de 0.188; 8, 9 y 10 de 0.341; 11 y 12 de 0.331; 13 y 14 de 0.197; y 15, 16 y 17 de 0.198. Igualmente, cuando  $\lambda=0.05$  (CC-E<sub>7</sub>) los modelos tienden al mismo error, pero mayor que el logrado con  $\lambda=0.001$ . Además, con  $\lambda=0.01$  (CC-E<sub>6</sub>) y  $\lambda=0.1$  (CC-E<sub>8</sub>) los errores obtenidos son menores que los logrados con redes CC sin regularizar.

Los resultados en validación (Tabla 6) al pronosticar con el esquema de eliminación de pesos muestran que cuando  $u_0=10$  los errores de las columnas CC-E<sub>1</sub>, CC-E<sub>2</sub>, CC-E<sub>3</sub>, CC-E<sub>4</sub> son relativamente cercanos a los obtenidos con redes CC sin regularizar, e incluso algunos son menores; sin embargo, al aumentar el número de neuronas ocultas el error aumenta. Mientras que si  $u_0$  se aumenta a 100, los errores de los modelos tienden a un error, aunque se aumente el número de neuronas, y en algunos casos es menor al de las redes CC sin regularizar.

Entonces, los resultados experimentales (entrenamiento y validación) al pronosticar la serie con redes CC regularizadas mediante eliminación de pesos muestran que: cuando  $u_0=100$  se logra un error estable a pesar de que se aumente la cantidad de neuronas ocultas en un modelo de red CC; y con diferentes combinaciones de  $\lambda$  y  $u_0$ , e.g.  $\lambda=0.01$  y  $u_0=100$ , se pueden lograr errores menores que los obtenidos con redes CC sin regularizar.

## 6 Conclusiones

Los resultados experimentales al realizar el pronóstico de la serie del caso de estudio con redes CC regularizadas mediante descomposición de pesos muestran, tanto en entrenamiento como en validación, que: aunque se aumente el número de neuronas en el modelo de CC, éste sigue tendiendo al mismo error; relativamente pequeño ( $\lambda=0.001$ ) se pueden lograr errores menores que los obtenidos con redes CC sin regularizar; al aumentar  $\lambda$  los errores continúan siendo estables, pero aumentan.

Mientras que al pronosticar la serie usando como estrategia de regularización la eliminación de pesos los resultados en entrenamiento y validación, muestran que: cuando  $u_0=100$  se logra un error estable a pesar de que se aumente la cantidad de neuronas ocultas en un modelo de red CC; con diferentes combinaciones de  $\lambda$  y  $u_0$ , e.g.  $\lambda=0.01$  y  $u_0=100$ , se pueden lograr errores menores que los obtenidos con redes CC sin regularizar.

Consecuentemente, es favorable incorporar estrategias de regularización en el diseño de las redes CC; además, tal incorporación aporta al problema del pronóstico de series de tiempo.

## 7 Reconocimientos

Este artículo se realizó en el marco del proyecto de investigación: “MODELADO Y PREDICCIÓN DE SERIES TEMPORALES NO LINEALES USANDO REDES CASCADA-CORRELACION”, financiado por la DIME – Universidad Nacional de Colombia (Medellín).

## 8 Referencias

- Box, G.; Jenkins, G. [1976] Time series analysis, forecasting and control. Holden-Day.
- Cybenko, G. [1989] Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of Control: Signals and Systems*, Vol. 2, pp. 202–314.
- Fahlman, S. E.; Lebiere C. [1990] The Cascade-Correlation learning architecture. *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. 2, pp. 524–532.
- Faraway, J.; Chatfield, C. [1998] Time series forecasting with neural networks: A comparative study using the airline data. *Applied Statistics*, Vol. 47, Nro. 2, pp. 231–250.
- Funahashi, K. [1989] On the approximate realization of continuous mappings by neural networks. *Neural Networks*, Vol. 2, pp. 183–192.
- Ghiassi, M.; Saidane, H.; Zimbra, D [2005] A dynamic artificial neural network model for forecasting time series events. *International Journal of Forecasting*, Vol. 21, No. 2, pp. 341–362.
- Haykin, S. [1999] *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall.
- Hinton, G. E. [1989] Connectionist learning procedures. *Artificial Intelligence*, No. 40, pp. 185–243.
- Hornik, K.; Stinchcombe, M.; White, H. [1989] Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, Vol. 2, No. 5, pp. 359–366.
- Ortiz, D. M.; Villa, F. A.; Velásquez, J. D. [2007] Una Comparación entre Estrategias Evolutivas y RPROP para la Estimación de Redes Neuronales. *Avances en Sistemas e Informática*, Vol. 4, Nro 2, pp. 135–144.
- Palit, A.K.; Popovic, D. [2005] *Computational Intelligence in Time Series Forecasting*. Springer.
- Weigant, A. S.; Rumelhart, D. E.; Huberman, B. A. [1991] Generalization by weight-elimination with application to forecasting. *Advances in Neural Information Processing System*, Morgan Kaufmann, San Mateo, CA. No. 3, pp. 875–882.



# Um novo limite inferior baseado num modelo de Programação por Restrições para o Problema de Minimização de Padrões

Cláudio Alves \*      Rita Macedo \*      José Valério de Carvalho \*

\* Centro de Investigação Algoritmi, Universidade do Minho, 4710-057 Braga, Portugal  
{claudio, rita, vc}@dps.uminho.pt

---

## Abstract

The Pattern Minimization Problem is a combinatorial optimization problem that consists in finding the cutting plan with the minimum number of different patterns. The problem has been mainly solved using heuristics. There are very few exact resolution approaches described in the literature. In this paper, we present results for a new and fast lower bound based on a Constraint Programming model that allows to handle efficiently the most complex constraints of the problem. The preliminary results obtained from a set of instances from the literature show that the computational times necessary to obtain the lower bound are very small. In some cases, our lower bound is even stronger than the continuous bound obtained through the best column generation model described so far.

## Resumo

O Problema de Minimização de Padrões é um problema de optimização combinatoria que consiste em determinar o plano de corte com o menor número de padrões diferentes. Esse problema tem sido essencialmente abordado através de procedimentos heurísticos, sendo muito poucas as contribuições descritas na literatura relativas a abordagens de resolução exacta. Neste artigo, apresentamos resultados preliminares para um novo limite inferior que é calculado em tempos computacionais que superam outras abordagens ao nível do estado-da-arte. Para calcular o limite, usamos um modelo de Programação por Restrições que incorpora de forma eficiente as restrições mais complexas do Problema de Minimização de Padrões. Os resultados que obtivemos em instâncias da literatura mostram que o limite inferior é obtido em tempos computacionais muito reduzidos. Em alguns casos, é mesmo mais forte que o limite contínuo obtido através do melhor modelo de geração de colunas descrito até agora.

**Keywords:** problema de minimização de padrões, programação inteira, programação por restrições, limites inferiores

**Title:** A new lower bound based on a Constraint Programming model for the Pattern Minimization Problem.

## 1 Introdução

Neste artigo, abordamos o Problema de Minimização de Padrões (PMP) unidimensional, que segundo a tipologia proposta por Wäscher *et al.* (2007) para problemas de corte e empacotamento, pode ser caracterizado como um problema 1D-SSSCSP (*one-dimensional single stock size cutting stock problem*). O objectivo do problema é reduzir o número de padrões de corte diferentes usados num determinado plano. O problema é definido através de um conjunto de  $m$  itens de tamanhos  $w_i$  e procura  $b_i$ ,  $i \in \{1, \dots, m\}$ . Os itens devem ser cortados a partir de rolos de comprimento  $W$ . Sempre que um novo padrão de corte é iniciado, é necessário acertar as facas da máquina de corte numa operação dita de *setup*. Essa operação leva tempo, e pode gerar desperdícios por ser necessário testar o posicionamento das facas realizando experiências com a matéria-prima disponível. Em contexto industrial, a redução do número de padrões diferentes é relevante no sentido em que contribui para a minimização quer dos tempos de operação quer dos custos relativos a materiais.

O PMP é um problema NP-difícil (McDiarmid (1999)). A maioria dos métodos de resolução descritos na literatura baseia-se em heurísticas, sendo poucas as publicações que apresentem resultados de métodos de resolução exacta ou limites inferiores. Todas as abordagens apresentadas, tanto heurísticas como exactas, assentam numa de duas possíveis abordagens. Numa delas, o problema de minimização de padrões é resolvido num único estágio em conjunto com o problema de corte. Nesses casos, procura-se o melhor equilíbrio entre o desperdício e o número de padrões diferentes. Outra abordagem consiste em assumir que não é possível utilizar mais do que um dado número de rolos (geralmente o número de rolos correspondente à solução óptima do problema de corte standard), e a partir daí encontrar a solução com o número mínimo de padrões diferentes. Neste artigo, consideramos esta última abordagem.

Haessler (1975) apresenta uma heurística sequencial onde são favorecidos os padrões com desperdícios pequenos e elevados níveis de utilização. A heurística procura soluções onde os níveis de desperdício e o número de padrões distintos sejam equilibrados.

Teghem *et al.* (1995) analisam um problema real da indústria editorial no qual se considera a produção de capas de livros. Os autores formulam o problema como um PMP, e resolvem-no usando um método de arrefecimento simulado. Chen *et al.* (1996) propõem também um algoritmo de arrefecimento simulado para a resolução do problema de corte standard cuja função objectivo considera custos de materiais e de *setups*.

Diegel *et al.* (1993) apresentam um método heurístico que combina dois padrões diferentes num único padrão, mantendo o número de rolos usados. Este conceito foi generalizado por Foerster e Wäscher (2000) para combinações de  $p$  padrões diferentes em  $q$  padrões diferentes, considerando apenas combinações de  $p$  para  $(p-1)$  e limitando  $p$  a 4. Foerster e Wäscher propõem uma classe de métodos designada por KOMBI. Cada uma dessas classes define um modo e uma sequência para combinar os diferentes padrões. Os autores apresentam testes computacionais para as classes KOMBI23 (combinações de 2 para 1 e 3 para 2) e KOMBI234 (combinações de 2 para 1, 3 para 2 e 4 para 3).

Umetani *et al.* (2003) descrevem uma meta-heurística para o PMP. Os autores tentam encontrar o menor número possível de padrões distintos fixando iterativamente esse valor e tentando encontrar uma solução para o problema de corte standard correspondente. Para esse efeito, os autores recorrem a métodos de pesquisa local, algoritmos de geração de padrões adaptativos e a uma heurística baseada no método não-linear de Gauss-Seidel.

Yanasse e Limeira (2006) propõem um método híbrido para o PMP que é independente da sua dimensão. O método pode ser decomposto em três fases. Numa primeira fase, recorre-se à técnica RPET (*Repeated Pattern Exhaustion Technique*) para encontrar um conjunto con-

veniente de padrões de corte. Numa segunda fase, resolve-se um problema de corte residual a partir do conjunto dos itens que não foram considerados na primeira fase. Finalmente, na terceira fase, são aplicadas ao conjunto de padrões gerados nas duas primeiras fases, técnicas de redução descritas na literatura.

A primeira abordagem exacta para o PMP foi proposta por Vanderbeck (2000). Nesse artigo, o autor descreve um algoritmo de partição e geração de colunas com cortes baseado num modelo de geração de colunas em que as variáveis estão associadas a padrões com uma determinada multiplicidade. A geração dinâmica de colunas implica a resolução de subproblemas de programação inteira quadrática. O autor contorna essas não-linearidades resolvendo um conjunto de problemas de mochila com limites, um para cada valor possível de multiplicidade. Para reforçar o modelo, o autor recorre a uma família de planos de corte baseada em funções superaditivas. Num estudo posterior, Clautiaux *et al.* (2008) provaram que algumas das funções de Vanderbeck não são maximais, podendo ser dominadas por outras funções superaditivas.

A abordagem proposta por Vanderbeck foi melhorada recentemente por Alves e Carvalho (2008). Nesse artigo, os autores propõem um novo algoritmo de partição e geração de colunas com cortes para o PMP. A regra de partição do algoritmo baseia-se nas variáveis de um modelo de fluxos em arcos, equivalente ao modelo original, que permite eliminar a simetria na árvore de pesquisa. Os autores descrevem também várias formas de melhorar o modelo de geração de colunas proposto por Vanderbeck (2000). Os autores apresentam diversos resultados ligados ao uso de funções duais válidas para a geração de cortes. As funções que usam foram descritas por Fekete e Schepers (2001). Os autores fazem também a prova de que os cortes gerados por estas funções são equivalentes ou dominam a função superaditiva usada por Vanderbeck.

Belov (2003) descreve um algoritmo de partição e geração de colunas para o PMP baseado numa extensão do modelo de Gilmore e Gomory (1961) para o problema de corte, onde se considera uma função objectivo com custos de *setup* e de materiais. Para lidar com o enorme número de restrições, o autor simplifica o modelo, transformando-o num modelo não-linear, que lineariza por aproximação. Com esse método, Belov resolve apenas 7 das 16 instâncias usadas por Vanderbeck, mas obtém, em média, melhores resultados que o KOMBI234 de Foerster e Wäscher (2000), em testes com 12 classes de instâncias.

Aloisio *et al.* (2008) abordam o PMP para o caso especial em que no máximo dois itens podem ser cortados a partir do mesmo rolo. Os autores apresentam duas formulações para o problema, e derivam diferentes resultados ligados à existência de soluções.

Neste artigo, descrevemos uma nova família de limites inferiores para o PMP. Esse limite é obtido resolvendo uma sequência de problemas de satisfação de restrições. Adicionalmente, apresentamos novas restrições válidas para o problema. As experiências computacionais que foram conduzidas baseiam-se em instâncias da literatura usadas em todas as publicações que descrevem abordagens exactas de resolução. Os resultados preliminares que obtivemos mostram que esse limite pode ser mais forte que o limite contínuo do modelo de geração de colunas de Vanderbeck (2000), e é obtido em tempos computacionais muito reduzidos.

O paradigma da Programação por Restrições tem sido usado com sucesso para resolver alguns problemas de optimização combinatoria (Hooker (2006), Fahle *et al.*(2002)). Os modelos de Programação por Restrições são mais expressivos que os modelos de Programação Matemática. Permitem representar mais facilmente restrições difíceis do tipo não-linear, ou restrições lógicas, por exemplo. A forma como tira partido das restrições é outra das grandes forças dessa técnica. As restrições são usadas de forma activa num processo de dedução que conduz a reduzir o domínio das variáveis e detectar inconsistências. Os problemas associados são problemas de satisfação de restrições nos quais se procura determinar se

existe pelo menos uma solução que satisfaça todas as restrições do modelo. Recentemente, muitos esforços têm sido feitos no sentido de aproveitar a complementaridade que existe entre o paradigma de Programação por Restrições e a Programação Inteira (Milano (2004)).

A estrutura do artigo é a seguinte. Dado que comparamos os nossos resultados com contribuições recentes baseadas em modelos de Programação Inteira, começamos na Secção 2 por introduzir alguns desses modelos, nomeadamente um modelo não-linear compacto e um modelo de geração de colunas. Na Secção 3, apresentamos o modelo de Programação por Restrições no qual se baseia o cálculo dos limites inferiores para o PMP, e introduzimos também novas famílias de restrições válidas. O procedimento seguido para o cálculo dos limites inferiores é introduzido na Secção 3.3. Na Secção 4, descrevemos os resultados computacionais obtidos em instâncias reais da literatura. As conclusões finais são apresentadas na Secção 5.

## 2 Modelos de Programação Inteira

Neste artigo, abordamos o PMP a uma dimensão. Assumimos que apenas  $z_{CSP}$  rolos podem ser usados, sendo esse valor igual ao número mínimo de rolos necessários para cortar todos os itens. Esse valor pode ser calculado resolvendo o problema de corte standard correspondente. As procuras de cada item devem ser satisfeitas exactamente. Consideramos ainda que os itens estão ordenados por ordem decrescente dos seus tamanhos.

Sejam  $\underline{z}$  e  $\bar{z}$  um limite inferior e superior para o número de padrões diferentes, respectivamente. O primeiro desses limites pode ser obtido resolvendo um problema de empacotamento com os mesmos itens que o PMP e todas as procuras iguais a 1. O limite superior pode ser obtido através da solução óptima do problema de corte standard correspondente.

### 2.1 Modelo compacto não-linear

Vanderbeck (2000) define pela primeira vez uma formulação compacta e não-linear para o PMP. O modelo é definido através de variáveis de afectação dos itens aos rolos, e de variáveis que determinam o número de vezes que um dado padrão é usado. Além de ser não-linear, o modelo tem também um alto grau de simetria. A sua definição é a que segue.

$$\min \sum_{k=1}^{z_{CSP}} y_k \quad (2.1)$$

$$\text{s.a.} \sum_{k=1}^{z_{CSP}} z_k x_{ik} = b_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2.2)$$

$$\sum_{k=1}^{z_{CSP}} z_k \leq z_{CSP}, \quad (2.3)$$

$$z_k \leq z_{CSP} y_k, \quad k = 1, \dots, z_{CSP}, \quad (2.4)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \leq W y_k, \quad k = 1, \dots, z_{CSP}, \quad (2.5)$$

$$x_{ik} \in \mathbb{N}, \quad i = 1, \dots, m, \quad k = 1, \dots, z_{CSP}, \quad (2.6)$$

$$y_k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, z_{CSP}, \quad (2.7)$$

$$z_k \in \mathbb{N}, \quad k = 1, \dots, z_{CSP}. \quad (2.8)$$

As variáveis  $x_{ik}$  representam o número de vezes que um item  $i$  é considerado no padrão  $k$ . O número de vezes que um padrão  $k$  é repetido é representado pela variável  $z_k$ , enquanto as variáveis binárias  $y_k$  traduzem o facto desse padrão estar ou não presente na solução. A função objectivo (2.1) consiste na minimização da soma dessas últimas variáveis, i.e. do número de padrões diferentes que são efectivamente usados. As restrições (2.2) garantem que a procura de cada item é satisfeita exactamente. Essas restrições são não-lineares. A restrição (2.3) define um limite superior para o número de rolos que podem ser usados. As restrições (2.5) garantem que o tamanho total dos itens não excede o tamanho  $W$  do rolo a partir do qual irão ser cortados. Essas restrições são restrições de mochila.

### 2.2 Modelo de geração de colunas de Vanderbeck (2000)

Vanderbeck (2000) descreve um modelo de geração de colunas que resulta de uma decomposição de Dantzig-Wolfe do modelo compacto (2.1)-(2.8), no qual se dualizam as restrições (2.2) e (2.3). No problema mestre (2.9)-(2.12), cada coluna representa um padrão de corte admissível, associado a uma possível multiplicidade  $n \in \{1, \dots, n^{max}\}$ , com  $n^{max} = \min \{z_{CSP} - \underline{z} + 1, \max_i b_i\}$ .

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{n=1}^{u_k} \lambda_{kn} \tag{2.9}$$

$$\text{s.a.} \sum_{k \in K} \sum_{n=1}^{u_k} n a_{ik} \lambda_{kn} = b_i, \quad i = 1, \dots, m, \tag{2.10}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{n=1}^{u_k} n \lambda_{kn} \leq z_{CSP}, \tag{2.11}$$

$$\lambda_{kn} \in \{0, 1\}, \quad k \in K, \quad n = 1, \dots, u_k. \tag{2.12}$$

As variáveis binárias  $\lambda_{kn}$  tomam o valor 1 se um padrão  $k$  com multiplicidade  $n$  é usado e 0, caso contrário. Os coeficientes  $a_{ik}$  representam o número de itens  $i$  presentes no padrão  $k$ . O parâmetro  $u_k = \min_{i=1, \dots, m} \left\lfloor \frac{b_i}{a_{ik}} \right\rfloor$  representa um limite superior para o valor da multiplicidade do padrão  $k$ . Uma melhoria para este limite é proposta em Alves e Carvalho (2008). Designando por  $l_{CSP}$  o desperdício total associado à solução óptima do problema de corte correspondente, os autores propuseram o seguinte valor para  $u_k$ :

$$u_k = \min \left\{ \min_{i=1, \dots, m} \left\lfloor \frac{b_i}{a_{ik}} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{l_{CSP}}{W - \sum_{i=1}^m w_i a_{ik}} \right\rfloor \right\}$$

Como o modelo implica a enumeração de um número exponencial de colunas (variáveis binárias associadas aos padrões), a melhor forma de o resolver passará necessariamente por uma enumeração implícita e uma geração dinâmica dos subconjunto de colunas necessárias. O subproblema de geração de colunas que resulta da decomposição é um problema de mochila quadrático. O modelo (2.13)-(2.16) representa esse subproblema. As variáveis duais associadas à restrições (2.10) e (2.11) são representadas respectivamente por  $\pi$  e  $\rho$ .

$$\max n \left( \sum_{i=1}^m \pi_i x_i + \rho \right) \tag{2.13}$$

$$\text{s.a } \sum_{i=1}^m w_i x_i \leq W, \quad (2.14)$$

$$n x_i \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2.15)$$

$$n \in \{1, \dots, n^{max}\}, \quad x_i \geq 0 \text{ and integer, } i = 1, \dots, m. \quad (2.16)$$

Para contornar a não-linearidade do subproblema, Vanderbeck resolve uma sequência de problemas lineares que são obtidos fixando o valor da multiplicidade. No pior caso, por cada iteração do método de geração de colunas, é resolvido um problema de mochila por cada valor possível de  $n$ . Vanderbeck (2000) mostra que em muitos casos a solução ótima do subproblema permanece ótima para vários valores sucessivos de  $n$ , o que permite que sejam resolvidos menos problemas. Alves e Carvalho (2008) mostram que a adição de uma restrição ao limite total de desperdício introduzida no subproblema permite reduzir ainda mais o número de subproblemas que têm de ser resolvidos. Além disso, a restrição permite também aumentar o valor do limite inferior obtido com a relaxação linear do modelo.

### 3 Um modelo de Programação por Restrições

Nesta Secção, descrevemos o modelo de Programação por Restrições no qual se baseia o novo limite inferior. O princípio subjacente ao nosso modelo assenta numa perspectiva diferente do problema. A questão que se coloca está em determinar o número mínimo de multiplicidades de padrões que garante que todas as procuras de itens possam ser satisfeitas exactamente. Dito de outra forma, quaisquer que sejam os padrões escolhidos, as procuras dos itens deverão poder ser expressas como combinações lineares das respectivas multiplicidades. Sendo as multiplicidades dos padrões incógnitas do problema, essas condições são expressas na forma de restrições não-lineares. É o que acontece por exemplo no modelo (2.1)-(2.8) com as restrições (2.2). Nesta Secção, descrevemos formas de reduzir a dimensão do modelo. Introduzimos também uma nova família de restrições válidas para o problema.

#### 3.1 Formulação

O modelo de Programação por Restrições que iremos descrever nesta Secção pode ser visto como uma relaxação do modelo (2.1)-(2.8) com restrições adicionais, no qual se consideram de forma particular as restrições (2.2) e (2.3). O facto de se considerarem isoladamente essas restrições permite efectuar um conjunto de simplificações que contribuem para a redução da dimensão do modelo. A Programação por Restrições permite-nos aqui lidar com um conjunto de restrições complexas. Vanderbeck (2000) contorna as não-linearidades enumerando todos os possíveis valores das multiplicidades. Essa estratégia tem implicações directas na dimensão do modelo, e no tempo necessário para resolver, por exemplo, o subproblema de geração de colunas.

Como vimos atrás, a multiplicidade de um padrão representa o número de vezes que esse padrão é repetido. Seja  $X$  um vector de variáveis que representam multiplicidades, sendo  $X_j$ ,  $j = 1, \dots, \bar{z}$ , o valor da  $j$ -ésima multiplicidade em  $X$ . O vector  $X$  representa o conjunto de multiplicidades usadas numa solução do PMP. As variáveis de  $X$  poderão ter valores iguais. Impomos que  $|X| = \bar{z}$ . Consideramos ainda que as multiplicidades que pertencem a  $X$  estão ordenadas por ordem crescente à excepção das últimas que poderão ter o valor 0, se menos do que  $\bar{z}$  multiplicidades forem efectivamente usadas. Com este esquema, sabemos que  $X_1$  será a multiplicidade de menor valor da solução,  $X_2$  a segunda menor, e assim em diante.

Por outro lado, se para um determinado valor de  $k$  se verifica  $X_k \neq 0$  e  $X_{k+1} = 0$ , então a solução representada por  $X$  usará exactamente  $k$  multiplicidades (padrões diferentes), sendo  $X_k$  a multiplicidade de maior valor. Temos assim que:

$$\begin{aligned} X_j &\leq X_{j+1} \vee X_{j+1} = 0, \quad j = 1, \dots, \bar{z} - 1, \\ X_j = 0 &\Rightarrow X_{j+1} = 0, \quad j = 1, \dots, \bar{z} - 1. \end{aligned}$$

As restrições seguintes determinam que a combinação  $X$  de multiplicidades deve ser tal que a procura de cada item possa ser expressa como uma combinação linear dos  $X_j$  correspondentes,  $j = 1, \dots, \bar{z}$ :

$$\sum_{j=1}^{\bar{z}} A_{ij} X_j = b_i, \quad i = 1, \dots, m. \tag{3.17}$$

As variáveis  $A_{ij}$  são variáveis inteiras gerais que representam o número de vezes que uma multiplicidade  $j$  deve ser usada de forma a poder ser recuperado o valor da procura  $b_i$ . Um limite superior válido para as variáveis  $A_{ij}$  é dado por  $\lfloor \frac{W}{w_i} \rfloor, \forall j$ . As restrições (3.17) podem ser associadas às restrições de procura (2.2), enquanto as variáveis  $A_{ij}$  podem ser interpretadas como sendo o número de vezes que um item  $i$  é considerado num padrão  $j$  de multiplicidade  $X_j$ . De notar contudo que nós relaxamos as restrições de mochila do modelo (2.1)-(2.8), que são as restrições que condicionam mais significativamente o modo como podem ser afectados os itens aos rolos. Isso permite-nos concentrar na relação entre as procuras dos itens e as multiplicidades consideradas numa solução do PMP, e assim aplicar diferentes procedimentos para reduzir o número de restrições (3.17) e variáveis  $A_{ij}$ .

Em primeiro lugar, em situações em que haja dois itens com igual procura, só precisamos de considerar em (3.17) o maior item entre todos aqueles que têm a mesma procura. Assumindo que dois itens  $s$  e  $t$  com  $w_s \geq w_t$  têm o mesmo valor de procura ( $b_s = b_t$ ), as restrições (3.17) para esses dois itens podem ser expressas como segue.

$$A_{s1}X_1 + A_{s2}X_2 + A_{s3}X_3 + \dots + A_{s\bar{z}}X_{\bar{z}} = b_s \tag{3.18}$$

$$A_{t1}X_1 + A_{t2}X_2 + A_{t3}X_3 + \dots + A_{t\bar{z}}X_{\bar{z}} = b_t \tag{3.19}$$

Claramente, dado que  $A_{sj} \leq \lfloor \frac{W}{w_s} \rfloor \leq \lfloor \frac{W}{w_t} \rfloor$ , se (3.18) é satisfeita, o mesmo acontecerá com (3.19).

Além disso, em segundo lugar, as procuras de itens que são iguais à soma de duas (ou mais) outras procuras podem também ser excluídas das restrições (3.17) se algumas condições forem cumpridas. Por exemplo, considerem-se três itens  $r, s$  e  $t$  tais que  $b_r = b_s + b_t$ . Para esses itens, as restrições (3.17) consistem no seguinte:

$$A_{r1}X_1 + A_{r2}X_2 + A_{r3}X_3 + \dots + A_{r\bar{z}}X_{\bar{z}} = b_r, \tag{3.20}$$

$$A_{s1}X_1 + A_{s2}X_2 + A_{s3}X_3 + \dots + A_{s\bar{z}}X_{\bar{z}} = b_s, \tag{3.21}$$

$$A_{t1}X_1 + A_{t2}X_2 + A_{t3}X_3 + \dots + A_{t\bar{z}}X_{\bar{z}} = b_t. \tag{3.22}$$

Se  $\lfloor \frac{W}{w_r} \rfloor \geq \lfloor \frac{W}{w_s} \rfloor + \lfloor \frac{W}{w_t} \rfloor$ , então qualquer conjunto  $X$  que satisfaça (3.21) e (3.22) irá também satisfazer (3.20). O valor das variáveis  $A_{rj}$  pode ser obtido somando  $A_{sj}$  com  $A_{tj}, \forall j$ . Consequentemente, a restrição (3.20) e as correspondentes variáveis  $A_{rj}$  poderão ser removidas do modelo.

A restrição (2.3) é facilmente expressa no nosso modelo da forma seguinte

$$\sum_{j=1}^{\bar{z}} X_j \leq z_{CSP}.$$

### 3.2 Novas famílias de cortes

Dado que as procuras devem ser satisfeitas exactamente, e portanto que a sobreprodução de itens não é permitida, um item de procura  $b_i$  são poderá ser considerado em padrões cujas multiplicidades sejam menores ou iguais a  $b_i$ . Sejam  $r_i$  e  $p_i$  limites inferiores para o número de rolos e padrões diferentes necessários para cortar todos os itens de procura inferior ou igual a  $b_i$ , respectivamente. Seja ainda  $m'$  o número de procuras diferentes. Um limite inferior para o valor de  $p_i$  é dado por  $\left\lceil \frac{r_i}{b_i} \right\rceil$ . Por definição, os itens de procura menor ou igual a  $b_i$  têm de ser cortados a partir de pelo menos  $r_i$  rolos. Dado que esses itens são podem ser considerados em padrões de multiplicidade menor ou igual a  $b_i$ , serão precisos pelo menos  $\left\lceil \frac{r_i}{b_i} \right\rceil$  padrões diferentes para os cortar.

Por definição, o número de rolos e padrões diferentes usados no corte de itens de procura menor ou igual a  $b_i$  ter o de ser maiores que os respectivos limites  $r_i$  e  $p_i$ . Essas restrições são expressas no nosso modelo da forma que segue:

$$\sum_{n=1}^{\min\{b_i, n^{max}\}} n \text{ count}(X, n) \geq r_i, \quad i = 1, \dots, m', \quad (3.23)$$

$$\sum_{n=1}^{\min\{b_i, n^{max}\}} \text{count}(X, n) \geq p_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.24)$$

A expressão  $\text{count}(X, n)$  representa o número de elementos de  $X$  que são iguais a  $n$ . De notar que, se essas restrições são fáceis de adicionar ao nosso modelo de Programação por Restrições, o mesmo já não acontece quando as tentamos adicionar ao modelo (2.1)-(2.8). Considerar essas restrições nesse modelo implicaria passar para um modelo com um número pseudo-polinomial de variáveis e restrições. Em particular, para formular as restrições (3.23) em (2.1)-(2.8), seria necessário adicionar variáveis binárias  $y_{kn}$  (uma por cada multiplicidade  $n$  até  $n^{max}$ ) que tomariam o valor 1 se o padrão  $k$  fosse usado  $n$  vezes. As seguintes restrições completariam o modelo:

$$\begin{aligned} z_k &= n y_{kn}, \quad k = 1, \dots, z_{CSP}, \quad n = 1, \dots, n^{max}, \\ \sum_{n=1}^{b_i} n y_{kn} &\geq r_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ y_{kn} &\in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, z_{CSP}, \quad n = 1, \dots, n^{max}. \end{aligned}$$

Essas restrições permitem-nos ainda reduzir o domínio das variáveis  $X_j = \{1, \dots, n^{max}\}$ . Por definição, o domínio das variáveis  $X_j$  é tal que  $X_j \in [1, n^{max}]$ ,  $\forall j \in \{1, \dots, \underline{z}\}$  e  $X_j \in [0, n^{max}]$ ,  $\forall j \in \{\underline{z} + 1, \dots, \bar{z}\}$ . Por exemplo, dado que os itens com a procura mais baixa são poderão ser considerados em padrões com multiplicidade menor ou igual que essa procura, a primeira multiplicidade  $X_1$  nunca será maior que essa procura mais baixa, e assim, temos que  $X_1 \leq \min_{i=1, \dots, m} \{b_i\}$ . Podemos generalizar esse resultado aos valores de procuras diferentes do seguinte modo:

$$X_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m', \quad j = 1, \dots, p_i,$$

sendo  $m'$  o número de procuras com valores diferentes ( $m' \leq m$ ). Os itens de procura menor ou igual a  $b_i$  têm de ser cortados a partir de pelo menos  $p_i$  padrões diferentes. Isso implica que as primeiras  $p_i$  multiplicidades de  $X$ ,  $i \in \{1, \dots, m'\}$ , tenham de ser sempre menores ou iguais a  $b_i$ .

### 3.3 Cálculo do novo limite inferior para o PMP

Um limite inferior para o PMP pode ser calculado resolvendo um problema de empacotamento em que todas as procuras são iguais a 1, e em que todos os itens e rolos correspondem aos do problema original. Seja  $lb$  o valor desse limite. O valor desse limite pode ser melhorado recorrendo ao modelo de Programação por Restrições descrito na Secção anterior. Para esse efeito, é resolvida uma sequência de problemas de satisfação de restrições conforme passamos a descrever. Começamos por resolver um problema de satisfação de restrições definido a partir do nosso modelo, e ao qual se adiciona a restrição  $X_{lb+1} = 0$ . Resolver esse problema corresponde a perguntar se é possível satisfazer todas as restrições do modelo de Programação por Restrições com um máximo de  $lb$  multiplicidades. Se o problema não tiver solução, o limite inferior é incrementado de uma unidade, e o processo é repetido. Quando o problema de satisfação de restrições tem finalmente solução, o procedimento termina sendo o novo limite inferior igual ao último valor de  $lb$ .

## 4 Resultados computacionais

Para avaliar a qualidade do limite inferior, foram conduzidas uma série de experiências computacionais num conjunto de instâncias reais da literatura. Usamos em particular as instâncias que Vanderbeck (2000) usou. Essas instâncias foram também usadas noutras publicações que descrevem abordagens exactas de resolução (Alves e Carvalho (2008), Belov (2003)).

Para resolver o nosso modelo de Programação por Restrições, usámos o ILOG CP Optimizer 1.0 (Ilog (2007)). Para resolver o modelo de geração de colunas (2.9)-(2.12), recorremos a algumas rotinas de optimização do CPLEX 10.2 (Ilog (2006)). Os testes foram todos conduzidos num PC com um processador Intel Core Duo de 2.20 GHz e 2GB de RAM.

Na Tabela 4, comparamos resultados preliminares obtidos usando um modelo de Programação por Restrições com os resultados obtidos com o modelo de geração de colunas (2.9)-(2.12) de Vanderbeck. As entradas da tabela representam a seguinte informação:

<i>Inst.</i>	:	nome da instância;
<i>m</i>	:	número de itens diferentes;
<i>lb</i>	:	valor do limite inferior calculado com base no problema de empacotamento correspondente;
<i>z<sub>GC</sub></i>	:	limite inferior contínuo dado pela relaxação linear de (2.9)-(2.12);
<i>t<sub>GC</sub></i>	:	tempo necessário à resolução da relaxação linear de (2.9)-(2.12) (em segundos);
<i>lb<sub>PR</sub></i>	:	limite inferior obtido através do modelo de Programação por Restrições;
<i>t<sub>PR</sub></i>	:	tempo necessário ao cálculo do limite inferior baseado no modelo de Programação por Restrições (em segundos);
<i>melhor</i>	:	um * nessa coluna identifica uma instância para a qual o limite obtido com o modelo de Programação de Restrições é maior do que aquele que é obtido com o modelo de geração de colunas;
<i>igual</i>	:	as entradas assinaladas com * nessa coluna correspondem às instâncias para as quais o limite obtido com o modelo de Programação de Restrições é igual ao do modelo de geração de colunas.

O tempo médio necessário para calcular o limite inferior através de um modelo de Programação por Restrições é cerca de 8 vezes inferior quando comparado com o modelo de geração de colunas de Vanderbeck. Na grande maioria das instâncias, o tempo de computação é significativamente menor quando se usa um modelo de Programação por Restrições.

Em termos da qualidade do limite inferior, o modelo de Programação por Restrições

Tabela 1: Resultados computacionais para instâncias reais (Vanderbeck (2000))

	<b>Inst.</b>	<i>m</i>	<i>lb</i>	<i>z<sub>GC</sub></i>	<i>t<sub>GC</sub></i>	<i>lb<sub>PR</sub></i>	<i>t<sub>PR</sub></i>	<i>melhor</i>	<i>igual</i>
1	KT03	7	3	4,77	0,06	5	0,47		*
2	KT05	10	4	5,65	0,61	5	0,19		
3	KT01	5	1	2,1	0,05	2	0,01		
4	KT02	24	13	15,93	0,12	14	0,19		
5	KT04	16	6	6,74	1,08	7	0,01		*
6	d16p6	16	6	6,74	1,19	7	0,02		*
7	7p18	7	2	3,74	0,69	4	0,45		*
8	d33p20	23	5	6,18	2,85	6	0,11		
9	12p19	12	2	2,89	4,54	4	0,06	*	
10	d43p21	32	7	7,86	39,39	8	0,23		*
11	KT06	9	1	1,75	18,38	3	0,17	*	
12	KT07	11	2	2,86	11,43	3	0,45		*
13	14p12	14	2	3,75	8,2	4	0,37		*
14	KT09	14	2	3,65	47,18	4	0,87		*
15	11p4	11	1	2,48	21,63	4	3,78	*	
16	30p0	26	4	5,51	120,21	6	26,66		*
	médias				17,35		2,13		

fornece um limite que é igual ou superior ao limite do modelo de geração de colunas em 12 das 16 instâncias. O limite é superior ao do modelo de geração de colunas em 3 casos. Em todos esses casos, o tempo de computação é substancialmente reduzido. Em 4 instâncias, o limite inferior piora, mas continua a ser calculado em tempo muito reduzido.

## 5 Conclusões

O Problema de Minimização de Padrões é um problema relevante no domínio dos problemas de corte e empacotamento. O número de publicações que lhe foram dedicadas atesta essa realidade. No entanto, muitas das abordagens propostas centram-se em procedimentos heurísticos sendo poucos os resultados de abordagens de resolução exacta descritos na literatura. Neste artigo, contribuimos com um novo limite inferior que supera os resultados obtidos com um modelo de geração de colunas ao nível do estado-da-arte.

O modelo de Programação por Restrições que descrevemos permite tirar partido de um conjunto de restrições complexas do problema. Nos modelos de geração de colunas, essas restrições são formuladas através da enumeração de todos os valores possíveis para as multiplicidades dos padrões. De acordo com os testes que realizámos, uma abordagem baseada em Programação por Restrições parece adaptar-se muito bem a esse problema. Por um lado, a qualidade dos limites é melhorada em muitos casos. Em todos eles, o tempo

necessário para calcular o limite é claramente inferior ao tempo necessário para calcular o limite contínuo do modelo de geração de colunas.

## Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia através da Bolsa de Doutoramento SFRH/BD/39607/2007 de Rita Macedo. Foi desenvolvido no Grupo de Engenharia de Sistemas, Optimização e Investigação Operacional do Centro de Investigação Algoritmi da Universidade do Minho.

## 6 References

- Aloisio, A., Arbib, C. and Marinelli, F. (2008) Cutting stock with no three parts per pattern: Work-in-process and pattern minimization, Dipartimento di Informatica, Università degli Studi dell'Aquila, via Vetoio, I-67010 Coppito, L'Aquila, Italy.
- Alves, C. and Valério de Carvalho, J. M. (2008) A branch-and-price-and-cut algorithm for the pattern minimization problem, *RAIRO Operations Research* (in press).
- Belov, G. (2003) Problems, models and algorithms in one- and two- dimensional cutting, PhD thesis, Dresden University.
- Chen, C., Hart, S. and Tham, W. (1996) A simulated annealing heuristic for the one-dimensional cutting stock problem, *European Journal of Operational Research*, Vol 93, pp. 522-535.
- Clautiaux, F., Alves, C. and Valério de Carvalho, J. M. (2008) A survey of dual-feasible and superadditive functions, *Annals of Operations Research* (accepted).
- Diegel, A., Chetty, M., Van Schalkwyk, S. and Naidoo, S. (1993) Setup combining in the trim loss problem - 3-to-2 & 2-to-1, Working Paper, Business Administration, University of Natal, Durban, First Draft.
- Fahle, T., Junker, U., Karisch, S., Kohl, N., Sellmann, M. and Vaaben, B. (2002) Constraint programming based column generation for crew assignment, *Journal of Heuristics*, Vol 8, No 1, pp. 59-81.
- Fekete, S. and Schepers, J. (2001) New classes of fast lower bounds for bin packing problems, *Mathematical Programming*, Vol 91, pp. 11-31.
- Foerster, H. and Wäscher, G. (2000) Pattern reduction in one-dimensional cutting stock problems, *International Journal of Production Research*, Vol 38, No 7, pp. 1657-1676.
- Gilmore, P. and Gomory, R. (1961) A linear programming approach to the cutting stock problem, *Operations Research*, Vol 9, pp. 7849-859.
- Haessler, R. (1975) Controlling cutting pattern changes in one-dimensional trim problems, *Operations Research*, Vol 23, No 3, pp. 483-493.
- Hooker, J. (2006) An integrated method for planning and scheduling to minimize tardiness, *Constraints*, Vol 11, No 2-3, pp. 139-157.
- Ilog (2006) Ilog CPLEX 10.0 Reference Manual. 9, rue de Verdun, BP 85, F-92453, Gentilly, France.
- Ilog (2007) Ilog CP Optimizer Reference Manual. 9, rue de Verdun, BP 85, F-92453, Gentilly, France.
- McDiarmid, C. (1999) Pattern minimisation in cutting stock problems, *Discrete Applied Mathematics*, Vol 98, pp. 121-130.
- Milano, M. (2004) *Constraint and integer programming: toward a unified methodology*, Kluwer Academic Publishers.

Teghem, J., Pirlot, M. and Antoniadis, C. (1995) Embedding of linear programming in a simulated annealing algorithm for solving a mixed integer production planning problem, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol 64, pp. 91-102.

Umetani, S., Yagiura, M. and Ibaraki, T. (2003) One-dimensional cutting stock problem to minimize the number of different patterns, *European Journal of Operational Research*, Vol 146, pp. 388-402.

Vanderbeck, F. (2000) Exact algorithm for minimising the number of setups in the one-dimensional cutting stock problem, *Operations Research*, Vol 48, No 6, pp. 915-926.

Wäscher, G., Haußner, H. and Schumann, H. (2007) An improved typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research*, Vol 183, pp. 1109-1130.

Yanasse, H. and Limeira, M. (2006) A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems, *Journal of Operations Research*, Vol 33, pp. 2744-2756.

## **REVISTA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL**

### **Política Editorial**

*Investigação Operacional (IO)* é a revista científica da APDIO - Associação Portuguesa de Investigação Operacional. A política editorial da IO é publicar artigos originais e de elevada qualidade que contribuam para a teoria, metodologia, técnicas e software de Investigação Operacional e a sua aplicação a diferentes campos. A Revista também publica artigos com revisões relevantes de temas de IO. Casos de sucesso na aplicação a problemas práticos são especialmente bem vindos.

### **Processo de Aceitação**

Todos os manuscritos submetidos para publicação são revistos e aceites apenas com base na avaliação da sua qualidade, importância e adequação à política editorial. Será responsabilidade do Editor interpretar a avaliação dos revisores. A contribuição de cada artigo deve estar claramente evidenciada na Introdução. Critérios como a relação com literatura existente, comprimento e estilo do artigo são tidos em consideração. Uma indicação clara da viabilidade de aceitação do artigo é habitualmente dada na primeira fase de revisão do artigo.

Será requerido aos autores de um artigo aceite que transfiram os direitos de autoria para a APDIO, que assegurará a mais ampla disseminação possível de informação. Os volumes da Revista são publicados em papel, e distribuídos a todos os associados da APDIO, e em formato electrónico na rede SciELO - Scientific Electronic Library Online.

### **Resumos dos Artigos indexados em**

IAOR - International Abstracts in Operations Research

### **Instruções aos Autores**

1. *Submeter artigos* para publicação ao editor principal, de preferência por e-mail em Microsoft Word ou "Portable Document Format" (PDF) para [jfo@fe.up.pt](mailto:jfo@fe.up.pt), ou por correio normal (quatro cópias) para o seguinte endereço: Prof. José Fernando Oliveira, Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 PORTO, Portugal.
2. *Língua.* Os artigos devem ser escritos em Português, Inglês ou Espanhol.
3. *Os Manuscritos* devem ser impressos. Numerar as páginas consecutivamente.
4. *A primeira página* do manuscrito escrito em português ou em espanhol deve ter a seguinte informação: (a) Título; (b) nome, e-mail e afiliação institucional dos autores; (c) um resumo; (d) palavras-chave; (e) título em inglês (f) um resumo em inglês; (g) palavras-chave em inglês; (h) identificação do autor correspondente. Se o manuscrito for escrito em inglês, a primeira página deve ter a seguinte informação: (a) Título em inglês; (b) nome, e-mail e afiliação institucional dos autores; (c) um resumo em inglês; (d) palavras-chave em inglês; (e) identificação do autor correspondente.

5. *Agradecimentos*, incluindo informação sobre apoios, dever ser colocados imediatamente antes da secção de referências.
6. *Notas de rodapé* devem ser evitadas.
7. *Formulas* que são referenciadas devem ser numeradas consecutivamente ao longo do manuscrito como (1), (2), etc. do lado direito.
8. *Figuras*, incluindo grafos e diagramas, devem ser numerados consecutivamente em numeração árabe.
9. *Tabelas* devem ser numeradas consecutivamente em numeração árabe.
10. *Referências*. Citar apenas as mais relevantes e listar só as que são citadas no texto. Indicar as citações no texto através de parênteses rectos, e.g., [4]. No final do artigo listar as referências alfabeticamente por apelido do primeiro autor e numerá-las consecutivamente, de acordo com o seguinte formato: Artigos: autore(s), título, nome e volume da revista (ou livro, mas neste caso incluir o nome dos editores), ano e páginas. Livros: Autor(es), título, editor, ano.
11. *Artigos aceites* devem ser enviados pelo autor ao editor, de preferência na forma de um ficheiro fonte em LaTeX com ficheiros EPS para as figuras, juntamente com um ficheiro PDF ou Postscript. Em alternativa, ficheiros fonte em Word são também aceites. Para garantir uma boa qualidade gráfica, as figuras devem ser em formato vectorial; formatos raster como JPG, BMP, GIF, etc. devem ser evitados.
12. *Provas dos artigos* serão enviadas por e-mail como ficheiros PDF para o autor correspondente. Corrigir as provas cuidadosamente, e restringir as correcções apenas aos pontos em que as provas diferem do manuscrito. Desvios à versão aceite pelo editor são apenas possíveis com a autorização prévia e explícita do editor. Trinta separatas de cada artigo são enviados gratuitamente ao autor correspondente.

### **Informação sobre a Publicação**

Investigação Operacional (ISSN 0874-5161) está registada na Secretaria de Estado da Comunicação Social sob o número 108335. Os volumes da Revista são publicados em papel, e distribuídos a todos os associados da APDIO, e em formato electrónico na rede SciELO - Scientific Electronic Library Online. O preço da assinatura anual é de 25 euros. Os volumes são enviados por correio normal. Informação adicional sobre assinaturas pode ser solicitada ao Secretariado da APDIO- CESUR, Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1049-001 LISBOA, Portugal. Tel. +351 218 407 455 - [www.apdio.pt](http://www.apdio.pt) - [apdio@cesur.civil.ist.utl.pt](mailto:apdio@cesur.civil.ist.utl.pt)

## **JOURNAL INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL**

### **Editorial Policy**

*Investigação Operacional (IO)* is the scientific journal of APDIO - Associação Portuguesa de Investigação Operacional (the Portuguese Operational Research Association). The editorial policy of IO is to publish high quality and original articles that contribute to theory, methodology, techniques and software of Operational Research (OR) and its application to different fields. It also publishes articles with relevant reviews of OR subjects. Cases of successful application of OR to practical problems are specially welcome.

### **Acceptance Process**

All manuscripts submitted for publication are refereed and accepted only on the basis of its quality, importance and adequacy to the editorial policy. It will be the responsibility of the Editor to interpret the referee's assessment. The contribution of each paper should be clearly stated in the introduction. Criteria such as relationship with existing literature, length and style are taken into account. A clear indication on the suitability of a manuscript is usually provided after the first round of refereeing. The authors of an accepted paper will be asked to transfer its copyright to the publisher, which will ensure the widest possible dissemination of information. The volumes of the journal are published in hardcopies, which are distributed to all APDIO associates, and in electronic format in SciELO - Scientific Electronic Library Online.

### **Articles are abstracted/indexed in**

IAOR - International Abstracts in Operations Research

### **Instructions to Authors**

1. *Submit papers* for publication to the main editor, preferably by e-mail in Microsoft Word or "Portable Document Format"(PDF) to [jfo@fe.up.pt](mailto:jfo@fe.up.pt), or by ordinary mail (four copies) to the following address: Prof. José Fernando Oliveira, Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 PORTO, Portugal.
2. *Language.* Papers must be written in Portuguese, English or Spanish.
3. *Manuscripts* should be typewritten or typeset. Number the pages consecutively.
4. *The first page* of the manuscript written in English should contain the following information: (a) Title; (b) names, e-mails and institutional affiliations of the authors; (c) an abstract; (d) keywords (f) identification of the corresponding author.
5. *Acknowledgements*, including support information, should be placed prior to the references section.
6. *Footnotes* should be avoided.

7. *Formulas* that are referred to should be numbered consecutively throughout the manuscript as (1), (2), etc. on the right.
8. *Figures*, including graphs and diagrams, should be numbered consecutively in Arabic numbers.
9. *Tables* should be numbered consecutively in Arabic numbers.
10. *References*. Cite only the most relevant references and list only those cited in the text. Indicate citations in the text by bracketed numbers, e.g., [4]. At the end of the paper list the references alphabetically by the surname of the first author and number them consecutively, according to the following formats: Articles: author(s), title, name and number of the journal (or book, but in this case include the editors names), year, pages. Books: Author(s), title, publisher, year.
11. *Accepted papers* are to be sent by the author to the editor, preferably in the form of a source file in LaTeX and EPS files for the figures together with a PDF or postscript file. Alternatively, source files in Word are also accepted. To ensure good publishing quality the figures should be in vector formats; raster formats like JPG, BMP, GIF, etc. should be avoided.
12. *Page proofs* will be e-mailed as a PDF file to the corresponding author. Correct proofs carefully, and restrict corrections to points at which the proof is at variance with the manuscript. Deviations from the version accepted by the editor are only possible with the prior and explicit approval of the editor. Thirty offprints of each paper are supplied free of charge to the corresponding author.

### **Publication information**

*Investigação Operacional* (ISSN 0874-5161) is registered in the *Secretaria de Estado da Comunicação Social* under number 108335. The volumes of the journal are published in hardcopies, which are distributed free of charge to all APDIO associates, and in electronic format in SciELO - Scientific Electronic Library Online. Subscription price is 25 euros. Issues are sent by standard mail. Additional subscription information is available upon request from APDIO Secretariat - CESUR, Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1049-001 LISBOA, Portugal. Tel. +351 218 407 455 - [www.apdio.pt](http://www.apdio.pt) - [apdio@cesur.civil.ist.utl.pt](mailto:apdio@cesur.civil.ist.utl.pt)

## ÍNDICE

M. Nagano, G. Filho e L.A. Lorena <i>Heurística Evolutiva para a Redução do Estoque em Processamento em Sistemas de Produção Flow Shop Permutacional</i> .....	117
R. Fragoso, V. Bushenkov e C. Marques <i>Usos Múltiplos da Água no Empreendimento de Alqueva: Uma Abordagem Multi-Objectivo</i> .....	119
A. Freitas, W. Trevizano e H. Costa <i>Uma abordagem multicritério para problemas decisórios com múltiplos grupos de avaliadores</i> .....	133
F.A. Villa, J.D. Velásquez e R.C. Souza <i>Una aproximación a la regularización de redes cascada-correlación para la predicción de series de tiempo</i> .....	151
C. Alves, R. Macedo e J.V. Carvalho <i>Um novo limite inferior baseado num modelo de Programação por Restrições para o Problema de Minimização de Padrões</i> .....	163