

# INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Dezembro 1995

Número 2

Volume 15

Publicação Científica da



Associação Portuguesa para o Desenvolvimento  
da Investigação Operacional

# INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Propriedade:

APDIO — Associação Portuguesa para o Desenvolvimento  
da Investigação Operacional

## ESTATUTO EDITORIAL

*«Investigação Operacional», órgão oficial da APDIO cobre uma larga gama de assuntos reflectindo assim a grande diversidade de profissões e interesses dos sócios da Associação, bem como as muitas áreas de aplicação da I. O. O seu objectivo primordial é promover a aplicação do método e técnicas da I.O. aos problemas da Sociedade Portuguesa.*

*A publicação acolhe contribuições nos campos da metodologia, técnicas, e áreas de aplicação e software de I. O. sendo no entanto dada prioridade a bons casos de estudo de carácter eminentemente prático.*

---

**Distribuição gratuita aos sócios da APDIO**

# INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Volume 15.- nº 2 - Dezembro 1995

Publicação semestral

Editor Principal: Joaquim J. Júdice  
Universidade de Coimbra

## Comissão Editorial

M. Teresa Almeida  
Inst. Sup. Economia e Gestão

Jaime Barceló  
Univ. de Barcelona

Paulo Barcia  
Univ. Nova de Lisboa

Isabel Branco  
Univ. de Lisboa

António Câmara  
Univ. Nova de Lisboa

C. Bana e Costa  
Inst. Superior Técnico

M. Eugénia Captivo  
Univ. de Lisboa

Jorge O. Cerdeira  
Inst. Sup. de Agronomia

João Clímaco  
Univ. de Coimbra

J. Dias Coelho  
Univ. Nova de Lisboa

J. Rodrigues Dias  
Univ. de Évora

Laureano Escudero  
IBM, Espanha

J. Soeiro Ferreira  
Univ. do Porto

J. Fernando Gonçalves  
Univ. do Porto

Clóvis Gonzaga  
Univ. Fed., Rio Janeiro

Luís Gouveia  
Univ. de Lisboa

Rui C. Guimarães  
Univ. do Porto

J. Assis Lopes  
Inst. Superior Técnico

N. Maculan  
Univ. Fed., Rio Janeiro

Ernesto Q. Martins  
Univ. de Coimbra

Vladimiro Miranda  
Univ. do Porto

J. Pinto Paixão  
Univ. de Lisboa

M. Vaz Pato  
Inst. Sup. Economia e Gestão

Celso Ribeiro  
Univ. Católica, Rio Janeiro

A. Guimarães Rodrigues  
Univ. do Minho

Mário S. Rosa  
Univ. de Coimbra

J. Pinho de Sousa  
Univ. do Porto

Reinaldo Sousa  
Univ. Católica, Rio Janeiro

L. Valadares Tavares  
Inst. Superior Técnico

Isabel H. Themido  
Inst. Superior Técnico

B. Calafate Vasconcelos  
Univ. do Porto

José M. Viegas  
Inst. Superior Técnico

A Revista "INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL" está registada na Secretaria de Estado da Comunicação Social sob o nº 108335.

Esta Revista é distribuída gratuitamente aos sócios da APDIO. As informações sobre inscrições na Associação, assim como a correspondência para a Revista devem ser enviadas para a sede da APDIO - Associação Portuguesa para o Desenvolvimento da Investigação Operacional - CESUR, Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1000 Lisboa.

Este Volume foi subsidiado por :

**Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica (JNICT)**

**Fundação Calouste Gulbenkian**

Para efeitos de dactilografia e composição, foram utilizados equipamentos gentilmente postos à disposição pelo Centro de Investigação Operacional (DEIO - Faculdade de Ciências de Lisboa).

Assinatura: 5.000\$00



# DEA NA ANÁLISE QUALITATIVA DE DADOS. UMA APLICAÇÃO NO DOMÍNIO DOS CUIDADOS PRIMÁRIOS DE SAÚDE

**Guilherme A.B. Pereira**

**A J M Guimarães Rodrigues**

Dept. de Produção e Sistemas  
Universidade do Minho  
Braga, Portugal

**K B Haley**

Centre for Ergonomics and Operational Research  
University of Birmingham  
England

## **Abstract**

Health Systems performance depends on several factors (social, economical, etc.). This paper is concerned with the qualitative analysis of different sets of homogeneous data, collected in an European Study of Referrals from Primary Care. Information on doctor and patient identification, practice description, recruitment and followup data for direct referrals and encounter data has been recorded. The influence of the gender factor (doctor/patient) in the rate of referrals is analysed. The use of Data Envelopment Analysis (DEA), as a tool for data analysis is explored.

## **Resumo**

O desempenho de um Sistema de Saúde depende de vários factores (sociais, económicos, etc.). Neste artigo pretende-se desenvolver uma forma de análise qualitativa de diferentes conjuntos homogéneos de dados, recolhidos durante o Estudo Europeu de Referenciação em Cuidados Primários de Saúde. Este Estudo registou informação respeitante a cada Centro de Saúde, à identificação de médico e doente, à consulta pròpriamente dita, e ainda ao estudo de seguimento ("follow-up"), sempre que ocorre uma referenciação directa a um médico especialista. A influência do factor sexo ("gender factor") no comportamento das taxas de referenciação é analisada. O uso da técnica de "Data Envelopment Analysis" (DEA) como ferramenta de análise de dados é explorado.

## **Keywords**

Data Envelopment Analysis, Programação Linear, Taxas de Referenciação.

## **1. Introdução**

O Estudo Europeu de Referenciação em Cuidados Primários de Saúde é um projecto de grande dimensão, que engloba todo um conjunto de informação relacionada com a prática da Clínica Geral, em países da União Europeia (COMAC-HSR, 1992). O objectivo do Estudo centra-se na análise dos Cuidados Primários de Saúde e correspondentes Taxas de

**Referenciação.** Os dados disponíveis (em bruto), depois de tratados estatisticamente, removendo possíveis correlações entre variáveis (obtido, desta forma, um conjunto de dados mais consistente), vão ser analisados, recorrendo-se, para o efeito, a uma técnica de Programação Linear. Este artigo foca esta última fase, mostrando como a técnica de "Data Envelopment Analysis", DEA, pode dar um importante contributo na análise de diferentes conjuntos de dados, nomeadamente dando indicação sobre o(s) factor(es) que influencia(m) diferentes comportamentos dos dados.

O subconjunto de dados analisado neste artigo está relacionado com a importância/relevância do factor sexo nas Taxas de Referenciação dos Clínicos Gerais. A Taxa de Referenciação é determinada pelo quociente entre o número de vezes que um Clínico Geral encaminha um seu doente para cuidados secundários especializados (Hospital ou médico especialista) e o número total de consultas. A Taxa de Referenciação mede, efectivamente, o maior ou menor nível de utilização destes recursos (dispendiosos).

## 2. Estudo Europeu de Referenciação em Cuidados Primários de Saúde

O Estudo Europeu de Referenciação em Cuidados Primários de Saúde recolheu informação de 5000 médicos em 9 países. Esta informação inclui, de uma forma genérica, a identificação quer do médico quer do doente, do Centro de Saúde respectivo, e ainda dados relativos à própria consulta, bem como à referenciação (sempre que há lugar a uma posterior consulta por um especialista) e consequente estudo de seguimento.

A análise às Taxas de Referenciação dos Clínicos Gerais constitui um vasto campo de investigação do ponto de vista médico. Em 1987, no "White Paper" sobre Cuidados Primários de Saúde do Governo Inglês (A Coulter, et al. 1991) era já visível esta preocupação :

"... FPCs and Health Authorities should act to ensure that the use of hospital facilities achieves the maximum benefit for patients, and services are used to ensure quality of care in a cost effective way..."

"...It is important that expensive hospital facilities are used in the most cost effective way, and the wide variation in referral rates suggests that this may not always be the case..."

Este tipo de variação tornou-se um polo de preocupação, uma vez que a eficiência dos vários Serviços de Saúde sensibilizou os respectivos gestores para uma racional utilização de recursos dispendiosos.

Efectivamente, não existe uma clara ligação entre Taxas de Referenciação e Qualidade de Saúde. Clínicos Gerais com altas Taxas de Referenciação porventura estarão a enviar demasiados doentes para os Hospitais, enquanto doentes examinados por Clínicos Gerais com baixas Taxas de Referenciação poderão estar a ser privados de assistência médica especializada.

No entanto, é importante que, quer uns quer outros, tenham conhecimento preciso do seu maior ou menor grau de referenciação. Esta informação poderá (deverá) auxiliar numa necessária reflexão sobre a sua forma de referenciação.

Um factor que é tido como relevante na ocorrência de assimetrias em relação às Taxas de Referenciação é o factor sexo (binómio médico/doente). Propomo-nos explorar este tópico, recorrendo a uma técnica suportada na Programação Linear (DEA).

### 3. O Modelo de "Data Envelopment Analysis"

"Data Envelopment Analysis is an approach comparing the efficiency of organisational units such as local authority departments, schools, hospitals, shops, bank branches and similar instances where there is a relatively homogeneous set of units" (Boussofiane, et al. 1991).

Geralmente as Unidades Organizacionais envolvem múltiplos "inputs" e "outputs", o que torna complexo qualquer esforço de comparação de qualquer medida de desempenho adequada. A eficiência de uma Unidade Organizacional pode ser determinada agrupando os respectivos "inputs" e "outputs" da seguinte forma :

$$\text{Eficiência} = \frac{\text{Soma Pesada de outputs}}{\text{Soma Pesada de inputs}}$$

O Modelo básico de DEA será então <sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \frac{\left( \sum_r (U_r * Y_{rj0}) \right)}{\left( \sum_i (V_i * X_{ij0}) \right)} \\ \text{sa} \quad & \frac{\left( \sum_r (U_r * Y_{rj}) \right)}{\left( \sum_i (V_i * X_{ij}) \right)} \leq 1, \quad j = 1, \dots, N \end{aligned}$$

$$U_r, V_i \geq \lambda \text{ (pequena quantidade positiva)}$$

em que

$U_r$  = Peso associado ao output r

$V_i$  = Peso associado ao input i

$Y_{rj}$  = Quantidade de output r da unidade j

$X_{ij}$  = Quantidade de input i da unidade j

A solução do Modelo (depois de linearizado) é encontrada, considerando, de cada vez, uma Unidade Organizacional como sendo o alvo da análise (unidade alvo).

Deve, então, ser possível encontrar uma unidade "eficiente", actuando esta como um padrão de comportamento para as unidades "ineficientes". Um ordenamento ("ranking") das unidades organizacionais pode então ser produzido, usando toda a informação que o Modelo providencia.

<sup>1</sup> A pequena quantidade  $\lambda$  é imposta para evitar que se possa ignorar completamente qualquer "input" ou "output".

Para cada solução encontrada (para cada unidade), deve ser usado o conjunto de pesos mais favorável para essa unidade. Esta flexibilidade na escolha dos pesos (para os "inputs" e "outputs") auxilia a descoberta de unidades "ineficientes", e mostra exactamente a que distância estas se encontram da(s) eficiente(s).

Se uma determinada unidade atinge a "eficiência" (razão igual a 1), um outro tipo de investigação é necessário, de modo a analisar-se o porquê deste tipo de comportamento. Será a unidade realmente eficiente quando comparada com outras, ou aparece eficiente exclusivamente devido ao sistema de pesos escolhido? Este tipo de questões pode ser clarificado se, para cada unidade ineficiente, compararmos os dados com os da(s) unidade(s) que se mostra(m) eficiente(s), mesmo quando usando o sistema de pesos mais favorável à unidade alvo.

Estas unidades (que se mostram eficientes mesmo quando usando o sistema de pesos adequado à unidade alvo), designam-se por Grupo Par ("Peer Group") da unidade ineficiente. A análise dos Grupos Pares provou já ser uma poderosa ferramenta de análise dos comportamentos assimétricos de várias unidades organizacionais.

O Modelo de DEA poderá, desta forma, dar um contributo importante na análise dos dados recolhidos durante o Estudo Europeu de Referenciação em Cuidados Primários de Saúde. Do ponto de vista médico, o estudo de factores que porventura poderão condicionar o aparecimento de determinadas taxas de referenciação em detrimento de outras, assume um importante papel dentro do estudo das taxas de referenciação em Cuidados Primários de Saúde. Um destes factores é o factor sexo ("gender factor").

Será efectivamente um factor preponderante nas assimetrias existentes entre as várias taxas de referenciação? De que forma? A sua influência é idêntica em todos os países? Um Modelo de DEA é então criado, com a finalidade de analisar possíveis diferenças no comportamento dos Clínicos Gerais, no que diz respeito às taxas de referenciação em Cuidados Primários de Saúde. Os Clínicos Gerais actuam da mesma forma, consoante o doente seja do sexo masculino ou do feminino? As Taxas de Referenciação são sensíveis a este tipo de diferenças? Em que país esta variabilidade é maior? Existem diferenças significativas de país para país? Estes aspectos do comportamento do Clínico Geral são analisados no Modelo de DEA proposto.

Os dados foram agrupados, de acordo com o factor sexo atrás mencionado (combinações médico/doente e sexo masculino/feminino - ver Tabela 1).

Para três países, Portugal, Inglaterra e Espanha, os dados foram agrupados em 12 (doze) conjuntos homogêneos, que vão ser analisados de acordo com o correspondente número de referenciações directas e número de consultas (taxas de referenciação) em cada grupo etário definido (7 grupos etários foram definidos - ver Tabela 2).

Grupo de Dados	Sexo		País
	Médico	Doente	
1	M	M	POR
2	M	F	POR
3	F	M	POR
4	F	F	POR
5	M	M	ING
6	M	F	ING
7	F	M	ING
8	F	F	ING
9	M	M	ESP
10	M	F	ESP
11	F	M	ESP
12	M	M	ESP

Tabela 1 - Agrupamento dos dados

Grupo	Idade
1	0 - 4
2	5 - 14
3	15 - 24
4	25 - 44
5	45 - 64
6	65 - 74
7	75 -

Tabela 2 - Grupos etários

O Modelo é o seguinte:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \text{Max} \quad \frac{\left(\sum_r (U_r * Y_{rj0})\right)}{\left(\sum_i (V_i * X_{ij0})\right)} \\
 \text{sa} \quad & \\
 (2) \quad & \frac{\left(\sum_r (U_r * Y_{rj})\right)}{\left(\sum_i (V_i * X_{ij})\right)} \leq 1, \quad j = 1, \dots, N \\
 (3) \quad & \sum_r U_r = SP_1
 \end{aligned}$$

$$(4) \quad \sum_i V_i = SP_2$$

$$(5) \quad LIU_r \leq U_r \leq LSU_r$$

$$(6) \quad LIV_i \leq V_i \leq LSV_i$$

$$(7) \quad U_r, V_i \geq 0$$

em que

$U_r$  = Peso associado às referências directas no grupo etário  $r$

$V_i$  = Peso associado às consultas no grupo etário  $i$

$Y_{rj}$  = Número de referências directas no grupo etário  $r$  do factor  $j$  (outputs)

$X_{ij}$  = Número de consultas no grupo etário  $i$  do factor  $j$  (inputs)

$SP_1$  = Soma dos pesos associada às referências directas (peso absoluto)

$SP_2$  = Soma dos pesos associada às consultas (peso absoluto)

$LIU_r, LIV_i$  = Limites inferiores para cada peso absoluto individual

$LSU_r, LSV_i$  = Limites superiores para cada peso absoluto individual

$N$  = Número de factores (DMUs)

$r, i = 1, \dots, 7$  (Número de grupos etários)

O Modelo de DEA corresponderá então a maximizar a razão entre o número de referências directas (output) para cada grupo etário, e o correspondente número total de consultas dadas pelo Clínico Geral (input) para cada um dos mesmos grupos etários. Este quociente traduz a menor ou maior taxa de referência associada a cada Clínico Geral. O valor máximo desta razão é fixado em 1 (máxima eficiência no Modelo de DEA tradicional), e é feita uma análise comparativa do valor de cada razão encontrada (para cada um dos conjuntos homogêneos seleccionados - DMUs do Modelo de DEA, de acordo com a combinação médico/doente e sexo masculino/feminino descrita na Tabela 1), tendo em atenção o grupo etário que possa estar a contribuir para determinado tipo de comportamento.

O objectivo traduzir-se-á então na maximização da taxa de referência para cada unidade alvo (1), sujeito a um conjunto de restrições que fixam esse valor na unidade (2).

Por outro lado, as restrições (3) e (4) definem limites para os pesos absolutos associados às referências directas ("outputs") e às consultas ("inputs"), permitindo que seja o Modelo a fazer a sua própria selecção.

As restrições (5) e (6), baseadas nesses pesos absolutos, bem como nos pesos relativos empíricos (valores das observações reais), definem limites para os pesos relativos individuais (variáveis  $U_r$  e  $V_i$ ) de cada grupo etário.

Por último, o Modelo engloba as usuais condições de Não-Negatividade de um Modelo de Programação Linear (7).



Depois de linearizado, o Modelo passa a ser o seguinte :

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \left( \sum_r (U_r * Y_{rj0}) \right) \\
 & \text{sa} \quad \left( \sum_i (V_i * X_{ij0}) \right) = 1 \\
 & \quad \left( \sum_r (U_r * Y_{rj}) \right) - \left( \sum_i (V_i * X_{ij}) \right) \leq 0, \quad j = 1, \dots, N \\
 & \quad \sum_r U_r - SP_1 = 0 \\
 & \quad \sum_i V_i - SP_2 = 0 \\
 & \quad LIU_r \leq U_r \leq LSU_r \\
 & \quad LIV_i \leq V_i \leq LSV_i \\
 & \quad U_r, V_i \geq 0
 \end{aligned}$$

**Nota** - As variáveis têm o mesmo significado do Modelo anterior. De notar que maximizar uma razão é equivalente a maximizar o numerador, fixando o denominador (1 no exemplo).

A solução deste Modelo apresenta um ordenamento geral dos factores descritos, de acordo com a Tabela 3.

Uma primeira análise dos resultados mostra algumas diferenças (de país para país) no comportamento dos grupos médico/doente previamente definidos, no que respeita às taxas de referenciação. Poder-se-à desde já afirmar que os factores 11 e 12 apresentam taxas de referenciação mais elevadas. De facto, os dados sugerem que em Espanha, os médicos do sexo feminino tendem a referenciar mais que os do sexo masculino. Em Portugal, os resultados indicam que o factor masculino (médico e doente) apresenta uma baixa taxa, quando comparada com as restantes. Em Inglaterra sugere-se que o factor feminino (médico e doente) tende a referenciar mais que os restantes.

"Ranking"	Factor	Razão
1	F/M ESP	1.00
2	F/F ESP	1.00
3	F/M POR	.981
4	F/F POR	.966
5	M/F POR	.908
6	F/F ING	.896
7	M/F ESP	.882
8	M/M ESP	.876
9	M/M POR	.827
10	M/F ING	.801
11	M/M ING	.798
12	F/M ING	.754

Tabela 3 - Ordenamento ("Ranking") dos grupos Médico/Doente

Por outro lado, pode afirmar-se que os médicos ingleses, duma forma geral, referenciam menos que os congéneres portugueses e espanhóis.

Em cada grupo etário, o número de referências directas (consultas) dividido pelo número total de referências directas (consultas), revela-nos uma medida do peso relativo desse grupo etário, para cada um dos 12 factores identificados. Uma vizinhança deste valor ( $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$ , etc) definirá os limites permitidos para os pesos relativos incluídos no Modelo de DEA. O ordenamento descrito na Tabela 3 tem por base uma vizinhança de  $\pm 10\%$ .

A Figura 1 mostra a evolução dos "rankings" dos vários factores para diferentes vizinhanças ( $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$ ,  $\pm 30\%$ ,  $\pm 40\%$  e  $\pm 50\%$ ). A alteração mais significativa ocorre para o factor 8 (médico e doente do sexo feminino, em Inglaterra). À medida que a vizinhança vai aumentando, o respectivo "ranking" evolui de sexto para primeiro, atingindo inclusive, o valor máximo permitido pelo Modelo (razão igual a 1). O Modelo vai sucessivamente permitindo que se atribua um peso cada vez mais significativo a um particular grupo etário (grupo etário 4, neste caso - ver Figura 2), ao mesmo tempo que tenta menosprezar o efeito de outros grupos etários (grupos 1 e 2 no caso presente - ver Figura 2).

Este facto faz com que o valor da função objectivo do Modelo aumente progressivamente com o aumento da amplitude permitida para os pesos relativos. Podemos então concluir que o factor em estudo atinge valores elevados da sua função objectivo, devido não à sua dominância global sobre outros factores, mas sim ao facto de se sobrevalorizar um particular grupo etário (normalmente o mais bem colocado).

A análise dos Grupos Pares de cada factor em estudo pode também assegurar um contributo importante à análise do comportamento individual de cada factor. A Tabela 4 dá-nos conta da constituição dos vários Grupos Pares, agora com base numa vizinhança de  $\pm 30\%$ .

Factor	Razão	Grupo Par
2	.948	4,11
9	.898	11,12
10	.894	12
6	.877	8,11,12
1	.869	3,11
5	.841	11
7	.836	11,12

Tabela 4 - Grupos pares para cada factor "ineficiente"

A Tabela mostra, por exemplo, que o factor 3 se apresenta como dominante em relação ao factor 1, e que, por exemplo, o factor 4 é dominante em relação ao factor 2.

Uma análise mais detalhada permite concluir que, na realidade, o factor 3 efectivamente domina o factor 1 (para todos os grupos etários, as taxas de referenciação são superiores às do factor 1 - ver Figura 3).

No entanto, o estudo do comportamento dos factores 4 e 2 mostra que a dominância não é sistemática. De facto, a Figura 4 sugere, inclusivé, que provavelmente o responsável pela aparente dominância é o grupo etário 2. De qualquer modo, o comportamento assaz irregular do padrão das taxas de referenciação aponta para a necessidade de uma análise mais cuidada.

#### 4. Conclusões

A aplicação descrita sugere que a técnica de "Data Envelopment Analysis" (DEA) assegura um contributo importante em estudos envolvendo análise de factores.

Embora a técnica não represente, na sua essência, um procedimento para detecção de factores, ela indica onde deve ser desenvolvida uma análise de dados mais detalhada, por forma a encontrar uma justificação para o comportamento dos dados.

Seiford (1990) define bem a filosofia em que assenta a aplicação de DEA à Análise de Dados:

"...DEA is a methodology directed to frontiers rather than central tendencies. Instead of trying to fit a regression plane through the centre of the data, one 'floats' a piecewise linear surface to rest on top of the observations. Because of this unique perspective, DEA proves particularly adept at uncovering relationships that remain hidden for other methodologies ..."

A utilização de DEA demonstrou uma grande capacidade para simultâneamente identificar as causas de "ineficiência", bem como as razões de aparentes "eficiências". O trabalho desenvolvido demonstrou como é possível detectar factores dominantes (identificados como causas de diferentes "rankings") em ensaios executados com diferentes conjuntos de pesos.

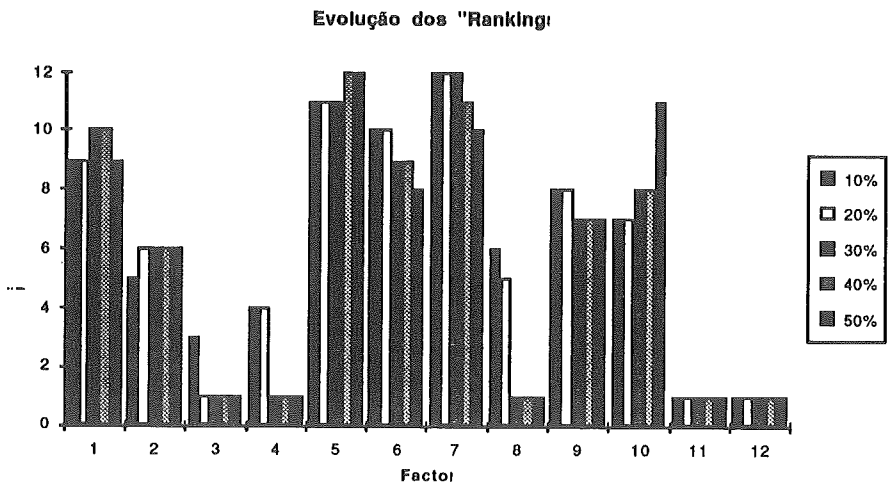


Figura 1 - Evolução dos "Rankings"

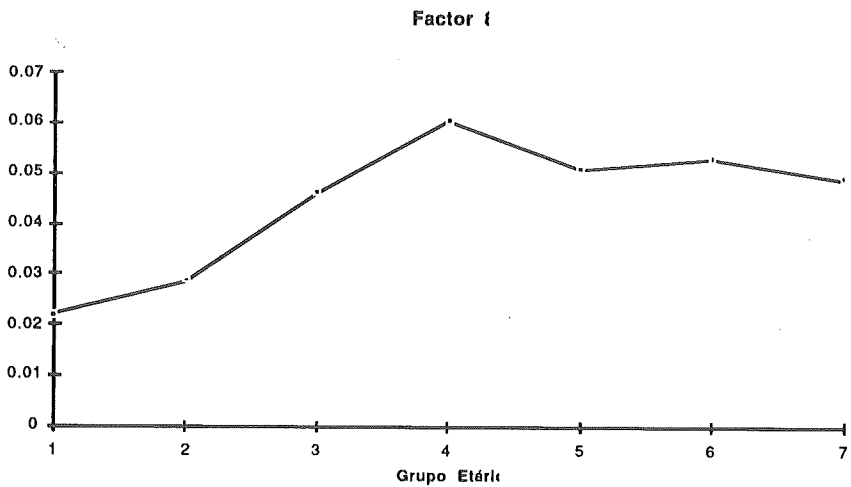


Figura 2 - Taxas de referência do factor 8 (F/F-ING)

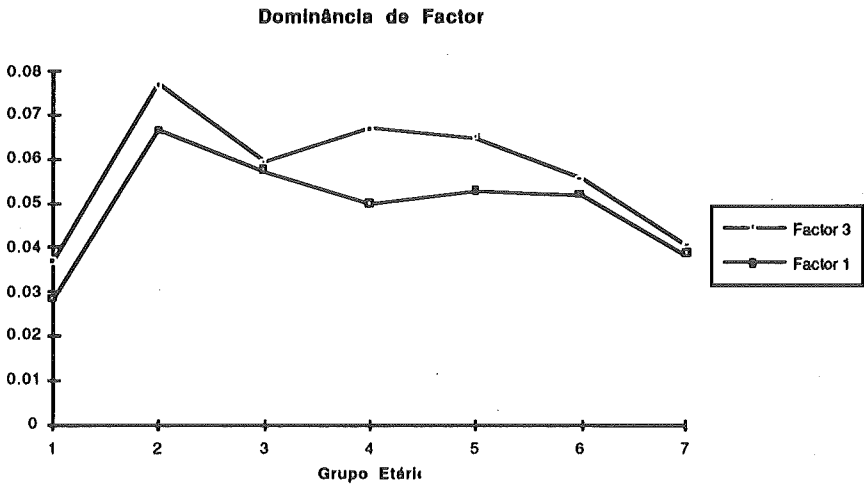


Figura 3 - Taxas de referênciação (factor 3; F/M-POR e factor 1; M/M-POR)

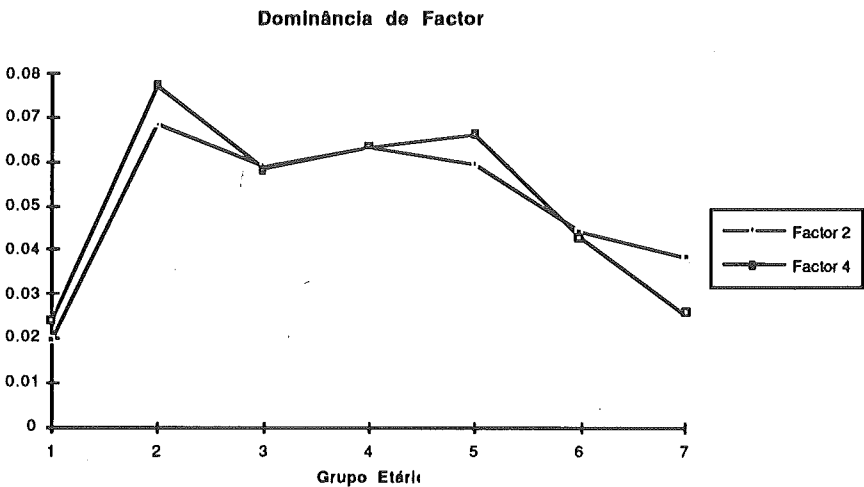


Figura 4 - Taxas de referênciação (factor 2; M/F-POR e factor 4; F/F-POR)

**Referências**

- [1] COMAC-HSR in collaboration with European General Practice Research Workshop (1992) The European Study of Referrals from Primary to Secondary Care, Occasional Paper 56, The Royal College of General Practitioners.
- [2] Coulter, A., Roland, M. and Wilkin, D., GP Referrals to Hospital: A Guide for Family Health Services Authorities, 1991.
- [3] Boussofiene, A., Dyson, R.G. and Thanassoulis, E., Applied Data Envelopment Analysis, European Journal of Operational Research 52 (1991) 1-15.
- [4] Seiford, L.M. and Thrall, R.M., Recent Developments in DEA - The Mathematical Programming Approach to Frontier Analysis, Journal of Econometrics 46 (1990) 7-38.

## ANEXO

Número de Referenciações Directas							
Grupo Etário							
DMU	0 - 4	5 - 14	15 - 24	25 - 44	45 - 64	65 - 74	75+
1	26	62	54	97	170	97	39
2	17	68	95	246	329	128	59
3	43	81	58	129	192	83	38
4	29	86	133	326	388	111	49
5	251	299	352	891	961	508	382
6	160	189	774	1530	956	535	646
7	87	68	78	187	181	78	71
8	67	64	269	651	323	158	176
9	57	246	245	486	524	239	137
10	40	196	293	711	746	294	158
11	44	127	98	228	295	124	90
12	33	111	159	357	403	156	82

Número Total de Consultas							
Grupo Etário							
DMU	0 - 4	5 - 14	15 - 24	25 - 44	45 - 64	65 - 74	75+
1	919	936	945	1949	3235	1874	1015
2	866	997	1616	3901	5539	2903	1546
3	1165	1056	982	1933	2968	1502	938
4	1216	1118	2289	5147	5883	2616	1916
5	10228	8086	8634	16023	17217	9898	7493
6	8976	7735	16522	29231	20500	12336	13412
7	3199	1946	1543	3229	3107	1696	1239
8	3063	2246	5853	10806	6385	2996	3605
9	2245	4351	3847	7074	9568	5914	4220
10	2159	4174	4330	10026	13064	8263	6273
11	1331	1948	1591	3156	4116	2745	1923
12	1161	1967	2277	4593	5945	3582	3098



# SEQUENCIAMENTO DE SERVIÇOS DE PESSOAL TRIPULANTE - UMA ABORDAGEM BASEADA NUM CONJUNTO DE HEURÍSTICAS

**Luís Cavique Santos**

Instituto Politécnico de Setúbal  
Escola Superior de Tecnologia

**Isabel Hall Themido**

CESUR  
Instituto Superior Técnico

## **Abstract**

The work described in this paper was developed in co-operation with the Lisbon Metro Company, in the framework of a broader project aimed at developing a Decision Support System for Crew Management named GETRIDE. A brief description of the global problem is presented together with the model on which the DSS was based. The crew scheduling problem may be formulated as the determination of the minimum number of duties necessary to cover a pre-defined timetable. Duties may have one or two periods and are subject to contractual rules. It is a large size combinatorial problem ranging from 500 to 700 pieces of work. To obtain an initial feasible solution a run-cutting heuristic, which was later improved by tabu search techniques was used. Information about computational implementation as well as results obtained with real timetables are presented.

## **Resumo**

O trabalho descrito neste artigo foi desenvolvido em cooperação com o Metropolitano de Lisboa, no âmbito de um projecto mais lato, cujo objectivo é criar um Sistema de Apoio à Decisão para a Gestão do Pessoal Tripulante da Direcção de Exploração - GETRIDE. Faz-se uma breve descrição do problema global, sendo apresentado o modelo que serviu de base à construção do SAD. O problema de sequenciamento de serviços de pessoal tripulante pode ser formulado como a minimização do número de serviços necessários para cobrir um horário pré-definido. Os serviços podem ter um ou dois períodos de trabalho e estão sujeitos a regras contratuais. Trata-se de um problema combinatorio de grande dimensão, com 500 a 700 peças de trabalho. Para a obtenção da solução admissível inicial é utilizada uma heurística do tipo 'run-cutting', que é posteriormente melhorada com técnicas da Procura Tabu. Inclui-se informação sobre a implementação computacional bem como os resultados obtidos para horários reais.

## **Keywords**

Decision support system, crew scheduling, run-cutting heuristic, tabu search.

## 1. Caracterização do Problema

### 1.1 A direcção de exploração do Metropolitano de Lisboa

O planeamento e controlo de operações do Metropolitano de Lisboa (ML) constitui um processo de decisão complexo, que requer a resolução dinâmica e integrada de um vasto conjunto de problemas. Estas funções cabem à Direcção de Exploração que é responsável pela circulação dos comboios.

A Direcção de Exploração gere os recursos humanos e o material circulante por forma a cumprir os horários ao público, estabelecidos pelo Metropolitano de Lisboa para satisfazer a procura dos utentes. A Direcção de Exploração (figura 1.1.) é composta pelo Sector de Estudos e Apoio, responsável pela criação de horários e planeamento de pessoal, e pelo Sector de Apoio Operacional responsável pela circulação dos comboios. O Sector Operacional divide-se em três centrais. A Central de Escalas responsável pela função pessoal, a Central de Tracção que faz o transporte e arrumação das composições e por fim a Central de Movimento que controla os comboios na via. O objectivo global do Sector de Apoio Operacional é o cumprimento dos horários com base nos recursos disponíveis.

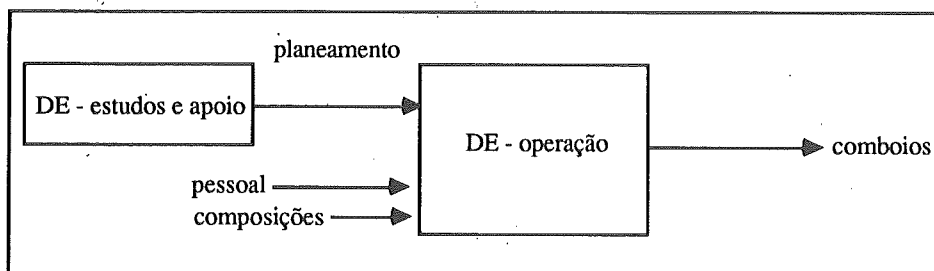


Figura 1.1 - Modelo esquemático da Direcção de Exploração

O Metropolitano de Lisboa tem vindo progressivamente a implementar sistemas de informação para apoio à Exploração. Para o controlo dos comboios na via, adquirir um pacote, o Posto de Comando Centralizado (PCC). A manutenção das composições é apoiada por uma aplicação desenvolvida no ML, sob o nome de Sistema Informático de Apoio à Manutenção (SIAM). Não existia contudo, no início deste estudo, qualquer ferramenta informatizada de apoio ao planeamento e gestão do pessoal tripulante.

Nestas circunstâncias, foi considerado prioritário o desenvolvimento de um Sistema de Apoio à Decisão (SAD) para apoiar a gestão do pessoal tripulante. Esta necessidade é tanto mais premente quanto já se iniciou a transição de uma situação em que o desenho da rede e os horários praticados, que foram estáveis ao longo de vários anos, passam agora a uma situação de complexidade crescente.

Durante os próximos anos, vai assistir-se à entrada em funcionamento de vários novos troços e à alteração radical da filosofia da rede, de uma para várias linhas. Não existindo um

número suficiente de planificadores experientes, era impossível encarar esta mudança sem recurso a ferramentas mais sofisticadas. Para o efeito está a ser desenvolvido e implementado, pelo Gabinete de Organização e Informática do ML, um Sistema de Apoio à Decisão para a Gestão de Tripulações da Direcção de Exploração - GETRIDE, que os autores ajudaram a conceber. As linhas gerais desse sistema são descritas no ponto seguinte.

### 1.2 O Sistema de Apoio à Decisão

Sendo geralmente reconhecido que os Sistemas de Apoio à Decisão (SAD) devem servir todas as fases do processo de decisão [Spragul 1989], o GETRIDE contempla as fases de planeamento, operação e controlo, cobrindo assim todo o ciclo de gestão.

As três fases do GETRIDE são apresentadas na figura 1.2, numa adaptação da Análise Orientada para Objectos de Coad e Yourdon [1990]. A Análise Orientada para Objectos (AOO) reúne duas metodologias tradicionais de uma forma feliz - a abordagem pelos processos e a modelação de dados. Os símbolos de 'mensagem' e 'relação' utilizados são uma recriação dos 'fluxos de dados', dos Diagramas de Fluxos de Dados, e o conceito de 'relação' provém do Modelo Entidade-Relação. A AOO incorpora ainda características da programação orientada para objectos tais como a herança, que se traduz na capacidade de extracção de dados ou processos de um ou mais objectos, para criação de um novo objecto.

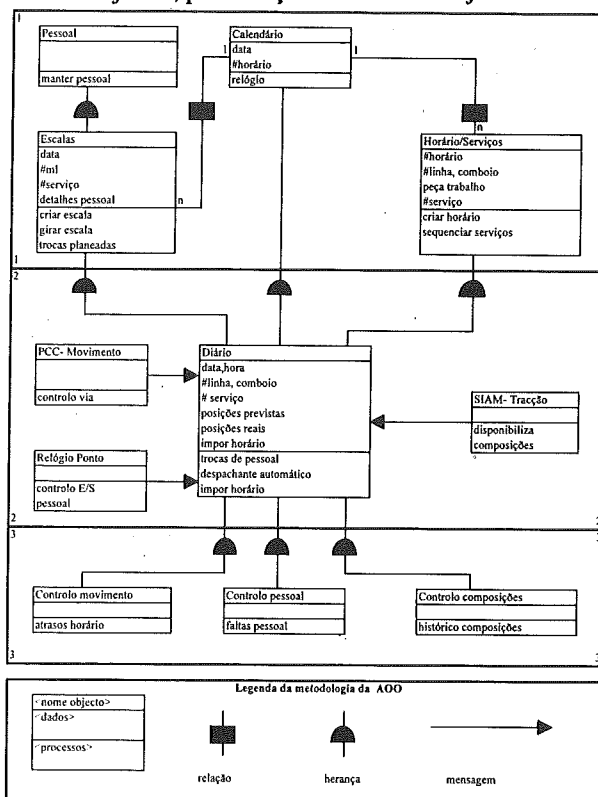


Figura 1.2 - Sistema de Apoio à Decisão de Gestão de Tripulações da Direcção de Exploração

A primeira fase do GETRIDE corresponde ao planeamento de recursos (figura 1.2, fase 1) a quem cabe definir os horários a oferecer ao público e o planeamento das tripulações. Os modelos de planeamento de transportes têm em geral três componentes que podem ser abordadas sequencialmente: os horários dos veículos, os horários das tripulações e as escalas das tripulações. Na construção dos horários dos veículos procura-se minimizar o número de veículos necessários para cobrir o horário ao público, sujeito a restrições tais como a autonomia dos veículos, percurso a realizar e a garagem a utilizar - problemas que se colocam no Metropolitano de Lisboa com menor acuidade que nos transportes de superfície. O horário das tripulações é definido por forma a minimizar o número de tripulações necessárias (i.e. serviços) para cobrir o horário dos veículos, sujeito a regras contratuais. A geração de escalas de tripulações corresponde à rotação dos serviços ao longo de uma semana, mês ou outro período mais longo, por forma que, em cada dia, estejam disponíveis o conjunto de serviços necessários para assegurar o horário.

A gestão das escalas tem que ser feita em estreita ligação com a função pessoal, sendo tomadas em consideração situações como as férias, doenças e outros tipos de ausências previstas, situações essas ultrapassadas por troca de tripulações, prática vulgarmente conhecida por *trocas planeadas*. O SAD tem que incluir funções que permitam apoiar a gestão destas situações, tendo obviamente ligação à aplicação de gestão de pessoal onde existe informação sobre as indisponibilidades futuras das tripulações, por forma que, no modelo AOO, o objecto Escalas herda informação do objecto Pessoal. A escolha do horário com cobertura de serviços (objecto Horários/Serviços) e a afectação das tripulações (objecto Escalas) depende do dia da semana (Objecto Calendário), existindo geralmente três tipos de horários: um para os dias úteis, um segundo para os sábados e um terceiro para domingos e feriados.

Na fase de Operação (figura 1.2, fase 2), o objectivo é seguir o horário tabelado, tentando encontrar os recursos necessários para o seu cumprimento. No caso de existirem atrasos significativos são praticados novos horários, com eventual supressão de comboios, até à regularização do sistema. Durante estas perturbações os encarregados responsáveis (i.e. despachantes) dos terminus realizam trocas de serviços por forma a cobrir os novos horários com as tripulações disponíveis. A Direcção de Exploração definiu, como um dos factores críticos de sucesso do SAD, a criação de um *despachante automático* que apoie os encarregados, mantendo as tripulações permanentemente informadas sobre os comboios que vão conduzir.

O novo sistema de apoio à decisão, em fase de desenvolvimento, irá integrar informação em tempo real de três outros subsistemas já implementados. O Posto de Comando Centralizado (PCC) que recolhe e controla o movimento na via, o Relógio de Ponto, implementado para apoiar o novo SAD, que actualiza as entradas e saídas de pessoal tripulante e o Sistema Informático de Apoio à Manutenção (SIAM) que informa a Central de Escalas das disponibilidades de composições do Parque de Máquinas e Oficinas. O modelo do

Metropolitano de Lisboa, com a possibilidade de recolha de dados em tempo real, é tido como um sistema muito controlável, menos influenciado, do que o transporte de superfície, por factores exógenos tais como o tráfego ou os estados climáticos.

Na fase de Controlo (figura 1.2, fase 3), é utilizada a informação recolhida pelo Diário das Operações, para apoiar as funções pessoal, composições e movimento. As faltas e atrasos do pessoal, o histórico das avarias das composições e as diferenças entre o horário real e o horário tabelado, passam a ser a base das medidas de desempenho da Direcção de Exploração. No modelo AOO os objectos *Controlo de Movimento, Pessoal e Composições* vão herdar informação do objecto *Diário*.

### 1.3 O Sequenciamento de tripulações

Os SAD devem servir de apoio ao processo decisório, com ênfase em decisões não estruturadas ou semi-estruturadas [Sprague 1989]. No caso em estudo, foram definidos como problemas deste tipo: o sequenciamento de tripulações, a criação de escalas e o despacho automático em tempo real. Os dois primeiros pertencem a uma fase de planeamento e o último à fase de operação. Foi identificado como tendo maior prioridade de sequenciamento de tripulações que passamos a descrever.

O problema do sequenciamento de tripulações consiste, neste caso, na minimização do número de serviços necessários para cobrir um horário pré-definido. Os serviços podem ter um ou dois períodos de trabalho e estão sujeitos a regras contratuais.

Antes de descrever as restrições do problema é conveniente definir alguns termos usuais, por forma a uniformizar a nomenclatura utilizada no Metropolitano de Lisboa e na literatura especializada. Os dois primeiros termos (peça de trabalho e bloco) dizem respeito ao horário dos comboios e os três últimos (tramo, período e serviço) são parte dos horários das tripulações.

- **Peça de trabalho** – é o elemento mais pequeno em que pode ser dividido o horário dos veículos sendo caracterizado por quatro atributos: local de início, local de fim, hora de início e hora de fim. No caso do Metropolitano de Lisboa, uma peça de trabalho é constituída por uma circulação completa de um comboio entre os dois terminus, únicos pontos onde é possível a renição da tripulação.
- **Bloco** – é o conjunto de peças de trabalho que pertencem ao mesmo comboio. No caso das peças de trabalho se dividirem em dois ou mais grupos de peças consecutivas dizemos que o bloco é partido.
- **Tramo** – é um conjunto de peças de trabalho consecutivas de um só bloco.
- **Período de trabalho** – é um conjunto de um ou mais tramos, sujeito a restrições contratuais. No caso do Metropolitano de Lisboa foi utilizado um único tramo, reduzindo assim o espaço de procura do problema e indo de encontro às preferências da Direcção de Exploração.

- **Serviço** – é composto por um ou dois períodos de trabalho, separados por um período de descanso, que satisfazem as regras contratuais. No caso de serviços com um único período de trabalho a tripulação está de reserva durante o restantes tempo do serviço.

As regras contratuais variam muito de empresa para empresa. No caso do Metropolitano de Lisboa, o contrato colectivo de trabalho estabelece um conjunto de regras para a construção de serviços que se podem organizar em dois grupos: pontos de rendição e tempos de condução.

- Regras para os pontos de rendição, i.e. pontos onde a tripulação de um comboio pode ser substituída:

o local de entrada e saída do serviço deve ser o mesmo  
o local de entrada e saída do período de descanso deve ser o mesmo

No ML existiam três pontos de rendição possíveis que correspondem aos terminus de Alvalade, Colégio Militar e Cidade Universitária. Com a extensão recente da rede até ao Campo Grande, passaram a existir apenas dois pontos de rendição: Campo Grande I, II e Colégio Militar. É de notar que os terminus Campo Grande I e Campo Grande II correspondem à mesma posição física, pelo que, do ponto de vista da construção de serviços, basta considerar dois terminus.

- Regras para os tempos de condução:

tempo máximo de condução por serviço	6.0 horas
tempo mínimo de condução por serviço	2.5 horas
tempo máximo de condução por período	4.0 horas
tempo mínimo de condução por período	1.5 horas
tempo fixo do período de descanso	1.0 horas
tempo fixo de trabalho diário	8.0 horas
tempo para entrada e saída	15 minutos
não são permitidas horas extraordinárias	

O pessoal tripulante tem um número de horas de trabalho idêntico ao do restante pessoal do ML pelo que quando não está a conduzir um comboio, está afectado a manobras ou em reserva. Os tripulantes de reserva servem para cobrir ausências ou serviços resultantes de alterações ao horário tabelado. O período de descanso a que as tripulações têm direito, como os restantes trabalhadores do ML, é de uma hora.

#### 1.4 Caracterização dos horários

Foram utilizados cinco horários reais para testar os algoritmos desenvolvidos. Os dois primeiros, H61 e H63, são relativos à antiga rede de Metropolitano de Lisboa, com os terminus de Alvalade, Colégio Militar e Cidade Universitária. Os três últimos correspondem à rede actual, com os terminus de Campo Grande I, II e Colégio Militar.



Horário	Rede	Horas Condução	Utilização
H62	antiga	341	dias úteis
H63	antiga	306	sáb./domingos
H65	actual 3 terminus	349	sábados
H66	actual 3 terminus	280	domingos
H68	actual 3 terminus	366	dias úteis

Tabela 1.1 - Caracterização dos horários do ML

A dimensão dos horários é caracterizada por um número de peças de trabalho que ronda os 500-700, sendo de prever em futuros horários, após a expansão da rede, cerca de 900-1000 peças de trabalho. O número de blocos é de 26 para os dias úteis, horários H62 e H68, situando-se os restantes dias no intervalo 21-25. É de notar ainda que, nos dias úteis, existem descontinuidades nos blocos, que correspondem ao período que se segue ao pico da manhã, sendo este intervalo de tempo utilizado para a manutenção das composições.

Horário	Nº de blocos	Nº de blocos partidos em duas partes	Nº de peças trabalho
H62	26	8	718
H63	22	0	654
H65	25	0	658
H66	21	0	526
H68	26	6	685

Tabela 1.2 - Dimensões dos horários

## 2. Algoritmos para o problema de sequenciamento de tripulações

Os algoritmos de sequenciamento de tripulações, implementados com sucesso, podem classificar-se em três grupos - as Heurísticas do tipo "Run-cutting", o Método de Emparelhamento e os procedimentos baseados na formulação em Programação Linear Inteira (PLI) do tipo "cobertura ou partição de um conjunto" [Cavique Santos 1994].

Os algoritmos de 'run-cutting', baseados numa heurística 'greedy', foram utilizados nos anos 1970, nos EUA, no pacote RUCUS e, no Reino Unido por Parker e Smith [1981], no sistema TRACS, conseguindo ambos alcançar bons resultados. A heurística das três fases [Parker e Smith 1981] estrutura-se da seguinte forma: primeiro são criados serviços contínuos (com um único tramo) no início do dia, em seguida são criados serviços contínuos no fim do dia, finalizando com o emparelhamento dos tramos que sobram nas fases anteriores, criando serviços partidos, i.e. com dois períodos de trabalho. Esta heurística foi utilizada em trabalhos desenvolvidos para os Serviços de Transportes Colectivos do Porto [Pinho de Sousa 1986, Freire de Sousa 1988].

Os algoritmos de emparelhamento de tramos são utilizados no pacote RUCUS II e na versão inicial da aplicação HASTUS. Estes algoritmos dividem o problema em dois subproblemas: no primeiro criam um conjunto de tramos que respeitem as normas contratuais e no segundo emparelham dois ou mais tramos formando um serviço.

A resolução do problema de cobertura/partição de um conjunto por PLI é utilizado em pacotes de optimização como o IMPACS do sistema BUSMAN e o Crew-Opt que pertence à última versão do HASTUS. São de realçar os trabalhos desenvolvidos na Rodoviária Nacional e na Carris por Paixão [1990] onde foram desenvolvidas estratégias mistas de PLI com decomposições, relaxações e 'branch-and-bound'.

A importância deste tema quer em termos de investigação científica quer em termos de aplicação prática está patente nas comunicações apresentadas a partir de 1975 em seis conferências de "Computer Aided Transit Scheduling": [Bergman 1975], [Wren 1981], [Rousseau 1985], [Daduna e Wren 1988], [Desroches e Rousseau 1992], [Paixão 1993].

O algoritmo desenvolvido para o ML, descrito neste trabalho, baseia-se numa estratégia combinada de um conjunto de quatro heurísticas conhecidas - alteração mínima, geração e teste, "run-cutting", e Procura Tabu - com a seguinte organização:

- (1) para a geração de um serviço, utiliza-se uma composição do algoritmo de alteração mínima com uma heurística de geração e teste;
- (2) o Sequenciamento Inicial do Horário (SIH) utiliza como base uma heurística do tipo "run-cutting", fazendo chamada ao procedimento de geração de um serviço, descrito no ponto 1;
- (3) o Sequenciamento Melhorado do Horário (SMH) recorre à meta-heurística Procura Tabu com diversificação, fazendo chamada ao procedimento de sequenciamento descrito no ponto 2;

O protótipo desenvolvido foi implementado em linguagem Turbo Pascal, utilizando um PC486, tendo-se chegado a bons resultados com um esforço computacional reduzido.

### **3. Heurística de sequenciamento e geração de serviços**

#### **3.1 - Sequenciamento utilizando uma heurística de tipo "run-cutting"**

Na abordagem realizada para o Metropolitano de Lisboa, a dimensão do problema, com 500 a 700 peças de trabalho, levou à escolha de um algoritmo do tipo "run-cutting" como base de sequenciamento. Em trabalhos recentes, Paixão [1990] aponta como limite prático para a resolução do problema por PLI, horários com dimensão de cerca de 400 peças de trabalho.

A heurística de "run-cutting" é inspirada no método manual de afectação de serviços de tripulações [Bodin 1983]. O algoritmo gera um serviço admissível ("run") sobre o conjunto de peças de trabalho do horário não cobertas, cobrindo de seguida o horário com o novo serviço gerado; o processo repete-se até que haja cobertura total. A tradução de "run-cutting" será então o corte sucessivo do horário com serviços, ou mais sucintamente *cobrindo-com-serviços*. A

garantia de convergência da heurística é assegurada pela geração de serviços que não prejudiquem a cobertura total do horário. Assim, o espaço adjacente a cada período de trabalho, deixado livre pela geração de sucessivos serviços, deve ser maior ou igual à dimensão mínima admissível de um período de trabalho.

Foram implementada duas versões da heurística de "run-cutting" que se descrevem seguidamente. Na primeira o horário é coberto com o primeiro serviço admissível gerado, havendo apenas que garantir que os tramos adjacentes, ainda não cobertos, são suficientemente longos para permitirem a cobertura com tramos admissíveis.

*Procedimento Run-cutting - versão 1:*

- (1) gerar um serviço que deixe espaço a próximos serviços;
- (2) se foi possível gerar um serviço, cobrir o horário com o serviço gerado
- (3) senão terminar;
- (4) se o horário não está totalmente coberto, voltar a 1
- (5) senão terminar.

Na segunda versão deixa de ser escolhido o primeiro serviço bem posicionado que satisfaz as restrições, para ser escolhido o melhor de uma lista de serviços admissíveis previamente criada. A avaliação de cada serviço é feita em função da duração das peças cobertas e da sua colocação, sendo favorecidos os serviços que não deixam peças adjacentes livres. O procedimento é constituído por dois ciclos principais. O ciclo interno cria uma lista de serviços admissíveis e bem posicionados, e o ciclo externo escolhe o melhor da lista e cobre o horário dos comboios com o serviço eleito.

*Procedimento Run-cutting com melhoramento locais - versão 2:*

- (1) gerar um conjunto de serviços admissíveis e bem posicionados;
- (2) avaliar os candidatos e escolher o melhor;
- (3) se foi possível gerar serviços, cobrir o horário com o melhor serviço;
- (4) senão terminar;
- (5) se o horário não está totalmente coberto, voltar a 1
- (6) senão terminar.

Esta última versão da heurística de "run-cutting" mostrou-se mais eficaz tanto isoladamente como quando associada à heurística de melhoramentos. Os resultados computacionais apresentados no ponto 3.3 foram obtidos com esta segunda heurística de "run-cutting" que denominaremos por Sequenciamento Inicial do Horário (SIH).

### **3.2 - Geração de serviços**

Os algoritmos de "run-cutting" têm sido sujeitos a diversas críticas resultantes da sua fraca portabilidade, já que, segundo alguns autores, requerem muitos recursos na adaptação a novos clientes ou em alterações circunstanciais em clientes existentes [Wren e Rousseau 1993]. Para ultrapassar este ponto fraco adoptou-se nesta implementação uma estratégia de subdivisão do algoritmo em dois módulos distintos - um gerador de elementos combinatórios e um verificador

das regras contratuais. Desta forma a geração de elementos é independente das normas, podendo estas ser alteradas sem esforço adicional.

Uma segunda crítica às heurísticas de "run-cutting" diz respeito à sua fraca adaptação a problemas onde haja necessidade de criar serviços com períodos de descanso [Wren e Rousseau 1993]. Este segundo ponto fraco é ultrapassado com a geração de elementos combinatórios de uma forma sistemática. Para o caso de um serviço com dois períodos de trabalho iremos gerar, numa analogia lexicográfica, duas subpalavras de uma palavra grande.

Na geração de todos os elementos de um conjunto, a primeira preocupação que ocorre é a quantidade de tempo requerido. Neste caso particular só é necessário gerar uma pequena parte, até que se encontre um elemento que satisfaça as condições de admissibilidade, num espaço de procura muito grande. Outra característica dos algoritmos utilizados é a quantidade de transformação que existe entre os sucessivos objectos - na maior parte das vezes a alteração é muito pequena, daí o nome de algoritmos de alteração mínima. Os algoritmos de geração sistemática com alteração mínima têm usualmente três componentes - a inicialização, a transformação de um objecto no seguinte e a condição de fim [Reingold 1977].

Seguidamente, apresenta-se o procedimento de geração de um serviço com uma complexidade computacional de  $O(N^2)$ , sendo  $N$  o número de peças de trabalho do horário. A geração de serviços proposta irá utilizar uma combinação da heurística de geração-e-teste com algoritmos de alteração mínima. A variável "sucesso" pertence à técnica de geração-e-teste e a variável "falha" ao algoritmo de alteração mínima.

Procedimento *próximo serviço (serviço, falha, sucesso)*:

- (1) sucesso := falso;
- (2) se falha então {próximo tramo(1,v,); próximo tramo(2,v,); i.e. inicializar 1 e 2;
- (3) falha := falso; sucesso := regras\_serviço;
- (4) }
- (5) enquanto. (não sucesso) e (não falha)
- (6) {próximo tramo(2,,);
- (7) se condição de fim tramo(2) então
- (8) {próximo tramo(1,,);
- (9) próximo tramo(2,v,) i.e. inicializar 2;}
- (10) falha := condição de fim tramo(1);
- (11) sucesso := regras\_serviço;}

Nesta abordagem o procedimento de geração chama uma função que verifica as regras contratuais, para cada novo elemento, o que garante a sua portabilidade. No que se refere à obtenção de serviços com dois períodos de trabalho, o algoritmo responde bem, sendo alcançados valores de cerca de 75% de serviços emparelhados, sem necessidade de recorrer a algoritmos de emparelhamento evitando-se todo o esforço computacional que lhes está associado.

### 3.3 - Resultados computacionais

A qualidade dum algoritmo é caracterizada pelo valor das soluções alcançadas e pelos tempos de computação requeridos. Para avaliar as soluções são apresentadas três medidas de desempenho: as melhorias obtidas relativamente aos horários produzidos manualmente pelo ML, o número médio de horas de condução por serviço, o qual é considerado pela Direcção de Exploração do ML como "muito bom" quando se aproxima de 4.50 e, finalmente, com um interesse secundário, a percentagem de emparelhamento, i.e. o quociente do número de serviços com dois tramos pelo número total de serviços, multiplicado por 100.

Na tabela 3.1 apresentam-se os resultados computacionais do Sequenciamento Inicial do Horário (SIH) em comparação com os valores obtidos manualmente no Metropolitano de Lisboa.

O número de serviços é definido por dois parâmetros, o primeiro corresponde ao número total de serviços, e o segundo ao número de serviços com um único período de trabalho. Estes serviços são indesejáveis, correspondendo a uma má utilização de recursos, já que as tripulações estão desocupadas durante o segundo período de trabalho.

Horário	Nº serviços ML*	Nº serviços SIH*	Melhorias do SIH em relação ao ML	Tempo de CPU (min:seg)
H62	76/13	75/27	1.3%	0:19
H63	66/12	65/17	1.5%	0:14
H65	80/17	77/24	3.8%	0:16
H66	80/17	59/15	26.3%	0:12
H68	90/24	79/21	12.2%	0:19

\* número total de serviços/número de serviços com um só tramo

Tabela 3.1 - Resultados do Sequenciamento Inicial do Horário (SIH)

Para os horários antigos H62 e H63, o SIH obtém melhorias inferiores às conseguidas para os horários actuais, o que é natural, visto que os primeiros foram sujeitos a diversas revisões e aperfeiçoamento ao longo do tempo, o que ainda não aconteceu com os horários actuais. As melhorias muito elevadas obtidas para o horário de domingo, H66, não têm grande significado pois resultam da política de rotação de escalas adoptada pelo ML, segundo a qual o número de serviços é igual ao sábado e ao domingo.

Na tabela 3.2, apresenta-se o segundo indicador de desempenho, horas de condução por serviço, comparando-se os resultados obtidos manualmente pelo ML com os obtidos com o algoritmo SIH. Os resultados obtidos com o SIH, todos superiores a 4.50, valor considerado como "muito bom" pelo ML têm uma média de 4.63 horas de condução por serviço.

Horário	Horas de condução ML	Horas de condução SIH
H62	4.49	4.55
H63	4.64	4.71
H65	4.36	4.53
H66	3.51	4.75
H68	4.07	4.63

Tabela 3.2 - Horas de condução por serviço

Na tabela 3.3 apresenta-se a percentagem de emparelhamento de tramos, obtida com a heurística de "run-cutting". Repare-se que se obtêm valores elevados de emparelhamento sem recorrer a um algoritmo de "matching".

Horário	Nº serviços SIH	Emparelhamento
H62	75/27	64%
H63	65/17	74%
H65	77/24	69%
H66	59/15	75%
H68	79/21	73%

Tabela 3.3 - Percentagem de emparelhamento

Os baixos tempos de computação obtidos, com uma média de 16 segundos, tornam o algoritmo SIH bastante atractivo para servir de base à heurística de melhoramentos apresentada seguidamente. Os bons resultados obtidos sugerem ainda a sua potencial utilização em tempo real, no ambiente de um futuro módulo de gestão operacional do dia-a-dia.

## 4. Procura Tabu

### 4.1 - Procura Tabu

A Procura Tabu é uma meta-heurística para resolução de problemas combinatórios, que tenta não cair na armadilha dos óptimos locais [Glover 1989, 1990]. As soluções obtidas são, em geral, óptimas ou muito próximas do óptimo, tendo sido este tipo de procura aplicada a problemas que vão desde o sequenciamento até ao reconhecimento de padrões [Glover 1993, Rego 1993, Carvalho 1994]. A grande vantagem desta nova abordagem é a utilização de uma estrutura hierárquica de memórias flexíveis, em contraste com estruturas de memórias rígidas e de grande dimensão, como acontece com as técnicas de "Branch and Bound", e com a inexistência de memória, como nos Algoritmos Genéticos e "Simulated Annealing". As estruturas de memória geralmente utilizadas pela Procura Tabu são uma memória de curta duração, ou lista Tabu, e uma memória de longa duração (MLD) [Barnes e Laguna 1993].

A memória de curta duração ou lista tabu, de dimensão  $N$ , vulgarmente implementada como uma lista circular, contém o conjunto dos  $N$  movimentos realizados imediatamente antes, por forma a que na procura de uma nova solução não se repitam, no curto prazo, os movimentos já realizados, voltando o problema à sua forma inicial. Várias aplicações desenvolvidas utilizam para a dimensão da lista um valor de  $N$  igual a  $7(\pm 2)$  posições.

A Procura Tabu evita os óptimos locais, persistindo na busca mesmo quando encontra uma solução pior, ao contrário do que acontece com heurísticas do tipo 2-optimal ou "hill-climbing". Não é contudo um algoritmo de busca exaustiva, dado que pode ser limitado pelo número de iterações ou pelo tempo de CPU.

Em seguida, apresenta-se a meta-heurística tabu na sua forma mais simples, utilizando exclusivamente a memória de curta duração  $T$ ,  $s^*$  representa a melhor solução encontrada até ao momento,  $s$  representa a solução corrente,  $s'$  a melhor solução da lista de movimentos,  $V(s)$  as soluções na vizinhança de  $s$  e  $F(s)$  a função avaliação da solução.

Procedimento *Tabu Simples*:

- (1)  $s^* :=$  solução inicial;  $s := s^*$ ; inicializar lista tabu  $T$ ;
- (2) criar lista movimentos não tabu na  $V(s)$ ;
- (3)  $s' :=$  melhor solução da lista de movimentos;
- (4) actualizar lista tabu  $T$  com  $s'$ ;
- (5)  $s := s'$ ;
- (6) se  $F(s) < F(s^*)$  então  $s^* := s$ ;
- (7) se não existe condição de fim volta a 2.

Como forma de melhorar a solução obtida pelo Sequenciamento Inicial do Horário (SIH), desenvolveu-se um algoritmo do tipo Procura Tabu que será denominado Sequenciamento Melhorado do Horário (SMH).

Como a cobertura óptima de um horário apresenta um grande conjunto de *bons serviços* e um número reduzido de *maus serviços*, ao tentarmos diminuir o número de *maus serviços*, é muito possível que a solução global melhore. O conjunto de movimentos adoptados consiste portanto em retirar alguns *maus serviços* e sequenciar o novo subproblema de forma diferente.

Procedimento *criar lista de movimentos não tabu na vizinhança de S*:

- (1) escolher, na solução actual, alguns *maus serviços* que não se encontrem na lista tabu;
- (2) retirar os *maus serviços* escolhidos, bem como os *serviços adjacentes*, garantindo assim espaço para outras configurações;
- (3) para cada elemento da lista de movimentos, sequenciar o novo subproblema utilizando a heurística SIH com inicializações e sentidos de sequenciamento diferentes.

## 4.2 - Procura Tabu com Diversificação

A memória de longa duração (MLD) regista os movimentos realizados ao longo das diversas iterações, tornando possível a procura em novos espaços de soluções. A este tipo de busca, em novas regiões, dá-se o nome de diversificação.

No caso em estudo, a MLD foi implementada como um vector com a dimensão do problema em que se vão registando o número de vezes que um mau serviço é incluído na solução. Esta memória faz com que na avaliação de um novo serviço este seja beneficiado quando está a ocupar as posições de um antigo mau serviço, cujo registo na MLD é elevado, criando assim condições para a diversificação da busca em novas regiões ainda não ensaiadas. A actualização das memórias, passo fundamental do algoritmo, é feito recorrendo ao procedimento descrito seguidamente.

Procedimento *actualizar lista tabu e MLD*:

- (1) os elementos da lista tabu serão os piores serviços encontrados;
- (2) na MLD será contabilizado a posição e o número de vezes que um mau serviço surge no processo de busca.

A importância dada à MLD pode ser controlada pela variável  $k\_mld$ , que, vai sendo sucessivamente incrementada de uma constante  $\theta$ , se não forem encontradas melhorias nas soluções correntes.

A Procura Tabu tenta equilibrar a estratégia de reconhecimento exacto do curto prazo, utilizando a memória de curta duração, com a estratégia de registo parcial do longo prazo, utilizando a MLD. Glover [1989] sugere ainda a utilização da memória de duração intermédia para a intensificação da busca, não sendo esta possibilidade utilizada neste trabalho.

Como o problema em causa tem a estrutura de um "puzzle", com poucos graus de liberdade, é essencial utilizar o conceito de MLD. Apresentam-se seguidamente os resultados obtidos em 200 iterações, para o horário real H63. O horário foi sujeito aos tratamentos H63\_S6 e H63\_D6, tendo no primeiro caso sido utilizada a Procura Tabu simples e no segundo a Procura Tabu com diversificação, com comprimentos de lista tabu igual a seis.

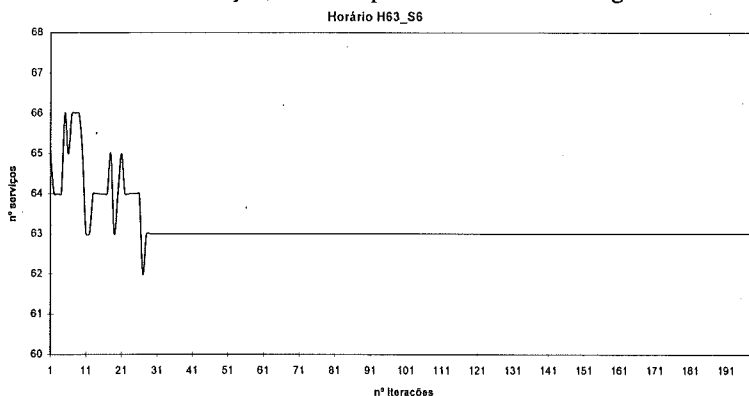


Figura 4.1 - Trajectória das soluções utilizando a Procura Tabu Simples



Na figura 4.1, verifica-se que a partir de um número pequeno de iterações o algoritmo entra em ciclo, não produzindo melhores soluções. Na figura 4.2 é apresentado o mesmo problema utilizando a Procura Tabu com diversificação, encontrando-se melhores soluções, não se verificando ciclicidade aparente.

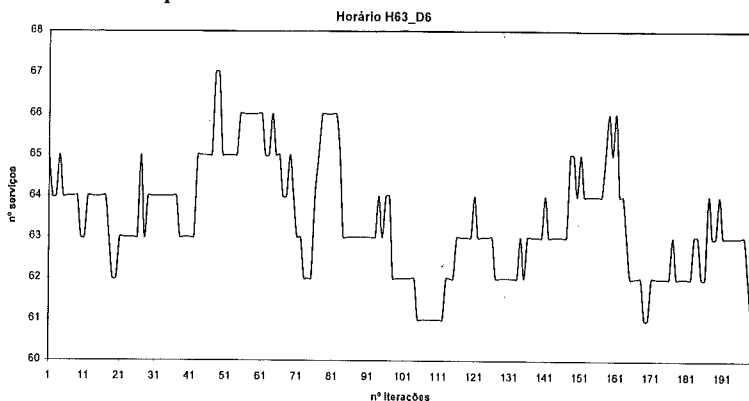


Figura 4.2 - Trajectória das soluções utilizando a Procura Tabu com diversificação

Apresenta-se em seguida o procedimento Tabu com Diversificação, onde se distinguem as fases de busca preliminar e diversificação, numa adaptação do algoritmo descrito por Shorin-Kapov [1990] e Chakrapani [1993].

Procedimento *Tabu com Diversificação*:

(0)  $s^*$  = solução inicial utilizando a heurística de SIH;

(1) Preliminar:

inicializar lista tabu,  $k\_mld := 0$ ;

durante  $n$  iterações fazer

{ criar lista de movimentos não tabu em  $V(s)$ ;  
escolher a melhor solução;  
actualizar a lista tabu, MLD e  $s^*$ ;

se esgotou o número total de iterações então *parar*

senão se não tem vindo a melhorar  $s^*$  passa a 2

senão volta a 1;

(2) Diversificação:

inicializar lista tabu;

durante  $n$  iterações fazer

{ criar lista de movimentos não tabu em  $V(s)$ ;  
escolher a melhor solução utilizando a MLD;  
actualizar a lista tabu, MLD e  $s^*$ ;

incrementar o peso da MLD:  $k\_mld := k\_mld + \theta$

se esgotou o número total de iterações então *parar*

senão se  $k\_mld > \max\_k$  passa a 1

senão se melhorou  $s^*$  passa a 1

senão volta a 2.

Se algumas meta-heurísticas recentes ("Simulated-Annealing", Algoritmos Genéticos) se vão inspirar à Física e à Biologia, a Procura Tabu tem muitas analogias com o funcionamento da memória humana constituída por um sistema extremamente complexo que tem por base memórias de curta e longa duração [Klatzky 80]. Os receptores sensoriais (visual, auditivos e tácticos) são colocados numa memória temporária onde podem ser reutilizados imediatamente. A dimensão do "buffer" e o tempo de reutilização são limitados. Tal como na Procura Tabu os padrões do conhecimento são mantidos pela MLD, constituindo a base para a aprendizagem.

#### 4.3 - Resultados Computacionais

Realizou-se um conjunto de testes com os referidos cinco horários, tendo sido utilizada a Procura Tabu Simple e com Diversificação com comprimentos de lista tabu de 5 a 9 elementos. Os resultados da procura com diversificação apresentam-se, em média, melhores que os da Procura Tabu simples, demonstrando aquela uma maior capacidade de penetração em novas regiões do espaço de soluções. Relativamente ao comprimento da lista tabu nada se pode inferir acerca da existência de uma dimensão ideal.

A avaliação das soluções do Sequenciamento Melhorado de Horário (SMH) é feita com base nas três medidas de desempenho já anteriormente utilizadas: as melhorias relativamente ao número de serviços do ML, o número médio de horas de condução por serviço e a percentagem de emparelhamento ou seja de serviços com dois períodos de trabalho.

Na tabela 4.1 apresentam-se as soluções melhores, médias e piores, encontradas com o algoritmo SMH utilizando a Procura Tabu com diversificação. Os valores são ainda comparadas com o número de serviços praticados pelo Metropolitano de Lisboa, sendo apresentados também os tempos médios de computação.

Horário	melhor SHM	média SMH	pior SHM	soluções ML	melhorias relativas ao ML	tempos CPU (hora)
H62	72	72.2	73	76	5.3%	4.8
H63	61	61.6	62	66	7.6%	1.9
H65	69	71.4	73	80	13.8%	2.7
H66	53	54.4	56	80	33.8%	0.5
H68	75	76.0	77	90	16.7%	4.4

Tabela 4.1 - Resultados computacionais do Sequenciamento Melhorado do Horário utilizando a Procura Tabu com Diversificação

Os horários com blocos partidos, H62 e H68, apresentam maiores tempos de computação, motivados pela dificuldade de encontrar soluções admissíveis em blocos pequenos. Utilizando o algoritmo SMH verificando-se melhorias médias, em relação ao ML, de 15.4%, em tempos médios de computação de 2.9 horas.

Na tabela 4.2 é apresentada a segunda medida de desempenho, i.e. o número médio de horas de condução por serviço, a qual, como vimos anteriormente, é considerada pela Direcção

de Exploração como 'muito boa' quando se aproxima do valor 4.50. Com o SMH obteve-se uma média de 5.00 horas de condução por serviço.

Horário	Horas de condução ML	Horas condução SMH
H62	4.49	4.74
H63	4.64	5.02
H65	4.36	5.06
H66	3.51	5.28
H68	4.07	4.88

Tabela 4.2 - Horas de condução por serviço

Na tabela 4.3 apresenta-se a percentagem de emparelhamento de serviços, obtendo-se uma média de 87% de serviços com dois períodos de trabalho.

Horário	Nº serviços SMH	Emparelhamento
62	72/15	79%
63	61/8	87%
65	69/3	96%
66	53/3	94%
68	75/14	81%

Tabela 4.3 - Percentagem de emparelhamento

## 5. Conclusões

O trabalho descrito neste artigo foi desenvolvido em cooperação com o Metropolitano de Lisboa, no âmbito de um projecto mais lato, cujo objectivo é o de criar um Sistema de Apoio à Decisão para a Gestão do Pessoal Tripulante da Direcção de Exploração - GETRIDE. O problema do sequenciamento de serviços de pessoal tripulante pode ser formulado como a minimização do número de serviços necessários para cobrir um horário pré-definido. Os serviços podem ter um ou dois períodos de trabalho e estão sujeitos a regras contratuais. Trata-se de um problema combinatório de grande dimensão, com 500 a 700 peças de trabalho.

A abordagem desenvolvida para o ML utiliza um conjunto de heurísticas construtivas e de melhoramentos, por forma a evitar métodos enumerativos. A heurística construtiva do tipo "Run-Cutting" reveste um carácter particular para este tipo de problemas, enquanto que a heurística de melhoramentos, Procura Tabu, assume um carácter geral para problemas de optimização combinatória.

As abordagens heurísticas que recorrem a algoritmos de "run-cutting" têm sido sujeitas a diversas críticas. Para ultrapassar o principal ponto fraco, a sua fraca portabilidade, foi adoptada nesta implementação, uma estratégia de subdivisão do algoritmo em dois módulos distintos - um gerador de elementos combinatórios e um verificador das regras contratuais.

Uma segunda crítica diz respeito à fraca adaptação destas heurísticas a problemas onde haja necessidade de criar serviços com períodos de trabalho separados por um período de descanso. Este segundo ponto fraco é ultrapassado com a geração de pares de elementos combinatórios de uma forma sistemática.

Os resultados obtidos com horários reais permitem concluir que os algoritmos desenvolvidos permitem alcançar melhorias significativas em relação aos valores praticados pelo Metropolitano de Lisboa. O utilizador passou a dispor de dois algoritmos de sequenciamento, optando, em função do tempo disponível, pelo Sequenciamento Inicial do Horário, baseado numa heurística do tipo "run-cutting" com um tempo de resposta de alguns segundos, ou pelo Sequenciamento Melhorado do Horário, uma implementação da meta-heurística Procura Tabu, com um tempo de resposta de algumas horas. Na tabela 5.1 apresentam-se os indicadores de qualidade das soluções do Sequenciamento Inicial do Horário (SIH) e do Sequenciamento Melhorado do Horário (SMH), podendo verificar-se que este último algoritmo apresenta resultados significativamente melhores do que o SIH.

Tipo de sequenciamento	Melhorias relativas aos valores do ML	Horas de condução por serviço	Emparelhamento dos serviços	Tempo de computação
SIH 'run-cutting'	9.0%	4.63	71%	16 segundos
SMH Procura Tabu	15.4%	5.00	87%	2.9 horas

Tabela 5.1 - Valores médios encontrados para os oito horários

## Referências

- [1] Barnes, J.W. e Laguna, M., A tabu search experience in production scheduling, *Annals of Operations Research* 41 (1993).
- [2] Bergman, D. e Bodin, L. ed, *Workshop on Automated Techniques for Scheduling of Vehicle Operators for Urban Public Transportation Services (Pre-print 1975)*.
- [3] Bodin, L., Golden, B., Assad, A. e Ball, M., Routing and Scheduling of vehicles and crews: the state of art, *Computers and Operations Research* 10 (1983).
- [4] Carvalho, M.J., A procura tabu e o problema de localização com restrições de capacidade, Dissertação apresentada no DEIC-FCUL para obtenção do grau de mestre em Estatística e Investigação Operacional (Lisboa 1994).
- [5] Cavique Santos, L., Sequenciamento de Pessoal Tripulante, Dissertação apresentada no IST para a obtenção do grau de mestre em Engenharia de Sistemas e Investigação Operacional (Lisboa 1994).
- [6] Chakrapani, J. e J. Shorin-Kapov, Massively parallel tabu search for the quadratic assignment problem, *Annals of Operations Research* 41 (1993).
- [7] Coad, P. e Yourdon, E., *Object-Oriented Analysis (Prentice-Hall 1990)*.
- [8] Daduna, J.R. e Wren, A. eds, *Computer-Aided Transit Scheduling (Springer-Verlag 1988)*.
- [9] Desroches, M. e Rousseau, J.M. eds, *Computer-Aided Transit Scheduling (Springer-Verlag 1992)*.
- [10] Freire de Sousa, J., Desenvolvimento de um módulo interactivo para geração de serviços de tripulações em transportes colectivos urbanos, Dissertação apresentada no IST para obtenção do grau de mestre em Investigação Operacional e Engenharia de Sistemas (Lisboa 1988).
- [11] Glover, F., *Tabu Search - Part I, ORSA J. Comput.* (1989).
- [12] Glover, F., *Tabu Search - Part II, ORSA J. Comput.* (1990).
- [13] Glover, F., Taillard, E. e Werra, D., A user's guide to tabu search, *Annals of Operations Research* 41 (1993).

- [14] Klatzky, R.L., Human Memory, (Freeman and Co. 1980).
- [15] Paixão, J.P., Sixth International Computer-Aided Scheduling of Public Transport (Lisboa 1993).
- [16] Paixão, J.P., Transit crew scheduling on a personal workstation ms/dos, Operational Research'90, H. Dradeys eds. (Pergamon Press, Oxford 1990).
- [17] Parker, M.E. e Smith, B.M., Two approaches to computer crew scheduling, Computer scheduling of public transport, Wren, A. eds (North-Holland 1981).
- [18] Pinho de Sousa, J., Um sistema de apoio à decisão para elaboração de horários de viaturas e tripulações em serviços de transportes urbanos, Dissertação apresentada no IST para obtenção do grau de mestre em Investigação Operacional e Engenharia de Sistemas (Lisboa 1986).
- [19] Rego, C., Uma heurística Tabu para determinação de rotas de veículos, Dissertação apresentada no IST para obtenção do grau de mestre em Investigação Operacional e Engenharia de Sistemas (Lisboa 1993).
- [20] Reingold, E.M., Nievergelt, J. e Deo, N., Combinatorial Algorithms (Prentice-Hall 1977).
- [21] Rousseau, J.M. eds., Computer Scheduling of Public Transport 2 (North-Holland 1985).
- [22] Shorin-Kapov, J., Tabu search applied to the quadratic assignment problem, ORSA Comput. 2 (1990).
- [23] Sprague, R.H. Jr., e Watson, H.J., Decision Support Systems (Prentice-Hall 1989).
- [24] Wren, A. eds, Computer Scheduling of Public Transport (North-Holland 1981).
- [25] Wren, A. e Rousseau, J.M., Bus driver Scheduling - An overview, Sixth International Computer-Aided Scheduling of Public Transport (Lisboa 1993).



# UM MODELO DE SIMULAÇÃO DO TRÁFEGO RODOVIÁRIO NA PONTE 25 DE ABRIL

**Maria Cecília Marques Rodrigues**

**Ruy Araújo da Costa**

Departamento de Matemática  
Faculdade de Ciências e Tecnologia (UNL)  
Quinta da Torre  
2825 Monte da Caparica - Portugal

## **Abstract**

In this paper we present one simulation model of the road traffic flow on "25 de Abril" bridge. The model was developed for both traffic ways.

Junta Autónoma das Estradas (the central road services) provided a sample of North-South hourly traffic flow numbers. A model was built based on that sample allowing us to evaluate the functioning conditions of the bridge and also the 5th lane use.

The model user may interact with the system, trying different managing conditions regarding the 5th lane (closing it to the traffic, or opening it to the North-South or to the South-North traffic way).

## **Resumo**

Apresenta-se um modelo de simulação do fluxo de tráfego rodoviário na ponte 25 de Abril, para ambos os sentidos de trânsito.

Com base numa amostra de valores horários de fluxo de trânsito no sentido Norte-Sul, cedida pela Junta Autónoma das Estradas, elaborou-se um modelo que permite avaliar as condições de circulação na referida ponte, bem como a utilização da via de sentido reversível (5ª via).

O modelo desenvolvido também permite ao utilizador interagir com o sistema, nomeadamente abrir, encerrar ou inverter o sentido da via de sentido reversível.

## **Keywords**

Road Traffic Flow Modelling and Simulation.

## **1. Introdução**

Neste trabalho efectua-se a modelação e simulação do tráfego rodoviário na Ponte 25 de Abril.

A Ponte 25 de Abril liga as duas margens do rio Tejo, assegurando a ligação das cidades de Lisboa e Almada. O seu tabuleiro mede cerca de 2278 metros, e nele existem duas vias de trânsito para cada sentido e uma outra via central, de sentido reversível, que pode ou não ser utilizada, e que habitualmente é designada por "5ª via".

Na altura em que este trabalho foi desenvolvido a portagem situava-se à saída da Ponte, no sentido Norte-Sul. O modelo desenvolvido permite avaliar as condições de circulação na Ponte 25 de Abril, que são função dos fluxos de tráfego em cada um dos sentidos, e da utilização da 5ª via. O modelo permite ensaiar diferentes condições de circulação e, em particular, estudar os efeitos de diferentes políticas de utilização da 5ª via.

No entanto, é nosso propósito não circunscrever o trabalho à Ponte 25 de Abril, mas antes abordar a modelação e simulação do tráfego rodoviário (na referida Ponte), de modo a permitir uma eventual adopção de um modelo idêntico ao desenvolvido noutros sistemas de tráfego rodoviários.

A amostra que serviu de base a este trabalho foi cedida pela Junta Autónoma das Estradas, e refere-se aos valores médios horários do tráfego na Ponte 25 de Abril, no sentido Norte-Sul, durante os meses de Setembro, Outubro, Novembro e Dezembro de 1990.

Dada a inexistência de portagem (e, conseqüentemente contagem de veículos) no sentido Sul-Norte, os valores médios de fluxo de trânsito neste sentido foram "*estimados*", como se refere no Capítulo 2.

A escolha dos meses referidos deveu-se ao facto de a abertura da 5ª via da Ponte 25 de Abril ter tido lugar no dia 24 de Julho de 1990, e também à limitação inerente ao facto de não haver pagamento de portagem (e, conseqüentemente contagem de veículos) durante o mês de Agosto.

Não se achou conveniente aumentar a amostra com dados anteriores à abertura da 5ª via, dado que, nessa altura, a capacidade de escoamento de trânsito na Ponte 25 de Abril era inferior à actual.

Da amostra referida, apenas se consideraram os dias úteis. Alguns dias especiais (por exemplo, dias em que o tráfego foi muito intenso, devido à proximidade de feriados), não foram também considerados.

## 2. Análise de Dados

### 2.1 Determinação de Parâmetros

#### 2.1.1 Sentido Norte-Sul

Nas figuras 1 e 2 pode observar-se, respectivamente, o gráfico do valor médio horário do fluxo de trânsito no sentido Norte-Sul e o gráfico do desvio padrão horário, no mesmo sentido.

Da análise destes dois gráficos destaca-se o seguinte:

- As grandes movimentações de trânsito estão relacionadas, essencialmente, com horários laborais (entrada e saída da cidade à "hora de ponta");
- Da análise da figura 2 parece natural considerar a variabilidade do desvio padrão ao longo do dia, notando-se um acentuado aumento de desvio padrão (d.p.) após a hora de ponta (após as 21 horas).



## 2.1.2 Sentido Sul-Norte

### 2.1.2.1 Valor médio

Como já foi referido, apenas estavam disponíveis dados relativos aos valores horários de fluxo de trânsito para o sentido Norte-Sul, pelo que há que "estimar" os correspondentes valores para o sentido Sul-Norte, sem contudo recorrer a amostras.

Os valores médios horários para o sentido Sul-Norte foram "estimados" tendo em conta o seguinte:

- o fluxo total diário deve ser idêntico para ambos os sentidos ;
- durante os períodos 0-6 e 11-16 horas admitiu-se que os valores médios horários eram iguais nos dois sentidos; \
- o número de veículos que atravessam a ponte de manhã à "hora de ponta" deve ser semelhante ao número de veículos que atravessam a ponte à tarde, à "hora de ponta" em sentido oposto ;
- o "pico da manhã" no sentido Sul-Norte deve ser mais acentuado do que o "pico da tarde" no sentido Norte-Sul.

Na figura 3 pode observar-se o gráfico do fluxo horário de trânsito para o sentido Sul-Norte, que foi "estimado" de acordo com as suposições anteriormente citadas.

### 2.1.2.2 Desvio padrão

Começou-se por determinar o coeficiente de variação ( $cv = d.p./valor\ médio$ ) horário para o sentido Norte-Sul, verificando-se que este apresenta três níveis distintos, conforme se pode observar no quadro 1. Resumindo:

Nível	Período	Valor médio	Desvio padrão
1	0 - 5	0.191	0.023
2	5 - 21	0.080	0.023
3	21 - 24	0.254	0.024

Como em cada um dos níveis o desvio padrão do  $cv$  é aproximadamente igual, admite-se que em cada um dos períodos o  $cv$  é aproximadamente igual ao seu valor médio durante o período correspondente.

Pode-se agora determinar o d.p. horário para o sentido Sul-Norte, se se admitir que em cada um dos três níveis o  $cv$  é idêntico para ambos os sentidos.

Poder-se-ia ter considerado o  $cv$  horário (do sentido Norte-Sul) em vez dos três níveis referidos. Esta opção deveu-se ao facto de, como se referiu anteriormente, não se dispor de informação relativamente ao sentido Sul-Norte, pelo que seria mais discutível proceder ao arbítrio de 24 valores horários para esse sentido (a partir da correspondente análise amostral no sentido Norte-Sul).

Desta forma ficam determinados, para ambos os sentidos, os seguintes parâmetros horários: valor médio, desvio padrão e coeficiente de variação.

## 2.2 Ajustamento de distribuições

Efectuou-se o ajustamento de distribuições Normais e Lognormais aos valores horários de fluxo de trânsito do sentido Norte-Sul.

A escolha destas distribuições deveu-se à forma dos histogramas das distribuições empíricas dos valores horários de fluxo de trânsito e às suas medidas de forma (coeficiente de assimetria e de Kurtosis).

Nalguns casos efectuou-se o ajustamento a distribuições do tipo  $\partial \pm$  Lognormal ( $\partial$  - constante positiva).

Dado que não existem dados para o sentido Sul-Norte, admitiu-se que as distribuições a considerar deviam ser idênticas às utilizadas para igual período de tempo no sentido Norte-Sul.

Esta suposição teve em conta o facto de se terem ajustado distribuições Normais às "horas de ponta", quer da manhã quer da tarde (horas em que é maior a diferença de fluxos nos dois sentidos) no sentido Norte-Sul, donde parece aceitável a adopção desta distribuição para o sentido Sul-Norte durante as "horas de ponta".

Durante os restantes períodos (em que se sabe não haver variações significativas de fluxo nos dois sentidos) adoptaram-se distribuições idênticas às utilizadas para igual período de tempo no sentido Norte-Sul.

Nos quadros 2 e 3, pode observar-se uma síntese das distribuições adoptadas para o sentido Norte-Sul e Sul-Norte, respectivamente.

## 2.3 Classificação de veículos

Com base na amostra determinou-se a percentagem de veículos ligeiros e de veículos pesados. Uma vez que os dados relativos à portagem, dividem os veículos em seis classes, admite-se que os veículos de classes 1, 2 e 3 são ligeiros e que os veículos de classes 4, 5 e 6 são pesados. A percentagem de veículos de cada uma das classes é a seguinte:

Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4	Classe 5	Classe 6
4.6%	76.4%	9.4%	7.0%	1.1%	1.5%

Como só um número muito reduzido de veículos pode oferecer dúvidas, relativamente à classificação em "ligeiro" e "pesado", a partir da divisão em classes, o erro resultante da classificação, obtida deste modo parece desprezável.

Os dados fornecidos pela Junta Autónoma das Estradas consistiam em "folhas de movimento diário" na portagem, com indicação dos fluxos horários subdivididos por classes de veículos. A análise de dados com vista à construção do modelo assume como hipótese simplificativa, que a distribuição de veículos por classes é constante ao longo do dia, donde resulta também constante a percentagem de veículos ligeiros e pesados ao longo do dia.

Para os veículos ligeiros adoptou-se o comprimento médio de 4 m, e para os veículos pesados admitiu-se um comprimento médio de 12 m.

### 3. Modelo de Simulação

O modelo é constituído, basicamente pelos três módulos seguintes:

- 1 - Geração dos valores horários de fluxo de trânsito
- 2 - Funcionamento do sistema
- 3 - Análise do funcionamento do sistema

#### 3.1 Geração dos valores horários de fluxo de tráfego

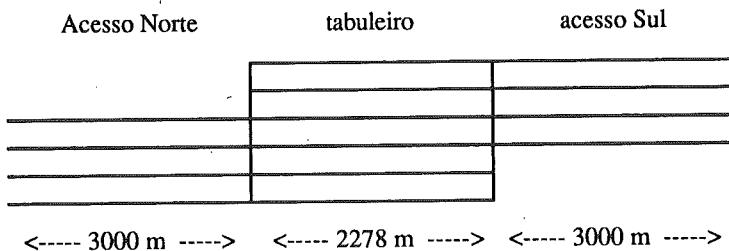
No capítulo anterior ajustaram-se distribuições estatísticas aos valores horários do fluxo de trânsito, em ambos os sentidos. Estas distribuições vão servir de input ao módulo 1 do modelo.

O processo de geração de números pseudo-aleatórios utilizado, baseia-se no método congruencial misto. Admitiu-se que os veículos chegam ao sistema segundo um Processo de Poisson, o que é usual em filas de espera. Tal significa que, o intervalo de tempo entre chegadas consecutivas é exponencialmente distribuído e que as diferentes chegadas de veículos são independentes.

#### 3.2 Funcionamento do sistema

##### 3.2.1 Delimitação do sistema

Admite-se que o sistema é constituído, em cada sentido de trânsito, pelo tabuleiro da Ponte e pelos 3000 metros precedentes do início do tabuleiro, em cada sentido, como se esquematiza em seguida.



Relativamente a cada sentido, considerou-se apenas o tabuleiro e o acesso precedente, já que qualquer engarrafamento de trânsito após o tabuleiro não é devido à Ponte (sistema), mas sim a factores exteriores. Desta forma a portagem não está incluída no sistema. É natural que o "efeito da portagem" seja ignorado, já que, à data da elaboração deste estudo ela se situava à saída da Ponte, e o número de cabinas de portagem já então existente era suficiente para, por si só, não provocar engarrafamento.

Admite-se também, que no acesso ao tabuleiro, existem três vias de trânsito, em cada sentido, e que todos os veículos entram no sistema a 3000 m do início do tabuleiro, independentemente da sua origem (existem vários acessos à Ponte).

- . velocidade média de circulação (para cada sentido);
  - . velocidade de circulação em cada via de trânsito;
  - . número de veículos em cada via (e em cada via, número de veículos no tabuleiro e seu acesso);
  - . número de veículos ligeiros e pesados em cada sentido de trânsito.
- Relativas a cada veículo
- . tempo de permanência no sistema;
  - . distância ao veículo da frente.

As duas primeiras medidas de desempenho são contabilizadas no final de cada hora, ou no final do período de tempo que o utilizador determinar, caso o período de tempo seja menor do que uma hora. As restantes variáveis são apresentadas sempre que o utilizador o solicite.

Na impossibilidade de validar matematicamente o modelo, recorreu-se à experiência de utilizadores diários do sistema (a horas variadas), e verificou-se desta forma a consistência dos resultados obtidos por simulação com os cenários observados na realidade.

De notar que, conforme é explicado na referência bibliográfica [8], as fórmulas (6) e (7) permitem a adopção de um factor de calibração, que depende de factores como: a largura das vias, piso das mesmas, protector lateral e existência ou ausência de trânsito a circular em sentido contrário. No modelo utilizaram-se estes factores, que podem ser alterados se as condições de circulação se modificarem.

#### 4. Implementação Informática do Modelo

Para a implementação informática do modelo utilizou-se a linguagem de programação "Pascal".

O programa é apresentado através de um fluxograma (figura 4).

O programa permite a interacção do utilizador que, em qualquer instante, pode fazer parar momentaneamente a execução do programa e observar, para cada veículo:

- . a sua posição;
- . a sua classe;
- . a via em que circula;
- . o sentido do seu movimento;
- . a distância ao veículo à sua frente.

O utilizador pode também efectuar o seguinte:

- . abrir ou encerrar a 5ª via;
- . inverter o sentido de circulação da 5ª via.

A utilização de um micro computador com processador de 66 MHz traduziu-se numa "velocidade média" de 7 horas por dia simulado.

No quadro 4 é apresentado um exemplo de resultados obtidos na simulação do funcionamento do sistema. (As unidades consideradas são: tempo de permanência no sistema (*tps*) em horas e velocidade média (*vm*) em Km/h).

## 5. Aplicações

O modelo apresentado pode ser utilizado em situações, tais como:

- . apoio à tomada de decisão na gestão da 5ª via;
- . treino dos agentes que irão gerir a 5ª via;
- . estudo da influência da construção de outra ponte;
- . estudo do impacto da variação dos volumes de trânsito, devidos a factores exteriores à ponte.

Dado que a metodologia utilizada neste trabalho não é específica de pontes, pode ser utilizada em situações genéricas de circulação, tais como:

- . determinação do número de vias de trânsito necessárias para permitir uma determinada velocidade média de circulação;
- . efeito de determinada velocidade máxima de circulação em todas as vias;
- . efeito de velocidades máximas de circulação diferentes para cada via de trânsito;
- . efeito do encerramento de uma ou mais vias (para obras, por exemplo);
- . impacto do aproveitamento de uma via para uso exclusivo dos transportes públicos;
- . implementação de vias de sentido reversível nos grande centros urbanos.

## 6. Desenvolvimentos

A figura-se com muito interesse o desenvolvimento de rotinas que permitam a simulação de:

- . ultrapassagens de veículos nos acessos e no tabuleiro da Ponte;
- . avaria e/ou colisão de veículos.

Estas rotinas permitiriam estudar diferentes políticas de gestão da "5ª via" em situações de acidente.

## Bibliografia

- [1] Abramowitz, Milton, Stegun, Irene A., Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, Inc., New York, 1972.
- [2] Grogono, Peter, Programming in Pascal, Addison-Wesley, 1984.
- [3] Hastings, N. A. J., Peacock, J. B., Statistical Distributions, Butterworth & Co.Ltd, 1975.
- [4] Hillier, Frederick S., Lieberman, Gerald J., Introduction to Operations Research, McGraw-Hill, 1989.
- [5] Oliveira, R. Gião, Mateus, A. Mascaranhas, Técnicas de Engenharia de trânsito, Gabinete de Estudos e Planeamento de Transportes Terrestres, 1970.
- [6] Pidd, Michael, Computer Simulation in Management Science, John Wiley & Sons Ltd, 1984.
- [7] Ravindran, A., Phillips, Don T., Solberg, James J., Operations Research, John Wiley & Sons Ltd, 1987
- [8] Rodrigues, M. Cecília M., Introdução à Modelação e Simulação do Tráfego Rodoviário na Ponte 25 de Abril, Dissertação de Mestrado, I.S.T.-U.T.L., 1992.
- [9] Siegel, Sidney, Estatística não paramétrica, McGraw-Hill, 1975.

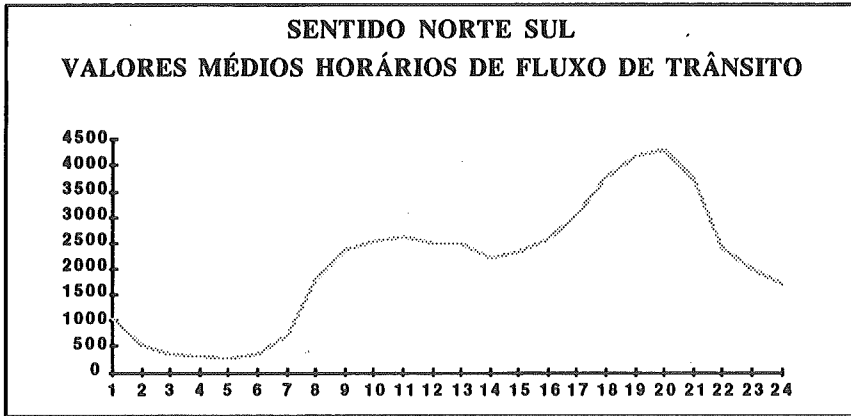


Figura 1

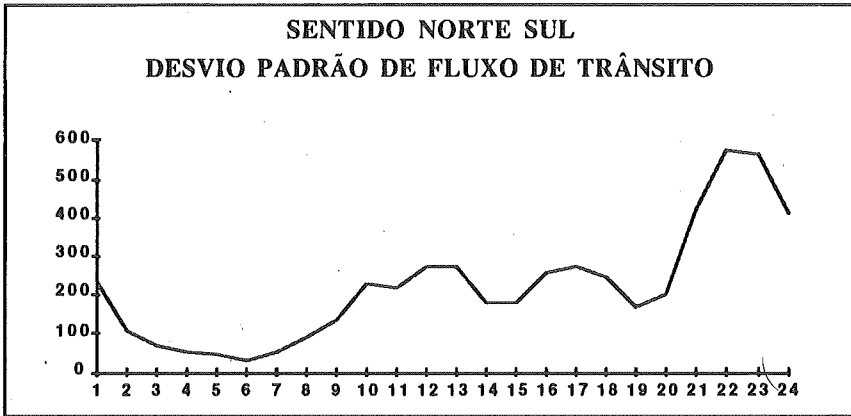


Figura 2

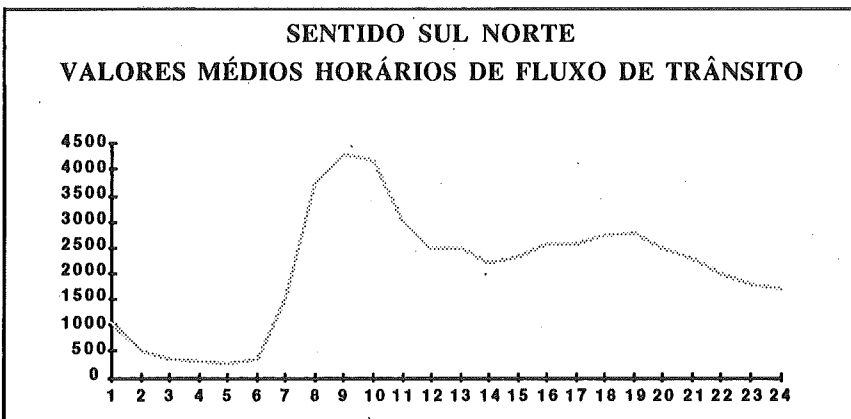


Figura 3

PARÂMETROS HORÁRIOS											
Sentido Norte → Sul						Sentido Sul → Norte					
Período			Valor Médio	Desvio Padrão	Coef. variação	Período			Valor Médio	Desvio Padrão	Coef. variação
0	-	1	1037	232	0.224	0	-	1	1037	198	0.191
1	-	2	530	108	0.204	1	-	2	530	101	
2	-	3	371	69	0.186	2	-	3	371	71	
3	-	4	302	51	0.169	3	-	4	302	58	
4	-	5	279	48	0.172	4	-	5	279	53	
5	-	6	349	31	0.089	5	-	6	349	28	0.080
6	-	7	717	53	0.074	6	-	7	1494	120	
7	-	8	1816	90	0.050	7	-	8	3785	303	
8	-	9	2357	135	0.057	8	-	9	4313	345	
9	-	10	2525	231	0.091	9	-	10	4200	336	
10	-	11	2622	218	0.083	10	-	11	2988	239	
11	-	12	2485	270	0.109	11	-	12	2485	199	
12	-	13	2497	274	0.110	12	-	13	2497	200	
13	-	14	2207	178	0.081	13	-	14	2207	177	
14	-	15	2321	178	0.077	14	-	15	2321	186	
15	-	16	2583	254	0.098	15	-	16	2583	207	
16	-	17	3017	271	0.090	16	-	17	2590	207	
17	-	18	3768	247	0.066	17	-	18	2739	219	
18	-	19	4202	169	0.040	18	-	19	2789	223	
19	-	20	4311	200	0.046	19	-	20	2490	199	
20	-	21	3719	421	0.113	20	-	21	2291	183	
21	-	22	2410	576	0.239	21	-	22	1992	506	0.254
22	-	23	1999	564	0.282	22	-	23	1792	455	
23	-	24	1702	411	0.241	23	-	24	1702	432	

Quadro 1

SENTIDO NORTE → SUL						
Período			Distribuição	Valor médio	Desvio padrão	
0	-	1	1978 - L ( $\mu_L = 6.82$ ; $\sigma_L = 0.24$ )	1037	232	
1	-	2	N ( $\mu = 530$ ; $\sigma = 108$ )	530	108	
2	-	3	N ( $\mu = 371$ ; $\sigma = 69$ )	371	69	
3	-	4	N ( $\mu = 302$ ; $\sigma = 51$ )	302	51	
4	-	5	N ( $\mu = 279$ ; $\sigma = 47$ )	279	47	
5	-	6	N ( $\mu = 349$ ; $\sigma = 31$ )	349	31	
6	-	7	N ( $\mu = 717$ ; $\sigma = 53$ )	717	53	
7	-	8	N ( $\mu = 1816$ ; $\sigma = 90$ )	1816	90	
8	-	9	N ( $\mu = 2357$ ; $\sigma = 135$ )	2357	135	
9	-	10	N ( $\mu = 2525$ ; $\sigma = 231$ )	2525	231	
10	-	11	N ( $\mu = 2622$ ; $\sigma = 218$ )	2622	218	
11	-	12	1730 + L ( $\mu_L = 6.55$ ; $\sigma_L = 0.35$ )	2485	270	
12	-	13	2090 + L ( $\mu_L = 5.82$ ; $\sigma_L = 0.61$ )	2497	274	
13	-	14	1650 + L ( $\mu_L = 6.27$ ; $\sigma_L = 0.31$ )	2207	178	
14	-	15	L ( $\mu_L = 7.75$ ; $\sigma_L = 0.08$ )	2321	178	
15	-	16	L ( $\mu_L = 7.85$ ; $\sigma_L = 0.10$ )	2583	254	
16	-	17	L ( $\mu_L = 8.01$ ; $\sigma_L = 0.09$ )	3017	271	
17	-	18	N ( $\mu = 3768$ ; $\sigma = 247$ )	3768	247	
18	-	19	N ( $\mu = 4202$ ; $\sigma = 169$ )	4202	169	
19	-	20	N ( $\mu = 4311$ , $\sigma = 200$ )	4311	200	
20	-	21	N ( $\mu = 3719$ ; $\sigma = 421$ )	3719	421	
21	-	22	N ( $\mu_L = 7.76$ ; $\sigma_L = 0.24$ )	2410	576	
22	-	23	390 + L ( $\mu_L = 7.33$ ; $\sigma_L = 0.34$ )	1999	564	
23	-	24	L ( $\mu_L = 7.41$ ; $\sigma_L = 0.24$ )	1702	411	

Quadro 2



SENTIDO SUL → NORTE						
Período			Distribuição	Valor médio	Desvio padrão	
0	-	1	$L(\mu_L = 6.93 ; \sigma_L = 0.19)$	1037	198	
1	-	2	$N(\mu = 530 ; \sigma = 101)$	530	101	
2	-	3	$N(\mu = 371 ; \sigma = 71)$	371	71	
3	-	4	$N(\mu = 302 ; \sigma = 58)$	302	58	
4	-	5	$N(\mu = 279 ; \sigma = 53)$	279	53	
5	-	6	$N(\mu = 349 ; \sigma = 28)$	349	28	
6	-	7	$N(\mu = 1494 ; \sigma = 120)$	1494	120	
7	-	8	$N(\mu = 3785 ; \sigma = 303)$	3785	303	
8	-	9	$N(\mu = 4313 ; \sigma = 345)$	4313	345	
9	-	10	$N(\mu = 4200 ; \sigma = 336)$	4200	336	
10	-	11	$N(\mu = 2988 ; \sigma = 239)$	2988	239	
11	-	12	$L(\mu_L = 7.81 ; \sigma_L = 0.08)$	2485	199	
12	-	13	$L(\mu_L = 7.82 ; \sigma_L = 0.08)$	2497	200	
13	-	14	$L(\mu_L = 7.70 ; \sigma_L = 0.08)$	2207	177	
14	-	15	$L(\mu_L = 7.75 ; \sigma_L = 0.08)$	2321	186	
15	-	16	$L(\mu_L = 7.85 ; \sigma_L = 0.08)$	2583	207	
16	-	17	$L(\mu_L = 7.86 ; \sigma_L = 0.08)$	2590	207	
17	-	18	$N(\mu = 2739 ; \sigma = 219)$	2739	219	
18	-	19	$N(\mu = 2789 ; \sigma = 223)$	2789	223	
19	-	20	$N(\mu = 2490 ; \sigma = 199)$	2490	199	
20	-	21	$N(\mu = 2291 ; \sigma = 183)$	2291	183	
21	-	22	$L(\mu_L = 7.57 ; \sigma_L = 0.25)$	1992	506	
22	-	23	$L(\mu_L = 7.46 ; \sigma_L = 0.25)$	1792	455	
23	-	24	$L(\mu_L = 7.41 ; \sigma_L = 0.25)$	1702	432	

Quadro 3

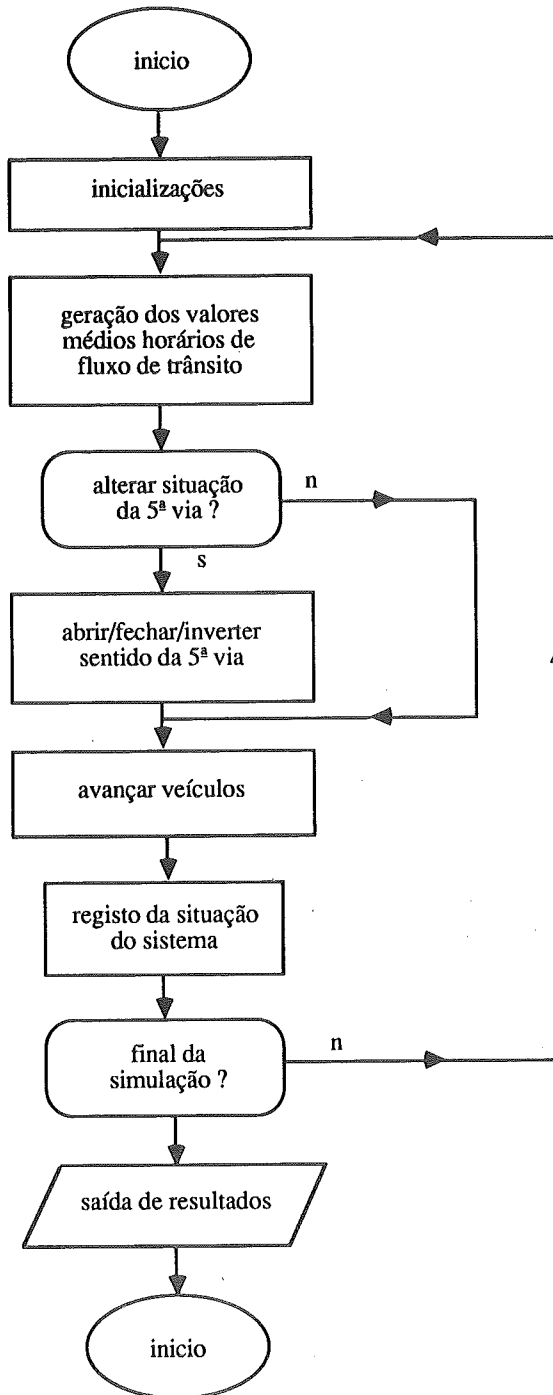
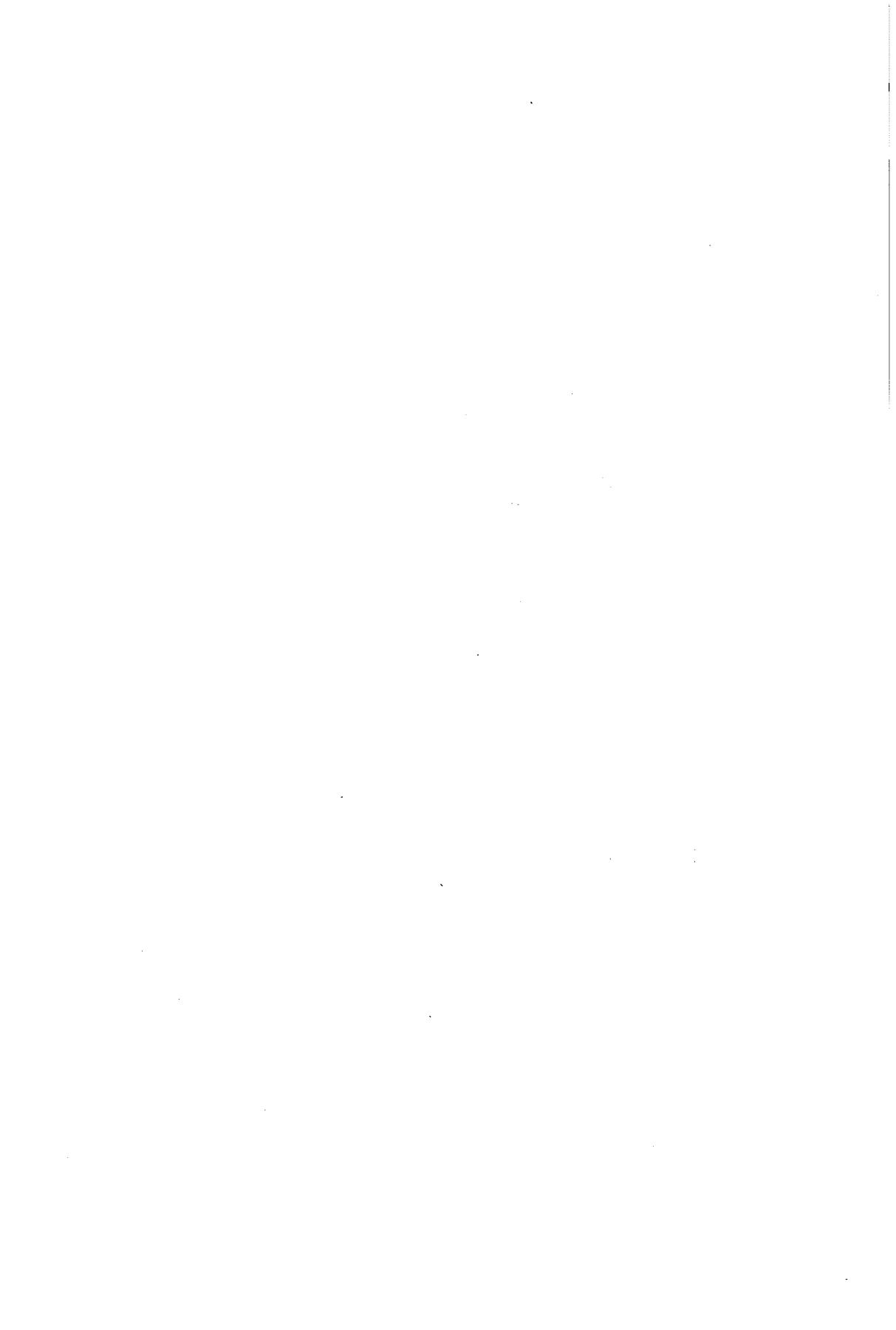


Fig.4

Período			Sentido Norte → Sul		Sentido Norte → Sul	
			t.p.s.	v.m.	t.p.s.	v.m.
0	-	1	0.079	67	0.079	67
1	-	2	0.079	67	0.078	68
2	-	3	0.079	67	0.078	67
3	-	4	0.079	67	0.079	67
4	-	5	0.079	67	0.079	67
5	-	6	0.077	67	0.077	67
6	-	7	0.080	66	0.108	49
7	-	8	0.093	57	0.191	28
8	-	9	0.099	53	0.241	22
9	-	10	0.124	43	0.097	54
10	-	11	0.114	46	0.079	67
11	-	12	0.082	65	0.117	45
12	-	13	0.086	62	0.082	65
13	-	14	0.080	66	0.094	56
14	-	15	0.079	67	0.144	37
15	-	16	0.079	67	0.152	35
16	-	17	0.080	66	0.133	47
17	-	18	0.099	53	0.205	26
18	-	19	0.133	40	0.422	13
19	-	20	0.367	14	0.100	53
20	-	21	0.353	15	0.081	65
21	-	22	0.079	67	0.101	52
22	-	23	0.079	67	0.083	63
23	-	24	0.079	67	0.079	67

Quadro 4



# SIMON, UMA FERRAMENTA DE SIMULAÇÃO GENÉRICA PARA A INDÚSTRIA DE LACTICÍNIOS

Rui M. Soucasaux M. Sousa<sup>1</sup>

Universidade Católica Portuguesa (Centro Regional do Porto)  
Faculdade de Ciências Económicas e Empresariais

George Denholm

University of Lancaster

## Abstract

In this paper a generic simulation tool for modelling production in dairies is presented.

The system supplies different types of objects and the user creates a model of a plant by configuring and linking them together. Its generic and flexible nature permits modelling of a multitude of situations, namely the test of alternative plant layouts and production plans.

The tool also offers a visual display of the state of the world during a simulation run.

## Resumo

Apresenta-se uma ferramenta de simulação genérica destinada a modelizar a produção em fábricas da indústria de lacticínios.

O sistema disponibiliza diferentes tipos de objectos e o utilizador cria o modelo de uma fábrica configurando os objectos e ligando-os entre si. O seu carácter genérico e flexível permite a modelização de um grande conjunto de situações, nomeadamente o teste de layouts e planos de produção alternativos.

A ferramenta oferece ainda a visualização do estado do mundo ao longo de uma corrida.

## Keywords

Simulation, dairies, generality, visual models

## 1. Introdução

O desenvolvimento da ferramenta de simulação SIMON surge na sequência de um projecto realizado numa empresa de lacticínios escocesa (ver Denholm<sup>3</sup> e Sousa<sup>9</sup>). Os objectivos do projecto foram o auxílio no planeamento da produção e na tomada de decisões quanto ao layout das várias fábricas detidas pela empresa. A multiplicidade dos objectivos requeridos e a complexidade das interacções envolvidas nos processos produtivos tornaram a Simulação a abordagem natural a usar. O facto da ferramenta de modelização a desenvolver se destinar ao estudo de várias fábricas diferentes, levou ao desenvolvimento de uma ferramenta de

---

<sup>1</sup> O trabalho que deu origem a este artigo foi realizado no âmbito do MSc in Operational Research da Universidade de Lancaster (Inglaterra), edição 92/93. Durante este período, este autor foi parcialmente financiado pela JNICT (bolsa BM/2647/92-RM).

generalidade intermédia, isto é, com o fim genérico de modelização de fábricas da indústria de lacticínios. Nesse sentido, SIMON disponibiliza objectos base para a construção de modelos, concebidos de forma genérica e flexível de modo a modelizarem uma grande variedade de situações.

No início deste projecto os autores tiveram de optar entre usar um package comercial de simulação e desenvolver de raiz uma nova ferramenta de simulação. A escolha da segunda via, que deu origem a SIMON, deveu-se essencialmente a dois factores.

O primeiro resultou do facto da empresa cliente do projecto, de média dimensão, considerar o preço dos packages comerciais de simulação demasiado elevado para o projecto. Tratava-se do primeiro projecto de cooperação com uma instituição universitária em que a empresa se envolvia, estando esta ainda pouco à vontade para realizar investimentos razoáveis em projectos desta natureza.

O segundo factor teve a ver com a escolha do package de simulação comercial adequado. Packages poderosos "general-purpose" (por exemplo, VS7<sup>8</sup>, HOCUS e ECSL<sup>4</sup>) conseguem modelizar situações com grande detalhe mas requerem um grande esforço e tempo para o desenvolvimento de modelos. Packages menos genéricos vocacionados para ambientes de produção industrial (por exemplo, SIMFACTORY II,<sup>57</sup> WITNESS, XCELL+ e ProModelPC<sup>1,6</sup>) poderiam não ser suficientemente flexíveis para a modelização de situações mais complexas. O ideal seria usar uma combinação de estas duas classes de packages, usando um package vocacionado para ambientes industriais para desenvolver um modelo geral do sistema em questão, e outro package "general-purpose" para a modelização detalhada de uma ou mais partes do sistema (ver Hlupic<sup>5</sup>).

SIMON é uma tentativa de realização dessa combinação para o domínio particular da indústria de lacticínios. Sendo vocacionado para esta indústria específica, pode oferecer capacidades de modelização mais detalhadas para situações típicas desta indústria sem se tornar num sistema "general-purpose" difícil de usar. Esta abordagem genérica intermédia deve ser apoiada por uma cuidadosa compreensão das características relevantes do domínio de aplicação pretendido para a ferramenta a desenvolver (neste caso, a indústria de lacticínios). Na concepção de SIMON, grande parte do tempo foi dedicado à compreensão do funcionamento da indústria de lacticínios, tentando extrair o fundamental dos seus processos. Esta abstracção alimentou depois a discussão sobre questões de design e definição das propriedades dos objectos básicos constructores de modelos de simulação. O objectivo foi desenvolver objectos base suficientemente genéricos e flexíveis para representar uma grande variedade de situações típicas desta indústria, mas sem os tornar demasiados abstractos e difíceis de usar.

## 2. Contexto da Indústria de Lacticínios

Será útil descrever, em termos gerais, o processo produtivo utilizado nas indústrias de lacticínios e problemas a eles associados. Grosso modo, este tipo de produção envolve:

- Recebimento da matéria-prima (leite), que é armazenada num conjunto de tanques.
- Tratamento químico do leite, obtendo-se vários derivados que são armazenados num outro conjunto de tanques.
- Empacotamento: os derivados são empacotados em cartões, recipientes plásticos, etc. As embalagens diferem de produto para produto e de cliente para cliente.
- Agrupamento: pacotes individuais são agrupados em tabuleiros de formatos variados que, por sua vez, formam paletes.
- Armazenagem das paletes em armazéns, de onde são feitas as entregas aos clientes. Por razões de segurança alimentar, cada palete só pode abandonar o armazém depois de ter nele passado um dado período de tempo (período de incubação), variável de cliente para cliente.

Os problemas de planeamento da produção colocam-se ao nível do sequenciamento das operações, disponibilidade de operários com certas habilitações para realizarem certas tarefas, e gestão da capacidade dos tanques e dos armazéns.

No que diz respeito aos armazéns, eles podem ser refrigerados ou não. Certos produtos necessitam de armazéns refrigerados. Surge aqui o problema da gestão do espaço dos vários armazéns e sua interacção com as entregas a clientes.

### 3. SIMON: Descrição Geral

#### 3.1 Blocos Básicos Constructores de Modelos

SIMON é uma ferramenta de simulação genérica permitindo ao utilizador a construção de um modelo através da especificação de um conjunto de ficheiros de texto de entrada. Esta ferramenta possibilita a modelização de diferentes layouts fabris e o teste de diferentes planos de produção. No fim de uma corrida é produzido um conjunto de ficheiros de texto com informação útil para a avaliação do cenário simulado.

SIMON disponibiliza diferentes tipos de objectos, e o utilizador cria um modelo através da sua configuração e ligação. Os objectos fornecidos são: **Substância**, **Armazém Intermédio (AI)**, **Máquina**, **Modo de Operação (MO)**, **Operário/Ferramenta**, **Tarefa**, **Tapete Rolante**, **Distribuidor**, **Armazém Final (AF)** e **Produto Final**. Para cada um destes tipos de objectos existe um ficheiro de texto de entrada que permite ao utilizador definir, indicando as suas características, vários objectos do tipo em questão (existe um ficheiro de AIs, outro de Máquinas, etc.)

Uma **Substância** é um tipo de item guardado num armazém intermédio sendo criado e usado pelas Máquinas. Todas as substâncias têm três atributos podendo alguns deles ser indeterminados ("Blank"): **Forma**, a aparência física da substância; **Material**, o tipo de produto representado pela substância; e **Marca**, o rótulo comercial da substância. Por exemplo, uma palete de pacotes de 1L de leite UHT para o cliente Sainsbury's poderá ser representada

por "Paleta1L.LeiteUHT.Sainbury's" (Forma.Material.Marca). O leite UHT que se encontra em tanques para depois ser usado, poderá ser descrito por "Líquido.LeiteUHT.Blank".

Um **Armazém Interimédio (AI)** pode conter um dado número de itens. Cada item é de uma dada substância. Cada AI tem uma capacidade que é o número máximo de itens que pode conter.

As **Máquinas** são os objectos centrais para a construção de um modelo. Cada máquina possui um conjunto de AIs de entrada e um conjunto de AIs de saída que são indicados no ficheiro de texto definidor dos objectos do tipo Máquina presentes no modelo (portanto, os AIs de entrada e saída de uma máquina fazem parte da sua definição). Uma Máquina retira itens dos seus AIs de entrada e coloca novos itens nos seus AIs de saída.

As Máquinas são colocadas a funcionar sob um dado **Modo de Operação (MO)**. Cada MO é composto por estágios sequenciais. Cada máquina executa ciclos, sendo cada ciclo a execução, uma vez, do MO. Um ciclo é completado quando o último estágio do MO se concluir, altura em que a máquina reinicia a execução de novo ciclo recomeçando pelo estágio inicial. Cada estágio é caracterizado por:

- um tempo de processamento
- uma lista das substâncias de entrada para processamento e o número de itens necessários de cada substância (dimensão dos lotes de entrada)
- uma lista das substâncias de saída e o número de itens de cada substância a colocar na saída (dimensão dos lotes de saída)
- uma lista das **Tarefas** associadas à execução do estágio. Para a realização de uma Tarefa podem ser necessários **Operários/Ferramentas** com características específicas.

Se houver um número suficiente de itens de cada uma das substâncias de entrada nos AIs de entrada da máquina, espaço suficiente para os lotes de saída nos AIs de saída e **Operários/Ferramentas** com as características requeridas disponíveis, então o estágio pode ser executado. Neste caso, são removidos itens dos AIs de entrada, alocados **Operários/Ferramentas** à máquina, e depois de decorrido o tempo de processamento do estágio, são colocados itens nos AIs de saída. A Máquina tenta então executar o próximo estágio do MO, caso exista. Senão, reinicia novo ciclo. No fim da execução de uma Tarefa por parte de um **Operário/Ferramenta**, este é libertado ficando disponível para trabalhar noutra máquina.

Uma Máquina pode funcionar em regime Manual ou Automático. Estes regimes de funcionamento não devem ser confundidos com os MOs de uma máquina (uma máquina pode funcionar sob um dado MO em qualquer dos dois regimes). No regime Automático uma máquina reage a mudanças nas substâncias presentes nos seus AIs de entrada. Quando detecta uma mudança nessas substâncias, na sua preparação para executar um estágio do seu MO corrente, a máquina pode ajustar o seu MO de modo a processar as novas substâncias de forma



adequada. Em regime Manual as máquinas não são sensíveis a alterações nas substâncias presentes nos seus AIs de entrada.

Os **Tapetes Rolantes** transportam itens entre dois AIs. Cada tapete rolante tem os seus AIs de entrada e de saída indicados no ficheiro de texto correspondente à definição dos objectos do tipo Tapete Rolante (portanto, os AIs de entrada e de saída de um tapete rolante fazem parte da sua definição).

Os **Distribuidores** retiram itens (de um dado tipo de substância) de AIs, transformam-nos em **Produtos Finais**, e colocam-nos em **Armazéns Finais** (AFs). Cada distribuidor tem os seus AIs de entrada e os seus AFs de saída indicados no ficheiro de texto correspondente à definição dos objectos do tipo Distribuidor. Um AF tem uma capacidade que é o número máximo de itens de produtos finais que pode armazenar.

**Entregas de Produtos Finais** a clientes podem ser programadas para ocorrer em certos instantes. Os itens para entregas são removidos dos AFs. Cada Produto Final tem um dado período de incubação, e só itens armazenados durante um intervalo superior ao seu período de incubação podem ser usados para entrega a clientes.

O funcionamento da fábrica é controlado através da especificação de um **Plano de Produção**. Um plano de produção consiste em comandos para as máquinas produzirem uma certa quantidade de uma certa Substância, para alterarem os seus AIs de entrada/saída, alterarem as substâncias de entrada/saída usadas/produzidas, alterarem as dimensões dos lotes de entrada/saída, pararem, mudarem o seu MO, mudarem o seu regime de funcionamento, etc. Um comando é executado num instante previamente especificado ou após a execução de outro comando. Todos os comandos fazem parte de uma linguagem simples de produção, na qual é escrito o plano de produção que comandará todo o funcionamento da fábrica. No Anexo I é fornecido, a título de ilustração, um mini-exemplo de um plano de produção.

Resumindo, as Máquinas criam e transformam itens. Máquinas e Tapetes Rolantes deslocam itens entre AIs. No fim da cadeia produtiva, os Distribuidores removem itens dos seus AIs finais, transformam-nos em Produtos Finais e colocam-nos em AFs. Itens de Produtos Finais podem ser removidos dos AFs para satisfazer Entregas a clientes. Todo o funcionamento da fábrica é controlado pelo Plano de Produção.

### 3.1.1 Mais Sobre o Regime de Funcionamento Automático das Máquinas

O regime de funcionamento Automático é particularmente útil para as máquinas que não são relevantes para o planeamento da produção, i.e., cujo comportamento é determinado por acontecimentos a montante, esses sim possivelmente alvo de tomadas de decisão no âmbito do planeamento. Colocando uma máquina a funcionar em regime Automático, define-se uma só vez o seu comportamento face às várias substâncias que pode processar (esta informação faz parte da definição da máquina e não do plano de produção), e a partir daí podemos esquecer dela no que diz respeito ao teste de vários planos de produção, simplificando a elaboração

destes e concentrando-nos nas decisões importantes de planeamento. Uma situação típica deste tipo passa-se quando uma linha de produção se encontra a funcionar sob um sistema do tipo "push", no qual é a primeira máquina que comanda a produção, sendo o comportamento das outras máquinas a jusante ditado automaticamente pelos itens que recebem para processamento.

### 3.2 Resultados Gerados por SIMON

Após uma corrida, SIMON apresenta um conjunto de dados que serão de grande auxílio para o utilizador nas suas tomadas de decisão, tais como:

- \* percentagem do tempo total da simulação em que cada máquina esteve a funcionar/inactiva.
- \* tempo total de espera de cada máquina durante a simulação. O tempo de espera de uma máquina é definido como o tempo durante o qual a máquina não trabalhou enquanto instruída, pelo plano de produção, para funcionar sob um dado MO. Há quatro factores, relacionados com os requisitos necessários para um estágio de um MO ser executado por uma máquina, que podem provocar tempos de espera:
  - 1/2- Indisponibilidade de Operários/Ferramentas adequados para a máquina executar o estágio.
  - 3 - Inexistência nos AIs de entrada da máquina nas quantidades requeridas, das substâncias de entrada do estágio.
  - 4 - Inexistência nos AIs de saída da máquina de espaço para colocar os lotes de saída do estágio.

Além do tempo total de espera de cada máquina, SIMON fornece também esse tempo discriminado por estes quatro factores. Esta informação poderá ser valiosa, pois permite diagnosticar um dado plano de produção (por exemplo, elevados tempos de espera devido a 3 e 4 podem significar um mau balanceamento de uma linha de produção).

- \* dados relativos à utilização de cada Operário/Ferramenta
- \* utilização de cada Tapete Rolante
- \* contabilização do número de itens de cada Produto Final que se encontravam em AFs no início da simulação, que foram produzidos durante a simulação e que se encontram em AFs e prontos para entrega (i.e., já passaram pelo seu período de incubação) no fim da simulação. Relatórios deste tipo podem também ser gerados em qualquer instante durante a simulação, através da sua especificação no plano de produção.
- \* lista das entregas programadas a clientes com indicação da sua satisfação ou não.
- \* dados relativos à utilização dos AIs.

### 3.3 Facilidades Visuais

SIMON disponibiliza a opção do utilizador visualizar o "estado do mundo" no decorrer da simulação. O utilizador pode construir uma representação em modo de texto do sistema a simular, especificando elementos estáticos (cenário estático constituindo o background) e elementos dinâmicos (estes mudam a sua aparência ao longo da simulação actualizando o estado do mundo).

Os elementos estáticos são construídos usando caracteres, caixas e linhas horizontais e verticais. A cor e localização de elementos destes quatro tipos é indicada pelo utilizador num ficheiro de texto de entrada existente para o efeito. Através da combinação de elementos destes quatro tipos, o utilizador constrói a representação visual da fábrica a simular.

Os elementos dinâmicos existentes são os seguintes:

- Tempo da simulação
- AIs, que são representados pelo número de itens presentes no AI em cada momento
- Máquinas, que são representadas por dois símbolos diferentes conforme estejam ou não a funcionar (por exemplo, "F" para funcionamento e "N" para não funcionamento)
- Tapetes Rolantes, que são representados por símbolos diferentes conforme estejam ou não a transportar itens (por exemplo, "C" para transporte e "S" em caso contrário)
- Armazéns Finais, representados pelo número de itens de Produtos Finais neles presentes em cada momento
- Operários/Ferramentas, que são representados por diferentes símbolos conforme estejam ou não a ser utilizados. Operários/Ferramentas que se encontram a trabalhar numa máquina são representados pelo símbolo correspondente ao lado da máquina (por exemplo, "P"); caso contrário são representados pelo símbolo correspondente numa fila de espera (por exemplo, "w").

A localização e aparências alternativas para os objectos básicos mencionados acima são indicadas nos ficheiros de texto de entrada que definem esses objectos.

A visualização completa do sistema a simular pode ser demasiado extensa para ocorrer num só ecrã. Para ultrapassar este problema, o utilizador pode deslocar a sua janela de observação (o ecrã) sobre a representação global acedendo às partes que pretende observar.

A execução de comandos especificados no plano de produção ao longo da simulação é indicada ao utilizador numa linha do ecrã para isso reservada.

Apresenta-se no Anexo II um exemplo de uma representação visual de um modelo gerada por SIMON.

### 3.4 Implementação

SIMON foi implementado usando a linguagem de programação "C". O sistema executivo gerindo a simulação é baseado no método das três fases (A,B,C) (ver Crookes<sup>2</sup>).

### 4. A Natureza Genérica de SIMON

SIMON é uma ferramenta de simulação oferecendo blocos genéricos e flexíveis permitindo a modelização de uma grande variedade de situações.

O layout fabril é especificado pela associação de AIs com Máquinas e Tapetes Rolantes, e de Distribuidores com AIs e AFs (Fig. 1). Por exemplo, se, tal como está representado na Fig. 1, se pretender que o output da máquina seja o input do distribuidor, basta declarar (no ficheiro definidor dos Distribuidores) como AIs de entrada do distribuidor os mesmos AIs que foram declarados como AIs de saída da máquina no ficheiro definidor das Máquinas.

O conceito de máquinas podendo ser operadas sob diferentes MOs, cada um formado por um conjunto de estágios, cada um por sua vez com características e requisitos diferentes, permite a modelização de uma grande gama de máquinas.

A linguagem de programação da produção permite a especificação de alterações dinâmicas no layout e na operação das máquinas. Estas modificações podem ser explicitamente programadas no plano de produção (num instante preciso ou após um dado acontecimento programado) ou podem ser provocadas por mudanças nas substâncias nos AIs de entrada das máquinas funcionando em regime Automático. Esta última possibilidade permite ao utilizador definir rotas para produtos (especificando para cada máquina funcionando em regime Automático quais os AIs de saída a adoptar para as diferentes substâncias que pode processar).

É possível simular um padrão de disponibilidades de recursos variável ao longo do tempo através da selecção de períodos convenientes (via plano de produção) para o funcionamento de máquinas fictícias ocupando recursos que se queiram tornar indisponíveis para as máquinas reais.

A modelização de avarias em máquinas é conseguida parando e arrancando máquinas usando o plano de produção. Se uma avaria numa máquina necessitar de recursos para a sua reparação, a máquina pode ser instruída para parar, mudar o seu MO para um MO de reparação (definindo os recursos e tempo necessários) e comandada a executar um ciclo usando esse MO (ciclo de reparação), após o que retomará o seu MO normal continuando a funcionar normalmente.

O processo de distribuição de itens de AIs para os AFs, embebido no funcionamento do objecto Distribuidor, é bastante flexível. Podem ser definidos vários distribuidores, cada um com um conjunto exclusivo de AIs de entrada, de onde os itens de substâncias são removidos, e um conjunto de AFs de saída, onde os itens de produtos finais são colocados. Para cada Produto Final o utilizador define uma lista de AFs onde os itens desse produto podem ser

armazenados por ordem de preferência (se para um item de um produto não é encontrado espaço no seu AF mais prioritário então o distribuidor tenta colocá-lo no próximo AF de maior prioridade na lista do produto final). Deste modo, o objecto Distribuidor permite modelizar situações onde uma certa parte da fábrica só pode alimentar um dado conjunto de AFs, e em que diferentes produtos requerem diferentes condições de acondicionamento (por exemplo, AFs refrigerados), e/ou têm AFs privilegiados para a sua armazenagem. O objecto Distribuidor é também o lugar natural onde "programar" regras de gestão do espaço dos armazéns.

Todas as capacidades de modelização descritas são conseguidas simplesmente alterando os dados de configuração nos ficheiros de entrada. Não há necessidade de recompilação para simular sistemas completamente diferentes.

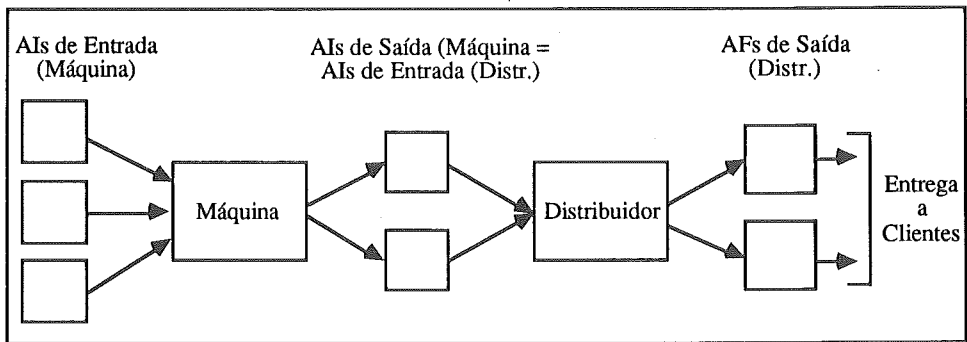


Fig.1 - Definição de um layout usando Máquinas, AIs, Distribuidores e AFs.

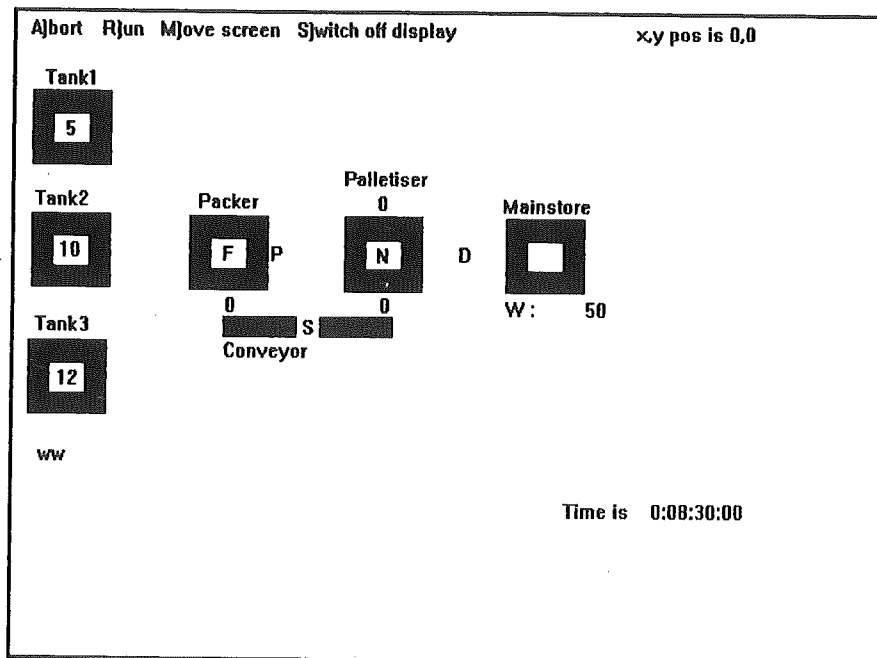
## 5. Experiência de Utilização

Até à data, e tanto quanto é conhecimento dos autores, SIMON foi utilizado para modelizar uma das fábricas da empresa cliente. O modelo para essa planta (constituído por cerca de 40 máquinas, 30 tapetes rolantes, rotas para aproximadamente 100 produtos) foi constituído com um esforço de 5 homens.dia. A simulação de um dia de produção (8 horas) para esse modelo demora num PC 486, 50 MHz, cerca de 2 minutos. Este tempo não constitui problema de maior, já que o objectivo de SIMON não é o planeamento da produção dia-a-dia, mas antes o teste de regras para esse planeamento e o teste de layouts alternativos. Este tempo pode também ser substancialmente reduzido se se prescindir da representação visual do modelo.

A utilização de SIMON para o referido teste de regras e layouts é ainda limitada. Para que esta ferramenta possa ter plena e regular utilização por parte da empresa há ainda que melhorar a interface com o utilizador. Presentemente está em curso na Universidade de Lancaster um outro projecto de Mestrado cujo objectivo é desenvolver uma interface gráfica mais amigável (usando janelas, ícones, etc.) que permita converter os desejos do utilizador nos ficheiros de texto que SIMON utiliza na sua versão corrente.

## ANEXO II

### Exemplo de uma representação visual de um modelo gerada por SIMON



Exemplo de uma representação visual gerada por SIMON de parte de uma fábrica. Três tanques (Tank1, Tank2 e Tank3, que são modelizados por Armazéns Intermédios) contendo leite já tratado químicamente alimentam uma Máquina empacotadora (Packer) que por sua vez passa os pacotes de leite, por meio de um Tapete Rolante (Conveyor), a uma Máquina de formação automática de paletes (Palletiser). As paletes são depois colocadas num Armazém Final (Mainstore) por meio do Distribuidor D. Neste momento (dia 0, às 8 horas e 30 minutos):

- os tanques 1, 2 e 3 contêm, respectivamente, 5, 10 e 12 litros de leite;
- a máquina Packer esta a funcionar (situação identificada pelo símbolo F) ocupando um Operário/Ferramenta (símbolo P, colocado ao lado da máquina indicando que o Operário/Ferramenta está a trabalhar nessa máquina);
- o tapete rolante não transporta qualquer pacote (símbolo S);
- o AI de saída da máquina Packer (=AI de entrada do tapete) está vazio, assim como o AI de entrada da máquina Palletiser (= AI de saída do tapete);
- o Armazém Final Mainstore (representado pela letra W) contém 50 itens de Produtos Finais;
- encontram-se dois operários em fila de espera disponíveis para trabalhar em alguma máquina que deles necessite (símbolos ww no canto inferior esquerdo da figura).

# ORGANISATIONAL EXPERTS - THE SOCIAL CONTEXT OF EXPERTISE

**P.L. Powell**

Warwick Business School  
University of Warwick  
Coventry, CV4 7AL  
U.K.

**J.H. Klein and N.A.D. Connell**

Dept. of Accounting and Management Science  
University of Southampton  
Southampton, SO17 1BJ  
U.K.

## **Abstract**

Decision support system (DSS) and expert system (ES) construction attempts to make organisational expertise more widely available. Yet the prevailing paradigm of expertise employed is essentially that it is a uni-dimensional organisational resource, much as any other. This paper takes a contrasting, holistic approach, examining the ways in which human experts and their expertise are systemically integrated into organisations. The socio-political nature of expertise and the resultant power structures are considered and the implications for expert systems and decision support systems examined. A systems and OR perspective highlights neglected aspects of DSS and ES implementation.

## **Resumo**

Um dos objectivos dos Sistemas de Apoio à Decisão e Sistemas Periciais é a disseminação de conhecimentos especializados existentes nas organizações. No entanto, o paradigma prevalecente do uso de conhecimentos especializados nas organizações, é essencialmente o mesmo que o do uso de outro qualquer recurso organizacional uni-dimensional. Em contraste, este artigo segue uma aproximação holística, examinando as formas como os especialistas humanos e os seus conhecimentos são sistematicamente integrados nas organizações. A natureza sócio-política dos conhecimentos especializados e as estruturas de poder daí resultantes são consideradas e as suas implicações para Sistemas de Apoio à Decisão e Sistemas Periciais examinadas. Uma perspectiva sistemática e de investigação operacional realça alguns aspectos, negligenciados, na implementação de Sistemas de Apoio à Decisão e Sistemas Periciais.

## **Keywords**

Decision support system, expert systems, expertise, organisations.

## **1. Introduction**

This paper argues that to consider a computer-based expert system (ES) as the equivalent of a human expert with a similar knowledge base is to ignore the wider system of which the expert system and the human are part. The paper considers the nature of this wider system and, in particular, the process of expert consultation within it, moving from a positivist stance to a phenomenological one (O'Shaughnessy, 1992). Recognising that this approach provides a

descriptive framework for considering the process of expert consultation, but offers little elucidation of the specific mechanisms that shape such a process, the paper considers the reasons why people consult experts, and explicitly addresses issues of expertise-based power. Such considerations have the potential to offer guidelines for the process of the development of practically-usable expert systems. Overall, these considerations highlight neglected aspects of decision support and expert system implementation.

## 2. The Narrow Focus of Expertise

The focal point of the problems surrounding the construction and use of expert systems is usually seen to be the experts and their expertise. The way in which this expertise is modelled is at the heart of the construction problem: how this expertise is employed and valued organisationally is generally presented as the crux of the issues in the use to which systems are put. This paper contends that while such a focus has an undeniable pragmatic appeal, it constitutes a narrow perspective which conceals the systematic nature of expertise.

Much has been written about the nature of expertise and about what makes an expert an expert. This is a valuable literature, yet it misses the key point that expertise cannot be fully understood solely in terms of its expert owner. A broader perspective is necessary.

Consider the analogous situation in information systems development. In addressing the development and implementation of information systems, there are constant reminders that in many, if not all, cases, an information system already exists, albeit perhaps in an informal, unspecified, otherwise ill-structured or somehow deficient form. The task of the information systems analyst is to build the new system to take into account this existing system. This may involve replacing, modifying or complementing its functions. Following from this, there has been growing recognition among software engineers over the last decade of the importance of the user in the development process. The system which already exists is precisely that, a system, composed of elements which interact to process information. The term "systems analyst" has now been superseded by the somewhat more fashionable "software engineer", the role of whom is supposed to embrace the entire development cycle, but the emphasis of the original name was no accident: the focal point was the system, and it still is.

Compare the development of information systems with the process of expert system development. The equivalent of the systems analyst is the knowledge engineer, but more than just the name has changed. The focus of attention is typically on the expert or experts who possess the expertise. Accessing, and subsequently representing, their expertise is the key task. Latterly, some consideration has also been given to the user, typically concerning how he or she might interpret the expertise, and, therefore, consideration is given to the shape and nature of the expertise that may make it palatable to the user: a user model helps mould expertise requirements. However, such an approach fails to recognise that the expertise is not associated with the expert in isolation. The expert is a part of an "expert system" prior to the development



of a (computer-based) expert system, in precisely the same way that an information system exists prior to its replacement by the computer-based alternative. This extant system has as its principal ingredient an expert or experts, but they are only the cherries, not the whole pie. A system for expert consultation already exists: the system of which the experts are part.

Collins et al. (1984) state that the expertise of a human expert has a tacit element, which he or she "does not know he knows". They classify knowledge as articulateable or non-articulateable (the latter is termed "tacit", though it is not clear that all non-articulateable knowledge is tacit). They suggest that end-users provide the tacit knowledge that is unarticulateable. This is, however, not the same as the contextual knowledge contained within the system of which the expert is a part. Hence, the refinement of knowledge acquisition techniques which Collins et al. recommend does not fully resolve the difficulty of capturing knowledge. The focus of Collins et al. is on the expert: they are not considering contextual or environmental knowledge. This paper proposes that consideration of knowledge should extend beyond the expert.

This paper is an attempt to characterise the system of which the expert is a component. This system is in part organisational, in part social, and in part personal. The starting point is a consideration of why experts are consulted by, in particular, naive clients. It is recognised that currently most expert systems carry out rather mundane tasks such as diagnosis, selection or advising, and that, as such, they are typically aids to experts rather than replacements for experts. The issues discussed here are ones which are likely to increase in prominence as expert systems interact more with clients rather than experts. However, the model developed here could be adapted to the expert-aid context.

### **3. The Process of Expert Consultation**

Naively, the process of expert consultation can be viewed as a two-person interaction. The expert is a repository of knowledge and skill related to a particular domain. The consultor lacks this expertise, but knows the expert to possess it. The process of consultation copies a small amount of expertise from expert to consultor. The consultation process is driven by the consultor's need for a segment of expertise, and the knowledge that the expert possesses it (see Figure 1). If this is all there is, however, to the process of expert consultation, the problem of usefully packaging expertise is easily solved: it simply needs to be available in an easily accessible fashion, and labelled appropriately.

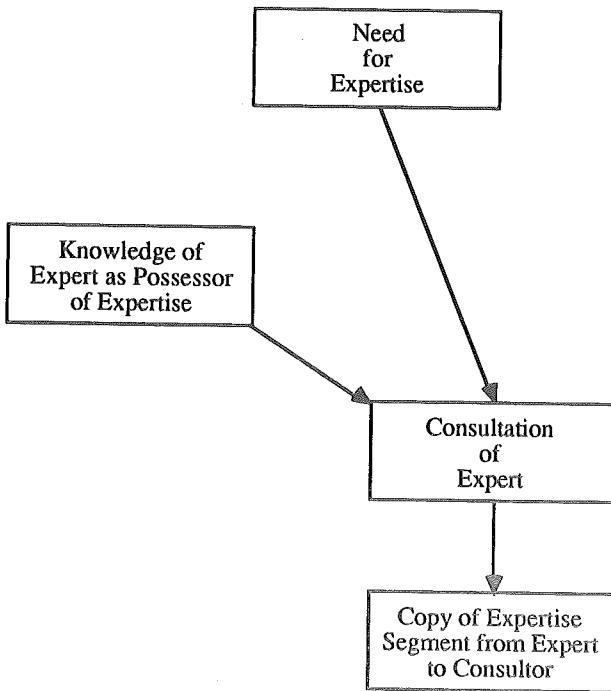


Figure 1

This description is implicitly positivist: it implies that expertise is objectively identifiable and could exist independently of both expert and consultor. It is suggested here that this is too limited a description, and a phenomenological approach is more powerful.

### 3.1 Expertise as a Social Construct

This description of expert consultation regards expertise as socially-constructed. The knowledge possessed by a person constitutes expertise if and only if there is some agreement by, at the very least, expert and consultor, that it should. Underlying a consultation such as that described above is a complex system of concepts and beliefs concerning the nature of expertise, the appropriate course of action to follow when one experiences a lack of expertise, the appropriate person to obtain it from, and so on. Everyone possesses such a set of beliefs (including, in the above example, the expert and the consultor), and each person's set will be unique to that person, although frequently there will be a sufficient degree of isomorphism of beliefs between people to allow meaningful communication between them. These beliefs, were they articulated, would account for why a particular person in a particular situation consults a particular expert.

To explore the nature of beliefs about expertise, start from the premise that an individual exists in a subjective world that is his or her interpretation of the sensory data that he or she receives from objective reality. This is, essentially, a phenomenological stance. An individual

imposes meaning and structure on the chaos beyond his or her mind. A person's subjective world is a model of reality, to be used as a guide to the actions required to exist as a person in reality. In such an approach, expertise can only exist inasmuch as it is perceived to be expertise by a person. Whether or not particular perceptions constitute expertise is determined by the perceiver.

When people interact, they negotiate jointly held models of reality: there is sufficient correspondence between the models of the individuals concerned to allow interactions between them to be meaningful in terms of the models. Thus, in any society, much of an individual's subjective model of reality is shared with others, and is derived from negotiation with others (negotiation should be understood in the broadest possible sense, and includes, for example, the imposition of other's views on the individual, by whatever means). When it comes to features of the society itself, the average person's model of reality is largely compatible with those of others - people whose notions of society differ too much from the commonly shared view are deemed eccentrics, outcasts, or lunatics. Of course, any two individuals may share beliefs very fully in one domain, but share very few in another.

Thus, society, as it is commonly understood by people, can be thought of as a social construct. All the elements of society are social constructs. In particular, the following socially-constructed beliefs exist for any domain:

- there exists a particular area of reality which constitutes the domain.
- there is a body of knowledge and skills (some of which may as yet be undiscovered by anyone) relating to that domain, which constitutes expertise.
- there are particular procedures for validation of expertise (that is, ascertaining and continuing to ascertain that it works: that the action it recommends lead to the desired effects in reality).
- there are particular individuals who possess sufficient quantities of expertise to constitute experts.
- there are particular procedures for becoming an expert (including apprenticeship, learning, on-the-job experience, proving oneself an expert, or maybe even just declaring oneself an expert).
- there are definitions as to which non-experts in what kind of situations constitute legitimate users of experts and their expertise.
- there are particular procedures by which non-experts may gain the use of expertise.

### **3.2 The Expert and the Professional**

The issue of how society defines what constitutes an expert and expertise has received some attention. Haskell (1984) distinguishes between being expert and being called an expert, "with all it implies about distinctiveness of the social role". Friedson (1984) uses the term credentialism to describe the way that an expert can be recognised without "having to rely on

word of mouth testimonials, on prior personal experience, or on time and resource consuming risky trial employment". In some ways expertise and, therefore, the power of the expert, is related to professionalism, not only in the sense of professionalism implying the possession of expertise, but also in implying the existence of a code of ethics and an institution. Hall comments on the medical domain: "the professional character of medical activity comes not from the activity itself, but from patterns of institutional participation by the healer that grant credibility". He continues: "in claiming that people recognise the force of cognitive authority, we are not claiming that they often consult such authorities, but only that people believe there are experts and that they are prepared to defer to the expert's views".

Abbott (1988), writing on the nature of professionalism, suggests that the asymmetry of expertise between client and expert requires the client to trust the professional and the professional to respect both client and colleagues. Interestingly, he links expert systems to the concept of professional acts. The majority of expert systems involve some type of diagnosis and then a suggested remedy or treatment. Abbott considers both diagnosis and treatment to be mediating acts: diagnosis essentially takes information into the professional knowledge system and treatment brings instructions back from of it. Both these actions require contact with the client. Inference, by contrast, is a purely professional act. Abbott comments that "diagnosis not only seeks the right professional category for a client, but also removes the client's extraneous qualities. If the client is an individual, such extraneous qualities often include his or her emotional or financial relation to the 'problem'. If the client is a group, they include irrelevant internal politics, financial difficulties, and so on". Using Whewell's terminology, Abbott differentiates between the processes of colligation and classification. Colligations is the assembly of a "picture" of the client, and "consists largely of rules declaring what kinds of evidence are relevant and irrelevant, valid and invalid, as well as rules specifying the admissible level of ambiguity. Classification means referring the colligated picture to the dictionary of professionally legitimate problems", and is the first step in which the professional knowledge system begins to structure the observed problem. Abbott also feels that the effects of treatment parallel those of diagnosis. Like diagnosis, treatment imposes a subjective structure on the problem and treatment is organised around a classification system and a brokering process. Here, however, case brokering gives results to the client, rather than takes information from the client.

### **3.3 A Medical Example**

To illustrate that it is helpful to regard the features listed in Section 3.1 as socially-constructed, with the subjective overtones that this point of view implies, consider the example of medicine as practised by a general practitioner (GP) of medicine (the UK term for a medical doctor available for consultation by the public).

- The domain exists. Most people would agree about the definition of the area in which GPs are supposed to work to a substantial extent. However, there are details about the scope of the domain which vary from person to person. Should it, for example, contain concern with general fitness, psychological well-being, stress or lifestyle?
- There is a large body of knowledge which is generally agreed to constitute domain-related expertise. Much of this knowledge can be found in medical text books, but the experience of GPs also constitutes a substantial part of it. What constitutes legitimate GP knowledge is not entirely agreed, however. For example, within the UK there is currently some debate over the role of homeopathy as a potential medical solution: the conventional view is that homeopathy deserves no legitimate medical status, while others, including some GPs, would argue that it does.
- Medical knowledge is supposed to be validated by its results - that is, it is supposed to give more satisfactory results than alternative knowledge bases (such as common-sense alone or black magic). How effective the system of validation is for medicine is an open question - note that what constitutes a satisfactory result is in itself a social construct. Though medicine is often described as a scientifically-based discipline, many dispute the extent to which it observes the principles of scientific enterprise - and, of course, these principles are themselves open to debate.
- GPs are the recognised experts in the field. But there are individuals whose membership of the set of experts may not be clear. For example, does a disqualified or retired GP cease to be an expert?
- The procedure for becoming a GP is well-established. But there are other ways of gaining much of the required knowledge, which do not lead to becoming a GP.
- Broadly, one knows when to consult a GP. However, in specific cases one may not be certain. Others, including the GP, may disagree with one's decision.
- The procedure for consulting a GP is, by and large, well-established, but could be quite different. For example, within the UK there are differences in consulting a GPs in private and state-financed practice.

Figure 2 illustrates the components of the system of social constructs in which expert consultation is embedded. The obvious question is: why should anyone follow the rules, either for becoming an expert, or consulting one? The answer lies in being a member of society. If one chooses not to follow the rules, one distances oneself from society to a greater or lesser extent (perhaps, in the process, growing closer to an alternative society). Sometimes the consequences of declaring oneself an outcast may be trivial, or perhaps even attractive - one becomes recognised as a loner, an individualist, an eccentric. At other times they may be foolish - if the expertise has a good track record of success, then ignoring it may have unfortunate consequences. Again, society may have in place sanctions for those who do not

follow the rules: if you consult your GP during a private party at which you are both guests, you may get poor or incomplete advice, or diminish the likelihood of future invitations.

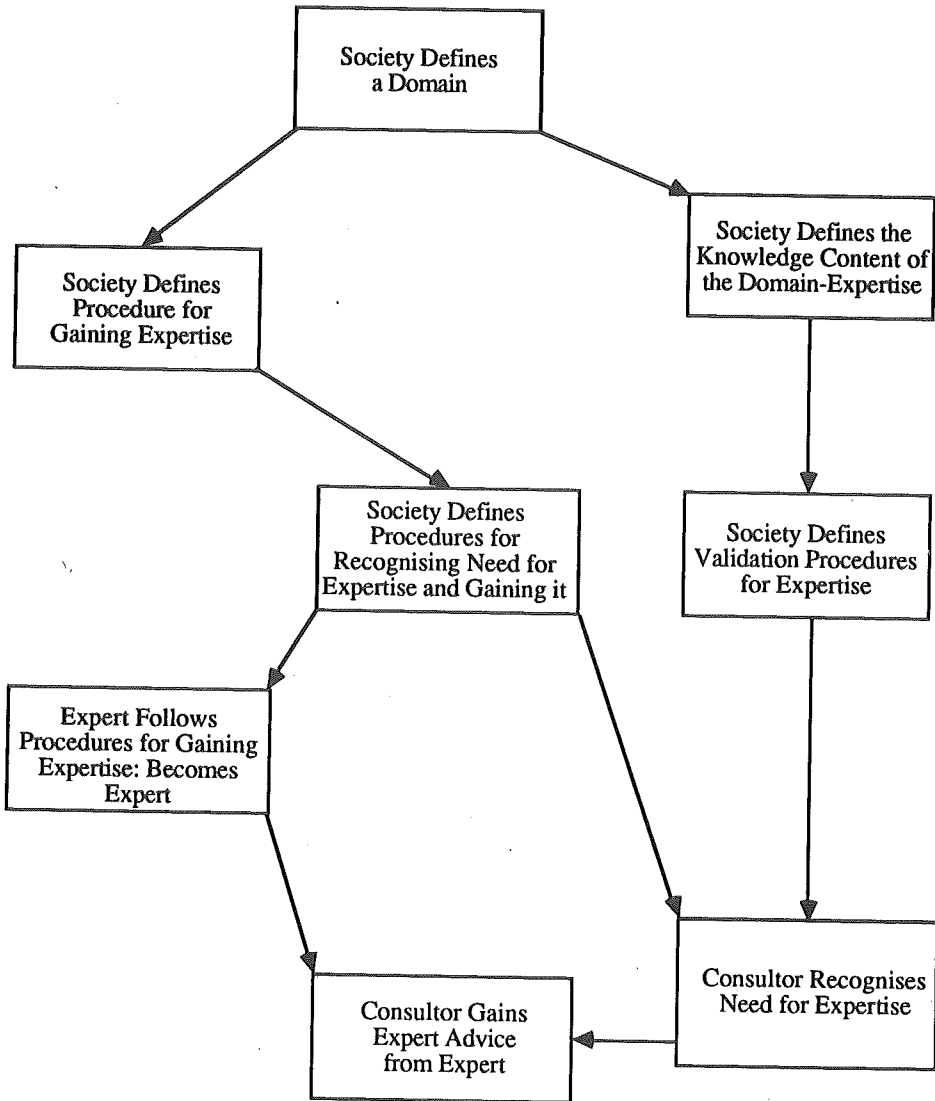


Figure 2

### 3.4 Rules and Rule Following

In order to understand the expert consultation within a particular domain, it is necessary to establish what the mechanisms are whereby people follow the conventions of the domain. There appear to be three types of mechanism: first, those concerned with conformance to social norms for their own sake; second, those concerned with taking the action perceived as most

likely to lead to a satisfactory outcome in the domain of concern; and, third, those concerned with avoiding sanctions imposed by society for improper behaviour. In the case of consulting a GP when one is ill, the first kind of mechanism constitutes consulting the GP without any hope of any help, but simply because it is what one does when one is ill; the second kind of mechanism is consulting the GP because one believes he or she can improve one's state, as well as prescribe drugs and take actions (power which is vested in the GP by virtue of societal status as expert) which will lead to improved health; the third kind of mechanism is to avoid people telling one to either stop moaning or see a doctor.

It should be recognised that in the transaction between expert and consultor, more takes place than the copying of the relevant bit of expertise. The social transaction that takes place follows rules laid down by society. For example, many people believe that a GP is supposed to reassure his or her patients. This is by no means a universal principle, and, in any case, there appears to be quite a wide range of beliefs as to what constitutes reassurance. Few mechanisms, however, appear to exist to check that GPs are following the social rules regarding reassurance, or that there exist effective measures of reassurance.

It should also be recognised that in setting up the rules and procedures, the details of how it should be done are frequently delegated by society to the experts themselves. Thus, the medical profession is by and large responsible for setting up and maintaining the procedures by which it operates. It does this with the authority of society, however, and consequently it is society which is setting up the procedures - the profession is merely its agent. If, then, a human expert is to be replaced by a machine, it is not simply a question of ensuring that the machine knows everything that the expert does, or more. The entire system governing the transactions in which the expert is involved must be replaced, or at least modified.

### **3.5 Expert Replacement**

Consider the possibility of replacing a GP by a diagnosis-and-prescription machine (it is recognised that this eventuality is a long way off). It has been established, above, that the role of a GP is a very much more than diagnosis and prescription. Therefore, it would be necessary either to equip the machine with the ability to, say, reassure, or to change the expectations of consultors. In the latter case, the nature of the need for expertise would be changed: the requirement that reassurance be provided would no longer be part of that need. The question is, could the need for reassurance be easily educated out of the system, or is it too deep - a social construct of a very enduring kind? If it is the latter, where would people with such needs go and how would they be catered for in terms of the "diagnosis-and-prescription system"?

Even if a machine were designed with the purpose of providing reassurance, it is possible that the machine's ability to give such reassurance would not be credited by many people. This is by no means certain, however. Interestingly, the attitude of users to ELIZA (Weizenbaum, 1966) suggests that undue reliance may be placed on an artificial analyst, and Garfinkel (1967)

reports a counselling system, based on a random number generator, that was considered adequate by most of its student users.

These kinds of issue do not only arise in medical and pseudo-medical domains. Sauer (1993), for example, describes a DSS failure which the authors wholly attribute to technical factors. The system was intended to assist in energy conservation, but building administrators felt threatened by the approach and paid little attention to data quality. In the further case of a retail buyer's planning system, Sauer illustrates how a technically functional system failed due, *inter alia*, to the lack of an implementation process which addressed the power structure of the organisation.

Some of the lack of credibility in the medical example would relate to the way in which the "GP system" might be created. A person's beliefs might run as follows: "a GP is, first of all, a human being; furthermore, by self-selection, he or she is probably quite a caring human being; either way, he or she knows about reassurance - he or she has been ill, has been being, and has seen senior colleagues reassuring patients; by the time I get treated, he or she will be able to give me the kind of non-medical help I need; I cannot be convinced that a machine, constructed in a completely different way, can give me that kind of help". Thus, there is some scepticism at the way in which the machine expert is created. Can patients be convinced that a machine can provide the right kind of service? One way of convincing them, of course, is to get them to try it. Alternatively, one could try convincing the public that the machine has been trained in exactly the same way as the expert it replaces, and exactly the same criteria have been used in assessing its performance.

The process of installing a machine-based expert requires changing the social constructs of its intended users to reflect its characteristics. Such constructs may be hard to change quickly. However, a useful first step would be the identification of the constructs. Then a system in which the machine is embedded can be designed: in such a system, the change of constructs required for the system's effective operation would be considered to be at least feasible to engineer in a reasonable length of time.

Appropriate construct change may be hastened by:

- machine-consultation becoming a normal activity: as more and more machines are available for consultation, so their acceptance will be encouraged.
- societal construct change imposed from the top, effectively by legislation. If it is known that machine versions of particular knowledge domains constitute the official versions of those domains, then the acceptance of machine wisdom concerning those domains will be facilitated.
- procedures whereby machines are educated, their use highly debated and publicised, with plenty of comparison to the human equivalents.



#### **4. Expert Consultation**

The social considerations outlined above describe a framework for expert consultation, but do not explain why such interactions take place within this, rather than an alternative, framework, and do not elucidate the nature of the expert-non-expert consultation relationship within the framework. There are a multitude of reasons why people confronted with a problem may decide to consult an expert. It is useful to attempt to classify these reasons into a number of groupings. The first set of reasons might be termed contextual - those reasons which in and of themselves do not contribute to the narrow solving of the immediate, visible, often technical problem. The second set are knowledge enhancement reasons. The third category includes those reasons that might be considered cosmetic. Finally, the fourth set are legitimising reasons.

##### **4.1 Contextual Reasons**

Very often, the social systems in which experts are embedded make consultation of experts essential in order to obtain the benefit of the resources of the systems. The expert may be gatekeeper to other experts and only through him or her can one get access to them. Examples of this (in the UK) would be consultation with a specialist medical practitioner via a referral from a GP; in similar vein, access to a barrister which can be made only through a solicitor.

Similarly, an expert may have access to physical assets, in which case the consultor gets a package, not just the expertise. An example here would be taking one's car to a motor mechanic who has the tools to repair the car, even if one is dubious of the abilities and trustworthiness of the mechanic.

Expertise provides expert power; power is vested due to acknowledged expertise (Handy 1976). Expert power can only be given by those over whom it will be exercised (and is therefore unlikely to be vested in an ES) and is the least resented form of influence. The role of expert power is considered in more detail later. Expert consultation may follow from a belief that expertise exists which, in turn, may inhibit alternative views, especially in creative decisions. This may also affect participation in a decision. Barki and Hardwick (1989) feel that participation is better termed "involvement", which highlights a psychological construct rather than the physical nature of participation.

The expert may have legal responsibility, as in the medical or legal domains, or as a designated director of an organisation. Advocacy may form part of expertise; it is assumed to be part of legal expertise but may also be desirable in terms of weight of numbers and lobbying. Similarly, the expert may be required as a delegate. In a political system, though lacking in specific domain expertise, the politician may have knowledge of people and processes, and come under less scrutiny than others. Though one may have no faith in their expertise one may consult experts in order to save time when deadlines exist.

Finally, part of the social process of expertise may involve sharing of information or experiences. Thus, operational staff may be debriefed by experts as a feedback process.

#### **4.2 Knowledge Enhancement Reasons**

In the category of knowledge enhancement fall most of the "conventional" reasons for consulting experts. Simply, the expert may have information which is unavailable elsewhere. The expert may provide motivation or indeed seek to help the novice learn rather than give a solution or guidance. This is related to the apprenticeship concept of sitting at the feet of the master, or the notion of teaching in an academic environment. The information provided by the expert may merely facilitate a solution. Part of the role of consultants is to provide an external viewpoint on a problem. Thus may be with the benefit of expertise or merely the appearance of external disinterest. The expert may have no technical expertise, but rather may be a facilitator providing problem structuring. This facilitation may offer recipients a paradigm shift. In most cases tacit knowledge cannot clearly or readily be transferred from expert to client, hence the only way to acquire it, or the results of it, is via consultation. Also, feedback, in addition to being a contextual aspect, may be an important form of knowledge enhancement.

#### **4.3 Cosmetic Reasons**

Cosmetic reasons are of less concern here, but, for example, consultation may give or enhance self-esteem, reassurance and confidence.

#### **4.4 Legitimising Reasons**

Particularly in the public policy arena, experts may be consulted in order to assist choice amongst conflicting recommendations, especially when there is no rational basis for choice. In similar vein, the expert may provide authorisation. This will be especially true in a bureaucracy where location within the hierarchy (and hence authority) is partially based on expertise. However, such authority must be formal, not expert based; such consultation may be just convention. The expert may arbitrate or mediate, though this will only be acceptable if all parties acknowledge the expertise of the mediator, either as one with technical expertise, mediation expertise or formal authority to arbitrate. In this context, it may be necessary to differentiate between experts whom one consults and experts who actually do things. In a managerial environment experts may plan, lead, control, organise, set priorities, be channels of communications, act as figureheads, pass the buck or be recipients of it.

### **5. Non-Consultation**

The observe of expert consultation is expert non-consultation. Confronted with a problem which requires the application of domain knowledge for its successful resolution, good sense would dictate that, in the absense of sufficient expertise at the disposal of the decision maker,

some other expertise, such as that of "an expert", be consulted. Yet there are a number of situations in which this intuitively sound practice is not followed. There are several possible reasons for this:

- access to an expert is difficult, perhaps because the expertise is not well "labelled" and therefore it is difficult to identify its holder, or, if it is well-identified, it may be scarce and therefore inaccessible. Accessibility may also be reduced by temporal or geographic constraints. These problems of accessibility are familiar within the expert system literature: indeed, they were regularly cited as reasons for organisational adoption of expert systems.
- access to expertise may be too easy, and, therefore, confronted with conflicting advice, it may be easier for the decision-maker to seek no (additional) expertise despite the need. An individual may recognise, and feel exposed by, his or her lack of expertise, but know he or she has too little expertise to choose between conflicting expert advice, so takes none. Advice may be beyond the resources of an individual.
- the value of the expert advice is not worth the effort of seeking it (irrespective of cost). Perhaps the only acknowledged experts are those whose expertise is not respected, or perhaps they have a poor track record in spite of their expertise.
- the outcome is insufficiently sensitive to be important. Seeking advice might expose a client to an unpalatable outcome. The need for expertise may not be recognised, so advice is not sought even though the situation demands it, and it is available.

It appears that in choosing not to seek (or accept) the advice of experts, the mechanisms by which clients adhere to the expertise-seeking rules break down, because it appears that satisfaction may not be altered by consulting the expert.

## **6. The Nature of Expertise and Power**

One aspect of the above argument which underlies much of the expert-consultor interaction and may affect the choice of whether to consult or not is that of power. Expert system research has concentrated largely on expertise and its modelling thereof, and has, by and large, not explicitly considered the notion of power, though the issue is sometimes considered in implementation research (perhaps in relation to complementary intelligence). In most standard DSS and ES texts the implementation issues discussed usually contain no reference to power, often implicitly addressing it in terms of organisational politics or briefly mentioning it as an organisational implication (see, for example, Turban, 1993). This is an important omission: expertise and power are inexorably linked.

Larson (1984) addresses the question of whether expertise implies power, noting that Galbraith suggests knowledge/information equals power. He quotes Weber on bureaucracies: the bureaucracy "is also an organisational matrix within which rational techniques of control are

further developed and applied while the control of knowledge and information is deliberately transformed into a power resource in organisational struggles". Larson's conclusion is that "in sum, scientific (or pseudo-scientific) expertise becomes a structural factor in the constellation of power".

In one sense, expert systems may outscore human experts due to a paradox to which Larson points. This is that the "common sense connection between science and technology therefore attributes to individual experts, at the same time, both personalised efficiency and totally despersonalised objectivity". This greater objectivity ascribed to the machine rather than the person is bolstered, as Larson puts it, "by the tacit assumption that he or she incarnates the transcendent objectivity of the method in the name of which a decision is reached".

Power is important if experts are seen to wield power, and if those experts are thought to be prime candidates for replacement by decisions support technology. Power (Pfeffer, 1992) is inexorably bound up with influence; indeed, power may be defined as the potential to exert influence.

Five bases of power are commonly described: reward power, coercive power, legitimate power, referent power (A identifies with B), and expert power, although French and Raven (1959) identify six - reward, punishment, information, legitimacy, expertise and referent power. Of the five, only the first two are organisationally determined, whilst information and legitimacy are to do with formal position. However, the final two, referent and expertise power, are personal characteristics. If they are, indeed, personal, can they be replicated, or attributed to a machine? French and Raven suggest that legitimacy, expertise and referent power are the most commonly cited power sources. The use of power results in behaviour alteration, though this may be subconscious and may be through behavioural contagion, in which one person's behaviour is changed to resemble that of another although the modification was not intended. A group member is more likely to contagion from a high power member and more likely to accept influence from a high power member. Power attributed by an individual to another means the latter is more likely to accept influence from the former.

## 6.1 Expert Power

Most important in considering how an expert system may exhibit power is the role of expert power. As identified above, expert power, or power based on expertise, is just one source of influence, although it is claimed that it exhibits the greatest influence. It seems possible that an expert system can exhibit only this form of power. Unless extraordinarily designed, it is difficult to see how an ES could give rewards; and it would be a strange individual indeed who imbued the system with referent power (at least, in current society). Similarly, although the organisation might decree that the advice of the system be followed, its legitimate power would be negligible. Although research has shown that DSS and ES are part of the political power process in organisations and will be used as political tools in the power play rather than as

rational analysers, the coercive power displayed here will derive from the user, not the system. Hence, expert system influence is likely to come from expert power and so it is necessary to examine how expert power operated in an organisational context.

Cartwright and Zander (1968) suggest that expert power, or informational power, is evaluated relationally - in relation, that is, to other experts and to the individual's own knowledge. The authors distinguish expert power from influence based on the context of communications. Crucially, expert influence depends on credibility and trust, whilst negative referent power is aroused in those subjected to unreliable expertise. As Cartwright and Zander state, "the range of expert power ... is more delimited than that of referent power. Not only is it restricted to cognitive systems but the expert is seen as having superior knowledge or ability in very specific areas, and his power will be limited to these areas, though some 'halo effect' might occur". More significantly, "there is some evidence that the attempted exertion of expert power outside of the range of expert power will reduce the expert power". Given the closed world problems often linked with expert system performance, these attributes of trust and purported expertise outside a very narrow domain will severely test expert systems constructors. Finally, low level personnel in an organisation may have power but not authority and thus empowering them by machine may not achieve organisationally-useful results.

## **7. Conclusions**

One of the major benefits of decision support technology is its apparent potential to make organisational expertise more widely available. However, this supposition portrays expertise as a uni-dimensional organisational resource, like cash or personnel, that can be identified, collected and directed. Such a view ignores much of the reality of the role of experts and expertise in organisations. This paper has examined this role. The arguments indicate that decision support systems and expert systems may be developed into more effective management tools. It is clear that, currently, expertise cannot be separated from the matrix of organisational politics in which it is embedded. One of the most significant aspects of this is the exercising of power by experts. Two possible, complementary, ways forward may be identified: the first is to understand that the processes involved in the use of expertise are as much socio-political as informational, and it is therefore necessary to actively incorporate such understanding in the design and installation of decision support and expert systems; the second is to consider ways in which organisations may be changed, either under deliberate direction or otherwise, to benefit more fully from the nature of the technology.

**References**

- [1] Abbott, A., *The System of Professions: An Essay on the Division of Expert Labour*, University of Chicago Press, Chicago (1988).
- [2] Barki, H. and Hardwick, J., *Rethinking the Concept of User Involvement*, MIS Quarterly, March (1989).
- [3] Cartwright, D. and Zander, A. (Eds), *Group Dynamics: Research and Theory*, Tavistock, London (1968).
- [4] Collins, H., Green, R. and Draper, R., *Where's the Expertise: Expert Systems as a Medium of Knowledge Transfer*, in Merry M. (Ed) *Expert Systems 85*, Cambridge University Press, Cambridge, (1985) 323-334.
- [5] French and Raven, Cited in Mitchell, T. (1978) *People in Organisations: Understanding their Behaviour*, McGraw Hill, New York (1959).
- [6] Friedson, E., in Haskell, T. (Ed) (1984), *The Authority of Experts*, Indiana University Press, Bloomington (1984).
- [7] Garfinkel, H., *Studies in Ethnomethodology*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1967).
- [8] Handy, C., *Understanding Organisations*, Penguin, Harmondsworth (1976).
- [9] Larson, M., in Haskell, T. (Ed) (1984), *The Authority of Experts*, Indiana University Press, Bloomington (1984).
- [10] O'Shaughnessy, J., *Explaining Buyer Behaviour*, Oxford University Press (1992).
- [11] Pfeffer, J., *Managing with Power*, Harvard Business School Press, Boston (1992).
- [12] Sauer, C., *Why Information Systems Fail: A Case Study Approach*, Alfred Waller, Henley-on-Thames (1993).
- [13] Turban, E., *Decision Support and Expert Systems*, Macmillan, New York (1993).
- [14] Weizenbaum, J., *ELIZA, A Computer Program for the Study of Natural Language Communication Between Man and Machine*, CACM 9 (1966) 36-45.

# TIME TO DEplete A RESOURCE WITH GAMMA USAGE

**B. C. Vasconcelos**  
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
R. dos Bragas  
4099 Porto Codex

**Virgínia C. Machado**  
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa  
Quinta da Torre  
2825 Monte da Caparica

## Abstract

Many situations arise where a given resource is depleted according to a usage variable whose behaviour is described by a Gamma distribution function. A related issue is then deriving the distribution of the time to deplete or consume a given amount of that resource. This is important for planning some operations like in maintenance, distribution and inventory control. A few authors have addressed this point, but the present paper extends their results and suggests approximations for general practice.

## Resumo

Existem muitas situações em que determinado recurso é consumido de acordo com uma variável estocástica cujo comportamento pode ser descrito por uma distribuição do tipo Gama. Uma questão associada é caracterizar a distribuição do tempo para consumir uma determinada quantidade desse mesmo recurso. Isso é importante para planejar certas operações, por exemplo, manutenção, distribuição e reaprovisionamento de stocks. Este tópico já foi abordado por alguns autores, porém, o presente artigo amplia os resultados anteriores e sugere aproximações para aplicação geral.

## Key words:

Planning, statistics, inventory.

## 1. Introduction

Many situations arise where a given resource is depleted according to a non-negative stochastic variable which can be modelled by a Gamma distribution [2]. A related issue is to estimate the distribution of time to deplete or consume a fixed amount of that resource. This is important to make plans in a variety of occasions. Some examples are:

If an aircraft engine is to be serviced at regular intervals, say every 100 working hours, which date from now should be scheduled to perform the next service?

If an X-ray bulb has to be replaced after  $N$  shots, when is that replacement expected to take place?

If there is a certain amount of an item in stock, when is that item expected to be sold out?

A few authors [1, 3, 4] have addressed the case of Gamma distributed demands and derived the expression for the mean depletion time. However, its variance and distribution law were not contemplated which reduces the importance of the results for current applications.

The present paper completes the solution for the depletion time of a Gamma distributed usage and suggests approximations for other cases.

## 2. General approach

Consider a resource whose depletion  $x$ , in a given period of time  $u$ , is distributed according to some density function  $f(x)$ . The depletion  $x_t$  of that same resource over a period of time  $t$  will follow a density function here denoted by  $f_t(x)$ . Let  $H_t(x) = \text{Prob}(X_t < x)$  be the corresponding probability function and  $F_t(x) = 1 - H_t(x)$  its complement to one.

It will be assumed here that depletions over non-overlapping periods are independent and identically distributed. Then, the joint depletion  $x_n$  over an integer number  $n$  of periods is the  $n$ -fold convolution of  $f(x)$ . The convoluted functions will then be denoted by  $f_n(x)$ ,  $H_n(x)$  and  $F_n(x)$ , respectively.

For instance, if one-week demand  $x$  is explained by  $f(x)$ , then  $n$ -weeks demand  $x_n$  is explained by  $f_n(x)$ . The main issue to be adressed here, however, is the reverse one. That is, if weekly demand follows  $f(x)$ , then, how long does it take to deplete a certain amount  $S$  of that item?

The time to consume an amount  $S$  of that resource is a continuous variable and will be denoted by  $t$  with density function  $g_S(t)$ . Let  $G_S(t) = \text{Prob}(T < t)$  stand for the cumulative probability.

In many practical situations, however,  $t$  can be approximated by a discrete variable  $n$ . Then, the corresponding functions will be denoted, respectively, by  $g_S(n)$  and  $G_S(n) = \text{Prob}(N < n)$ , where

$$t = n + \epsilon \quad \text{and} \quad 0 \leq \epsilon < 1$$

If uniform distribution can be assumed for  $\epsilon$ , then, its mean and variance are  $(1/2)$  and  $(1/12)$ , respectively.

An obvious relationship between  $t$  and  $x$  is as follows: the probability of  $S$  units being depleted in a time  $t$  or shorter, is equal to the probability of depleting  $S$  or more units in the same time  $t$ . Mathematically, it writes

$$G_S(t) = F_t(S) \tag{1a}$$

And

$$G_S(n) = F_n(S) \tag{1b}$$

for integer  $t$ .



### 3. Poisson distributed usage

When the occurrence of some type of events follows a Poisson distribution, theory says that the time between two consecutive events follows a negative exponential; and the time through the  $S$ -th event follows a Gamma distribution with modulus  $S$ . Consequently, if the rate of use follows a Poisson distribution, the time to consume an integer amount  $S$  of that resource follows a Gamma distribution with modulus  $S$ .

This verifies expressions (1). Consider that usage per unit of time is Poisson with mean  $m$  and, consequently, variance  $v = m$ . The usage during a period of  $t$  is also Poisson with mean  $mt$ . The probability of using  $S$  or more units in  $t$  is given by

$$F_t(S) = e^{-mt} \sum_{i=S}^{\infty} \frac{(mt)^i}{i!} \quad (2)$$

After expression (1a), this also equals  $G_S(t)$ . Now note that

$$\partial/\partial t [G_S(t)] = g_S(t)$$

Derivation of expression (2), after some simple mathematics, leads to

$$g_S(t) = e^{-mt} \frac{m^S t^{S-1}}{(S-1)!} \quad (3)$$

This expression corresponds to the density function of a Gamma distribution with modulus  $S$  and scale factor  $m$ . Recall that

$$\text{mean} = (\text{modulus}) / (\text{scale factor})$$

$$\text{variance} = (\text{modulus}) / (\text{scale factor})^2$$

Therefore, the mean and the variance of the time to consume  $S$  are, respectively,

$$M_t = S/m \quad (4a)$$

$$V_t = S/m^2 \quad (4b)$$

Now make

$$k = m^2 / v$$

Note that  $k = m$ , for the Poisson distribution. The results above can now be written as

$$M_t = S / m \quad (5a)$$

$$V_t = M_t / k \quad (5b)$$

### 4. Gamma distributed usage

Consider, first, the negative exponential which is a Gamma distribution with modulus *one*.

The usage per unit of time  $u$  is defined by a density function

$$f(x) = a.e^{-ax}$$

where  $a$  is the scale factor. Make as above

$$k = m^2 / v$$

Some relationships follow:

$$\text{modulus} = k = 1$$

$$\text{scale factor} = a$$

$$\text{mean, } m = 1/a$$

$$\text{variance, } v = 1/a^2$$

The usage through  $n$  units of time is the  $n$ -fold convolution of  $f(x)$ . The resulting density function is

$$f_n(x) = e^{-ax} \frac{a^n x^{n-1}}{(n-1)!} \quad (6)$$

The time  $t$  to consume  $S$  units is a continuous variable. Let  $n$  be the largest integer in  $t$ .

Then

$$t = n + \epsilon \quad \text{where} \quad 0 \leq \epsilon < 1$$

The variable  $n$  can be seen as the number of time *impulses* (like in phone calls), spaced of  $u$ , which occur through  $t$ .

The equality (1b) now reads

$$G_S(n) = F_n(S) = \int_S^\infty f_n(x) dx = \int_S^\infty e^{-ax} \frac{a^n x^{n-1}}{(n-1)!} dx$$

The integration by parts gives

$$G_S(n) = \frac{(aS)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-aS} + G_S(n-1)$$

Successive integration leads to

$$G_S(n) = e^{-aS} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(aS)^i}{i!} \quad (7)$$

The r.h.s. of this last expression corresponds to the cumulative probability,  $\text{prob}(N < n)$ , of a Poisson distribution. Therefore, the number of *impulses*  $n$ , which relate to the depletion of  $S$ , follows a Poisson distribution having

$$\text{mean, } M_n = aS = S/m \quad (8a)$$

$$\text{variance, } V_n = M_n \quad (8b)$$

Recall that  $(t = n + \epsilon)$  where  $(0 \leq \epsilon < 1)$ . By assuming that  $\epsilon$  can be described by a uniform distribution in the range  $(0, 1)$ , then  $\epsilon$  is independent from  $n$ . Therefore,  $t$  has

$$\text{mean, } M_t = (S/m) + (1/2)$$

$$\text{variance, } V_t = (S/m) + (1/12) = M_t - (5/12)$$

Note that  $(S/m)$  is the so-called "stock coverage" measured in time units  $u$ .

Consider now the general case where the usage (per unit of time  $u$ ) follows a Gamma distribution

$$f(x) \sim \text{Gamma}(m; v)$$

with

$$\text{modulus, } k = m^2/v; \text{ and, scale factor, } a = k/m$$

Further, introduce a new unit of time

$$u' = u / k$$

This leads to a new time variable  $t' = kt$ . If the usage rate is genuinely Gamma distributed, it will be so, no matter the time unit adopted. Furthermore, the  $k$ -fold convolution rule applies for any real number  $k > 0$  (see [2]).

Then, by changing the unit time scale from  $u$  to  $u'=(u / k)$ , the usage in  $u'$  becomes a negative exponential

$$f'(x) = a.e^{-ax}$$

with

$$\text{mean, } m' = m / k; \text{ modulus} = 1; \text{ scale factor } a = k / m = 1 / m'$$

Note that  $f'(x)$  regenerates  $f(x)$  over the time unit  $u$ .

Therefore, any Gamma distributed usage can be converted into negative exponential by a convenient standardisation of the current time unit  $u$ . The resulting  $u'$  will be denoted by "sper", an abbreviation for "standard period".

Now, let  $n'$  be the number of impulses, spaced of  $u'$ , through the time to consume  $S$ . By similarity with derivations which led to expressions (7) and (8), the results follow:

$$G'_S(n') = e^{-aS} \sum_{i=0}^{n'-1} \frac{(aS)^i}{i!} \tag{9}$$

$$M_{n'} = V_{n'} = S / m' = k(S / m)$$

Now, as  $t' = n' + \epsilon$ :

$$M_{t'} = M_{n'} + (1 / 2) = k(S / m) + (1 / 2)$$

$$V_{t'} = k(S / m) + (1 / 12) = M_{t'} - 5 / 12$$

Finally, as  $t = (t' / k)$ ,

$$M_t = (S / m) + 1 / (2k) \tag{10a}$$

$$V_t = (1 / k) (S / m) + 1 / (12k^2) = (M_t / k) - 5 / (12k^2) \tag{10b}$$

Note that  $(S/m')$ , i.e.  $k(S/m)$ , corresponds to the stock coverage measured in standard periods  $u'$ . Thus, it will be called "standard coverage" or "scov".

### 5. Numerical examples

A few examples illustrate the results derived above.

#### Example 1: verifying Poisson approach

The quarterly usage  $x$  of an item is Gamma distributed with modulus  $k=3$  and mean  $m=270$  units.

$$f(x) \sim \text{Gamma} (m = 270 ; v = 155.92)$$

Let  $t$  (measured in units  $u$ =quarter of a year) be the time to consume an amount  $S$ . Then, from (1a)

$$\text{Prob} (t < 1 \text{ quarter}) = \text{Prob} (x \geq S)$$

Gamma distribution tables provide the following values

S	0	100	200	300	400	500	600
Pr	1.00	.898	.617	.353	.180	.085	.038

Now, introduce a new unit of time

$$u' = u/k = (1 \text{ quarter})/3 = 1 \text{ month}$$

From the previous section and expression (9), the number of integer months  $n'$  elapsed to consume  $S$  follows a Poisson distribution with

$$M_{n'} = k(S / m) = 3(S/270) = S/90$$

Poisson tables show that probabilities of  $n' < 3$  months (i.e., 1 quarter) are exactly the same as those on the table above. These results verify the approach made; when the usage is Gamma, the depletion time can be Poisson if the time unit is conveniently transformed.

*Example 2: standardising Poisson approach*

The usage  $x$  per week of an item is Gamma distributed with modulus  $k = 4$  and mean  $m = 50$  units.

Let be

- standard period, 'sper' =  $u/k = 0.25$  week
- standard coverage, 'scov' =  $k(S/m) = 0.08 S$

According to expression (9), the time in *sper*'s to deplete  $S$  is Poisson with mean=*scov*. Thus, decisions can be made based on standard Poisson tables, a sample of which is given in Table 1.

SCOV

SPER'S	13.0	14.0	15.0	16.0	17.0	18.0	19.0	20.0
≥ 10	83.4	89.1	93.0	95.7	97.4	98.5	99.1	99.5
≥ 11	74.8	82.4	88.2	92.3	95.1	97.0	98.2	98.9
≥ 12	64.7	74.0	81.5	87.3	91.5	94.5	96.5	97.9
≥ 13	53.7	64.2	73.2	80.7	86.5	90.8	93.9	96.1
≥ 14	42.7	53.6	63.7	72.6	79.9	85.7	90.2	93.4
≥ 15	32.5	43.0	53.4	63.3	71.9	79.2	85.0	89.5

scov = standard coverage,  $k(S/m)$   
 sper = standard period,  $u/k$

Table 1 - Poisson cumulative probability (sample)

For instance, if the resource availability is  $S = 200$ , then  $scov = 0.08 \times 200 = 16.0$ . That amount will cover the requirements in 14 *sper*s (i.e.,  $0.25 \times 14 = 3.5$  weeks) with a probability of 72.6%. To increase this probability to 90.2%, the *scov* should be made equal to 19.0 (i.e.,  $S = 19.0/0.08 = 237$  units).

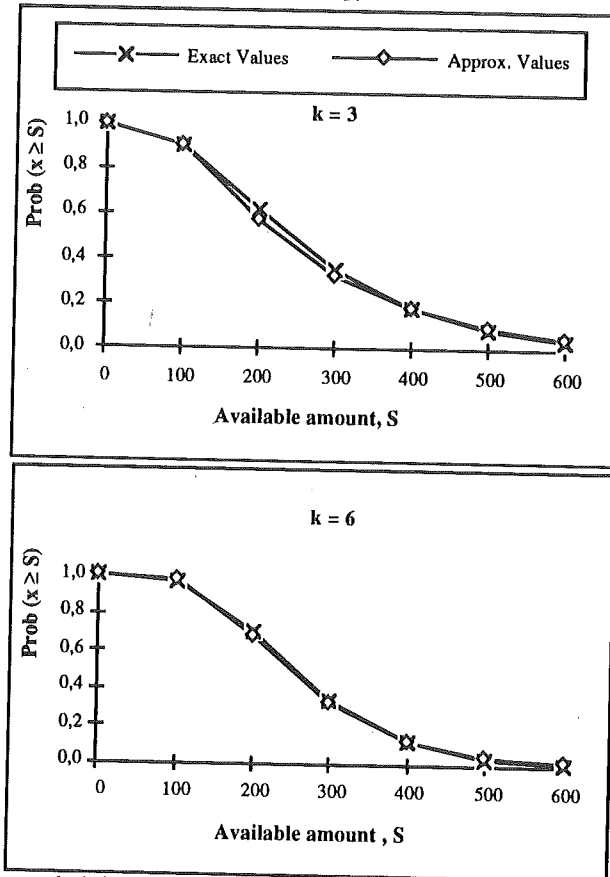
*Example 3: using Normal approximation*

Expressions (10) give the mean and the variance of the continuous depletion time (measured in the original time unit). Its true distribution is unknown, but Normal gives a good fit when  $k \geq 3$ .

Comparison between exact values and Normal approximations is depicted in Fig.1. The upper picture ( $k = 3$ ), relates to the data of *example 1*. The picture below is the same, except for the Gamma modulus which has been changed to  $k = 6$ . Obviously, the fit becomes better when  $k$  increases.

Note that expressions (10) depend on the ratio  $S/m$  and not on these two parameters separately. Consequently the curves in Fig.1 could be standardised by referring to  $S/m$  instead of  $S$ , with a convenient rescaling (i.e.,  $S = 100$  would change to  $S/m = 100/270$ , etc.). Naturally, the curves would show the same fit.

Therefore, the Normal approximation with parameters calculated by (10) seems to be adequate to describe depletion time (measured in the original time unit  $u$ ) when the usage of the resource is Gamma distributed with modulus  $k \geq 3$ .



depletion per quarter,  $x \sim \text{Gamma}(\text{mean} = 270, \text{modulus} = k)$   
 Figure 1 - Exact values vs. Normal approximations

## 6. Discussion

The family of Gamma distributions applies to non-negative continuous stochastic variables and covers a continuous range of frequency patterns, varying from monotonic decreasing (when modulus  $\leq 1$ ) to unimodal shapes whose skewness decreases as modulus  $>1$  increases. When its modulus is greater than 12, this distribution is practically Normal.

These features make Gamma distributions very useful to describe statistically non-negative variables like demand, usage, depletion and similar ones, as it has been stressed in [2]. Poisson distributions have also been used in a number of occasions to explain the same type of variables.

Results achieved in this paper apply when Gamma or Poisson distributions fit the usage of a resource. Then, the mean and variance of the time to deplete a given amount of that resource can be calculated from the mean and the variance of its usage rate.

In many applications, the amount available  $S$  is much larger than the rate of usage  $m$ . Then, a discrete time variable, evaluated in *impulses* of weeks, days or hours, might be accurate enough. When the usage is Gamma distributed, the number of those impulses follows a Poisson distribution, if the time unit is conveniently chosen. For instance, if the usage per week (5 days) is Gamma distributed with modulus 5 and a mean  $m$ , the time to deplete  $S$ , when measured in integer days elapsed, is Poisson with mean  $S/m$ .

Expression (10a), which gives the *mean* time to sell a fixed quantity of stock, shows to be equivalent to the results obtained in [1] and [3]. These authors, however, have not derived the *variance*, which is now given by expression (10b).

The papers [1, 3] also considered the case of Normal distributed demand and arrived at

$$\text{mean, } M = (S / m) + 1 / (2k) \quad (11a)$$

$$\text{variance, } V = (1 / k) (S / m) + 5 / (4k^2) \quad (11b)$$

Some remarks should be made about these results. The negative side of the distribution has been ignored with no correction for truncation. Such an approximation is acceptable for  $m > 2\sqrt{1/2}$ , or  $k > 4$ . This makes negligible the last term in the r.h.s. of expression (11b). Note, however, the similarities with formulas (10) derived above for Gamma distributed usage, suggesting that in practice the latter can also be used for Normal usage.

## 7. Conclusion

The time to deplete a given quantity of a resource is important for planning operations in a variety of fields. Often, usage distributions for the resource approach Poisson, Gamma or Normal patterns. In such cases, the mean and the variance for the depletion time can be estimated through the formulas reproduced below.

Denote by  $S$ , the quantity available of the resource; by  $m$  and  $v$ , the mean and variance of its usage per unit of time  $u$ ; and make  $k = (m^2 / v)$ . Then,

- Poisson usage gives Gamma depletion times with

$$M_t = S / m \quad (5a)$$

$$V_t = M_t / k \quad (5b)$$

- Gamma usage gives a Poisson depletion time measured in impulses  $n'$  of a conveniently transformed time variable  $u' = u/k$ , with

$$M_{n'} = V_{n'} = k(S / m) \quad (9)$$

Additionally, if  $k \geq 3$ , the Normal distribution gives a good fit for depletion time, with

$$M_t = (S / m) + 1 / (2k) \quad (10a)$$

$$V_t = (M_t / k) - 5 / (12k^2) \quad (10b)$$

In many situations,  $S \gg m$  and  $k \geq 1$ . Then,

- If usage is Poisson, depletion time is Gamma with modulus  $S$ ; and as  $S$  is high, Gamma distribution can be approximated by the Normal. In conclusion:

$$t \sim \text{Normal}; M_t = S / m; V_t = M_t / k$$

- If usage is Gamma, depletion time can be approximated by impulses  $n'$  which are Poisson distributed with a high mean; being so, Poisson distribution can be approximated by the Normal. Then

$$t \sim \text{Normal}; M_t \sim S / m; V_t \sim M_t / k$$

- If usage is Normal (necessarily with  $k > 4$ ), it can be approximated by Gamma, thus reverting to the previous case.

Therefore, when  $S \gg m$  and  $k \geq 1$ , the time  $t$  to deplete a finite resource can be practically described as

$$t \sim \text{Normal}; M_t \sim S / m; V_t \sim M_t / k$$

## References

- [1] Burgin, T.A., Time to Sell a Fixed Quantity of Stock Depleted by Distributed Demand, *Opl. Res. Q.* 20 (1969) 421-427.
- [2] Burgin, T.A., The Gamma Distribution and Inventory Control, *Opl. Res. Q.* 26 (1975) 507-525.
- [3] Hill, R.M., Odoni, R.W.K., Time to Sell a Given Quantity of Stock, *J.Opl.Res.Soc.* 39 (1988) 969-972.
- [4] Burgin, T.A., Bowen, K.C., Fairhurst, J.H., (Viewpoints on) Time to Sell a Fixed Quantity of Stock Depleted by Distributed Demand, *Opl. Res. Q.* 21 (1970) 284-289.





# FILTRAGEM EM MODELOS MULTICRITÉRIO DE PROBLEMAS DISCRETOS - UMA APROXIMAÇÃO

**Carlos Ferreira**  
Departamento de Matemática  
Universidade de Aveiro  
3800 Aveiro, Portugal

**João Clímaco**  
Faculdade de Economia  
Universidade de Coimbra  
3000 Coimbra, Portugal

**M. Eugénia Captivo**  
Departamento de Estatística e Investigação Operacional  
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa  
1700 Lisboa, Portugal

## Abstract

Most real-world applications, specially selection problems, can be modeled as a Discrete Multicriteria Problem (DMP) and concisely expressed in matrix format. In recent years, several Decision Support Systems (DSS) have been proposed to help the Decision Maker (DM) in the ranking of the alternatives or in the selection of the "best" compromise solutions, regarding the problem. Problem size is, perhaps, the major common structural concern for the methods, due to the consequent increase on the number of questions asked to the DM and computer response time.

In order to minimize those disadvantages, we think that it is usually wise to begin with an exploratory examination of the data, to get a "feeling" about the impact matrix. The main idea is to clarify the general structure of the data, filtering it and get, if possible, a "reduced" matrix (lower dimensionally). Viewing each vector of criteria values as a realization of a multivariate random variable, it is possible to use various techniques of multivariate statistical analysis to illustrate the approach.

## Resumo

Em vários contextos de tomada de decisão, e em particular na comparação de várias alternativas discretas, o problema pode ser expresso, de forma concisa, através de uma matriz. Trata-se dos casos em que se constrói um modelo multicritério dedicado ao problema discreto em estudo. Nos últimos anos têm sido apresentados diversos sistemas de apoio à decisão (DSS) para ajudar o decisor (DM) na ordenação das alternativas ou selecção da "melhor" solução de compromisso de entre o conjunto pré-definido. No entanto, de alguma forma, uma limitação destes métodos é em muitos casos a dimensão do problema real, já que ao aumento da dimensão da matriz corresponde um crescimento do número de questões colocadas ao decisor e do tempo de resposta (computacional). Neste artigo os dados de entrada correspondem aos elementos da "matriz de impacto", isto é, à materialização do modelo multicritério proposto.

Para minimizar este inconveniente, propõe-se uma análise exploratória dos dados, por forma a obter algumas indicações preliminares sobre a "matriz de impacto". A ideia subjacente consiste em pesquisar (e eventualmente clarificar) a estrutura dos dados, filtrando algumas discrepâncias, obtendo, se possível, uma matriz de dimensão mais reduzida. A consideração dos vectores critério como realizações de uma variável aleatória multivariada permite a utilização de técnicas estatísticas multivariadas, na ilustração desta aproximação. Nesta contribuição não se pretende discutir qualquer novo método, mas tão só filtrar os dados, ficando em aberto o tipo de DSS a utilizar.

## Keywords

Impact matrix, discrete, multicriteria, multivariate statistical analysis

**1. Breve nota introdutória**

Neste parágrafo referem-se, brevemente, algumas aproximações anteriormente propostas relacionadas com a parte central deste artigo. De alguma forma, uma limitação dos métodos para modelos multicritério para problemas discretos parece ser a dimensão do problema real, já que a esse aumento corresponde um crescimento do número de questões colocadas ao decisor bem como do tempo de resposta (computacional), no procedimento conducente à agregação de preferências. Para situações de elevado número das alternativas do modelo multicritério do problema discreto existem aproximações operacionais que, de algum modo, tentam evitar esta dificuldade, quer através da possibilidade de trabalho sobre uma amostragem dinâmica do espaço das alternativas [12], quer fornecendo uma representação aproximada do conjunto das soluções não dominadas [14], ou ainda através de pontos característicos de macro-soluções [16]. A ideia de seleccionar uma "amostra representativa" é implementada através de amostragem aleatória em [2], análise de "clusters" em [17,23] ou utilizando filtragem por [21]. Neste artigo, para minimizar aquela limitação, propõe-se uma análise exploratória dos dados, por forma a obter algumas indicações preliminares sobre a "matriz de impacto". A ideia subjacente consiste em pesquisar (e eventualmente clarificar) a estrutura dos dados do modelo multicritério previamente formulado, aferindo da possibilidade de aperfeiçoar o modelo, filtrando algumas discrepâncias, obtendo, se possível, uma matriz de dimensão mais reduzida. A consideração dos "vectores critério" como realizações de uma variável aleatória multivariada permite a utilização de técnicas estatísticas multivariadas, na ilustração desta aproximação, [22].

**2. Alguma teoria**

**2.1 Descrição do problema**

Seja um conjunto,  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ , com  $m$  alternativas deterministas admissíveis e considere-se  $p$ , com  $m > p$ , o número de critérios de acordo com os quais cada alternativa será avaliada. Utilizando o modelo multicritério para o problema discreto, uma das formas de exprimir este problema é através de uma "matriz de impacto"  $D_{(m \times p)}$ , (Fig.1) cujo elemento  $f_j(a_i)$  indica uma medida da alternativa  $i$ ,  $a_i$ , em relação ao critério  $j$ ,  $f_j$ ,

$$\begin{matrix}
 & f_1(\cdot) & \dots & f_j(\cdot) & \dots & f_p(\cdot) \\
 \begin{matrix} a_1 \\ \vdots \\ a_i \\ \vdots \\ a_m \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccccc} \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ f_1(a_i) & \dots & f_j(a_i) & \dots & f_p(a_i) \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \end{array} \right]
 \end{matrix}$$

Fig.1 - Matriz de impacto (fonte-[4])

## 2.2 Alternativas eficientes

É possível definir uma relação de dominância para  $a_i, a_k \in A$ , da seguinte forma:  $a_i$  domina  $a_k$  sse  $f_h(a_i) \geq f_h(a_k)$ ,  $\forall h = 1, \dots, p$  verificando-se, pelo menos, uma desigualdade estrita. Assumindo que o decisor considera o modelo multicritério,

$$\text{"Max" } f(a)$$

$$\text{s.a: } a \in A$$

torna-se claro que, tratando-se de um problema de otimização vectorial, de uma forma geral, se verifica uma ordenação parcial das suas alternativas. Dado que não se dispõe da ordenação completa, o conceito clássico de optimalidade tem de ser abandonado. Em sua substituição, recomenda-se a utilização da definição de solução (alternativa) eficiente, i.e. uma solução admissível em relação à qual não existe outra solução admissível que a domine, no sentido da definição anterior. Note-se, no entanto, que a relação de dominância é por vezes muito pobre, conduzindo a um grande número de soluções eficientes, ultrapassando largamente a capacidade de processamento do decisor. Nesta situação é importante fornecer ao decisor meios que lhe permitam lidar com o problema de forma satisfatória, [16,20].

## 2.3 Análise Multivariada

Como é sugerido por [6], a utilização de diversas técnicas estatísticas de análise multivariada, que não dependem de um modelo formal de probabilidade, pode ser encarada como parte de uma análise exploratória dos dados. A ideia consiste em clarificar a estrutura subjacente ao quadro de dados. Como exemplo destas técnicas incluem-se as Análises Factoriais (Análise em Componentes Principais (ACP)), Análise das Correspondências (AC), algumas tipologias de Classificação Automática e "Multi-dimensional Scaling", [11,19].

### 2.3.1 Análise das Correspondências (AC) e Análise em Componentes Principais (ACP)

De entre as técnicas de Análise Multivariada, referidas anteriormente, têm sido utilizadas no modelo multicritério para o problema discreto a Análise das Correspondências (AC), [18], e a Análise em Componentes Principais (ACP), [4,22]. A AC, desenvolvida originalmente para estudo de tabelas de contingência pode ser também utilizada em quadros de dados ordinais ou de medidas positivas. As linhas e as colunas da matriz de dados, no nosso caso a "matriz de impacto"  $D$ , são consideradas como pontos em espaços de dimensão  $p$  e  $m$ , respectivamente. É possível obter, em cada espaço, um conjunto de eixos de tal forma que as observações originais sejam representadas, com distorção mínima, em cada um dos sub-espacos assim definido, estabelecendo-se uma correspondência entre os dois conjuntos de eixos, no sentido em que as linhas e as colunas podem ser representadas graficamente em conjunto e comparadas, [3]. Note-se que é ainda possível, após a definição dos eixos principais nos planos da AC, representar dados suplementares nesse mesmo conjunto de eixos. Assim, por exemplo, a projecção de uma "alternativa ideal" possibilita ao DM, após um exame cuidadoso à

componente de ortogonalidade da mesma em relação aos eixos, verificar o posicionamento das restantes alternativas em relação à ideal e entre si, [22]. Em resumo, de acordo com este autor, a utilização da AC permite: i) identificar, nos planos com mais informação, "hiper-critérios" (pela verificação do agrupamento dos critérios e respectiva contribuição para o eixo) e decidir (de forma controlada) perder alguma informação a fim de obter um ganho em significação; ii) identificar conflitos irreconciliáveis entre critérios (pela verificação do posicionamento diametralmente oposto dos critérios). No entanto, a utilização de uma distância de Qui-quadrado permite descrever as proximidades existentes entre os perfis-linha (alternativas) e os perfis-coluna (critérios), [13] e conforme [7] o exame gráfico dos dados, na fase exploratória, revela habitualmente um conjunto de características não notadas quando do estudo da informação sob a forma numérica; ou seja os diagramas potencializam a capacidade humana de inspecção visual, [1], permitindo descrever/visualizar ou realçar estruturas ou padrões de conjuntos complexos de dados. Não sendo substituições dos testes e técnicas adequadas à análise dos dados, podem ser um importante contributo na sugestão do tipo de teste ou técnica a utilizar, bem como na explicação das conclusões retiradas pela aplicação de tais técnicas. Neste artigo, propõe-se a complementação da análise dos planos de AC, através da utilização de meios gráficos simples, como diagramas de barras, por forma a efectuar um estudo de semelhança de perfil às alternativas e aos critérios, com vista à eventual redução da dimensão da matriz de impacto inicial. No primeiro exemplo que apresentamos relativamente a um problema de localização, retirado de [22], ilustra-se esta aproximação exploratória. A ACP, como método factorial, [9], propõe-se fornecer uma representação sintética de vastos conjuntos de valores numéricos produzindo representações gráficas onde os objectos (alternativas e critérios) se tornam pontos sobre um eixo ou um plano. O primeiro objectivo da ACP é determinar um modelo "económico" ou reduzido da população (formado por variáveis aleatórias que são transformadas lineares das variáveis iniciais do quadro de dados e não correlacionadas entre si). Embora as  $p$  variáveis originais sejam substituídas por um novo conjunto de  $p$  variáveis (componentes), de um modo geral será possível representar as observações originais num sub-espaço a  $q$  dimensões em vez das  $p$  dimensões iniciais,  $q \ll p$ , com a garantia de que para  $q = 1, 2, \dots$  dimensões o modelo obtido é o melhor no sentido da conservação da variância das variáveis, [10]. A possibilidade de considerar vários planos da ACP (projectões do espaço  $\mathbb{R}^p$  ou  $\mathbb{R}^m$ ) permite ao decisor estudar diversas variantes do problema.

### 3. Exemplos ilustrativos

Por forma a ilustrar a análise exploratória proposta para a "matriz de impacto"<sup>1</sup>, apresentam-se dois exemplos. No primeiro, um problema de localização, como a característica da matriz é inferior ao número de colunas (variáveis na análise multivariada, conduzindo a correlações sem significado), utiliza-se a AC. Pelo contrário, o segundo caso tratando-se de um

<sup>1</sup> Na "matriz de impacto" considerada nesta aproximação assume-se que os seus elementos traduzem quantificações numéricas.

"quadro de dados rectangular" no sentido prescrito pela Análise de Dados (número de linhas bastante maior que o número de colunas), permite-nos a utilização da ACP. Na ilustração destas aproximações utilizou-se um sistema de apoio à análise de dados multivariados [5,8].

### 3.1 Um problema de localização

Neste problema retirado de [22] consideram-se 9 localizações potenciais para a instalação de um centro de distribuição. Cada localização foi avaliada segundo 16 critérios, como acessibilidade, adequação do local, etc, e classificada com uma nota numa escala de 1 a 10. A matriz de dados apresenta-se na Tab.1 bem como uma alternativa "ideal" (ID), considerada como uma hipotética localização classificada, em cada critério, com o melhor valor das alternativas.

	Critérios															
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	3	4	8	10	7	6	1	6	6	10	10	2	2	8	3	5
2	3	2	1	10	7	7	4	6	6	10	10	2	7	5	3	5
3	5	2	2	10	6	8	3	7	3	8	7	2	6	4	2	4
4	7	2	2	10	6	8	1	7	3	10	7	4	6	4	1	4
5	6	6	5	10	8	8	2	10	4	10	10	4	8	6	3	3
6	7	5	4	10	8	8	2	10	3	10	10	4	8	6	4	4
7	7	5	3	10	5	6	5	5	7	10	10	4	7	7	2	5
8	6	6	5	10	8	8	3	10	4	10	10	4	8	6	4	5
9	1	6	6	6	7	7	3	10	4	10	10	6	6	7	7	7
ID	7	6	8	10	8	8	5	10	7	10	10	6	8	8	7	7

Tab.1 - Problema de localização: matriz de impacto (fonte-[22])

Como se pretende estudar os perfis dos critérios e das alternativas, utilizou-se a AC. Na Fig.2 apresenta-se o plano correspondente aos dois primeiros eixos ( $E1 \times E2$ ) e que contém 64% da informação do quadro inicial (Tab.1). Confirmam-se os resultados obtidos por [22] relativamente às alternativas, nomeadamente o agrupamento das alternativas {5,6,8} e {2,7} e o isolamento das alternativas {1,9}. A extensão da análise aos critérios revela-nos que o Eixo 1 opõe o critério {A} aos critérios {C,O}; note-se o posicionamento dos critérios {D,K,J} "no meio do plano".

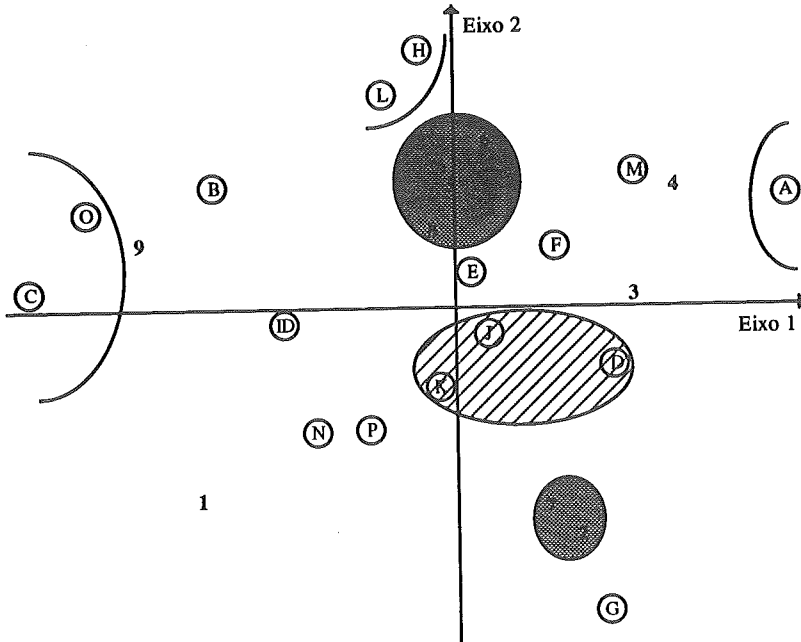


Fig.2 - Plano (E1 x E2) da AC

A análise dos diagramas de barras dos critérios (A), (C,O) na Fig.3 revela-nos "perfis-colunas" muito diferentes pelo que se alerta o DM para o "conflito irreconciliável" entre os dois grupos. Pelo contrário, em função dos perfis de C e O o decisor pode considerar um "hipercritério" que os substitua.

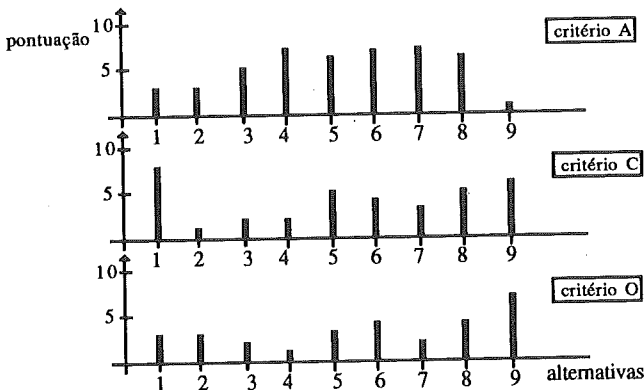


Fig.3 - Diagramas de barras (perfis de critérios)

O posicionamento dos critérios (D,K,J) "no meio do plano" alerta o DM para a eventual situação de, globalmente, terem influência menor [18]. O estudo do perfil das alternativas nestes critérios, Fig. 4, revela uma classificação quase sempre igual a 10. Como referido por [20], critérios em relação aos quais não existe grande distinção entre as alternativas contribuem

pouco para a diferença de posicionamento das alternativas. O DM pode decidir retirá-los (uma vez que não estabelecem "diferença significativa").

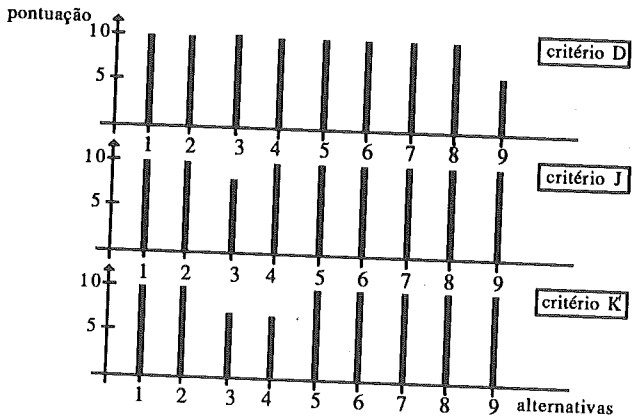


Fig.4 - Diagramas de barras (perfis de critérios)

O agrupamento das alternativas {2,7} justifica-se pela análise do perfil, Fig.5, que é semelhante, pelo que o DM pode decidir por uma delas, com redução da dimensionalidade do problema, sem perder muita informação.

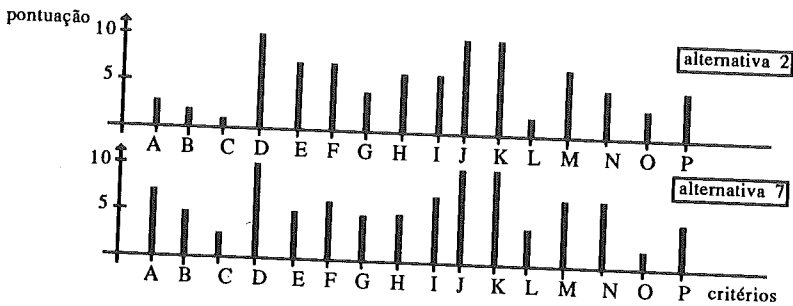


Fig.5 - Diagramas de barras (perfis de alternativas)

De forma semelhante se propõe a redução de dimensionalidade, relativamente ao grupo de alternativas {5,6,8}, por análise da Fig. 6.

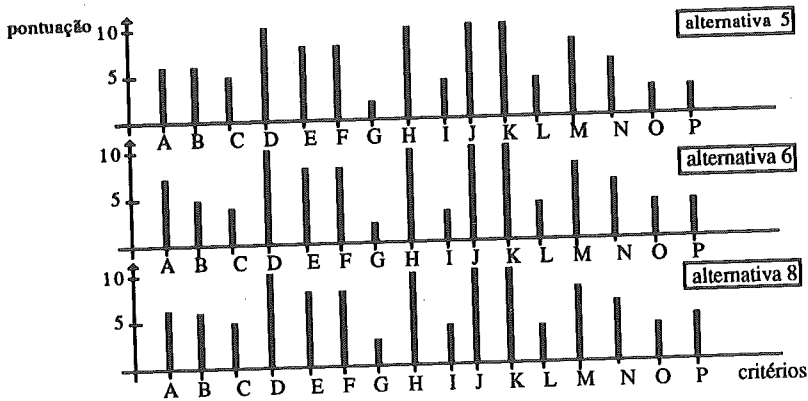


Fig.6 - Diagramas de barras (perfis de alternativas)

Com base nas análises anteriores o decisor pode considerar uma nova "matriz de impacto", reduzida em dimensão e com algum enriquecimento de informação, quer a nível dos critérios uma vez que foram identificados "critérios antagónicos", possíveis "hiper-critérios" e filtrados critérios "amorfos", quer ao nível das alternativas, já que foram identificadas semelhanças conducentes a agrupamentos. Não sendo objectivo desta aproximação, refere-se contudo que o posicionamento da alternativa ideal, ID, fornece ao decisor uma "avaliação grosseira" das alternativas. Neste caso o DM poderia considerar como soluções interessantes as alternativas 8 ou 9, com valores globais de 107 e 103, respectivamente (soma por linha), com perfis semelhantes ao perfil de ID.

### 3.2 Um problema de selecção de um candidato para uma função comercial

Neste problema retirado de [11] consideram-se 48 candidatos a uma função comercial. Cada candidato foi avaliado segundo 15 critérios e pontuado com uma nota numa escala de 0 a 10. A identificação dos critérios apresenta-se na tabela seguinte e a matriz de dados na tabela 3.

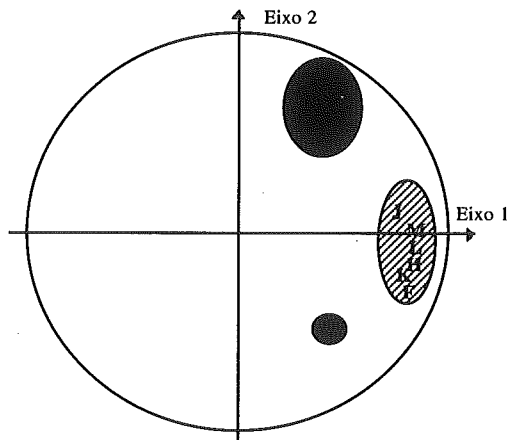
A: aspecto do req. de candidatura	F: lucidez	K: ambição
B: aparência física	G: honestidade	L: inteligência
C: habilitações literárias	H: capacidade de promover vendas	M: potencial
D: simpatia	I: experiência	N: capacidade para trab. em equipa
E: auto-confiança	J: energia	O: perspicácia

Tab.2 - Identificação dos critérios (fonte-[11])

Como os dados estão todos na mesma escala de medida e não existe uma grande variabilidade entre si, utilizou-se a ACP com métrica canónica. Não se considerou nenhuma variável nem nenhum indivíduo suplementar. A ACP é utilizada no GAIA Visual Modelling Method [15] para definir um plano no qual seja possível projectar variáveis, com o mínimo de perda de informação. É utilizado o plano (E1×E2) correspondente à maior contribuição para a



informação de variância do quadro correspondente à matriz dos fluxos de preferência unicritério. Na nossa aproximação, uma vez que se pretende "filtrar" a "matriz de impacto", a correspondente matriz de covariâncias a utilizar no cálculo dos valores próprios ( $\lambda_i$ ) e vectores próprios será referente à "matriz de impacto". Assim, na Fig. 7 apresenta-se o plano (E1×E2) das variáveis (critérios) e que conserva cerca de 70% da informação de variância da Tab.3 (uma vez que  $\lambda_1 \approx 65.1$ ,  $\lambda_2 \approx 17.8$  e o traço da matriz  $\approx 120.2$ ).



**Fig.7 - Plano (E1 × E2) da ACP relativo às variáveis (critérios)**

Como se sabe, após a identificação da relação dos critérios com os eixos factoriais, é possível estimar cada eixo como uma combinação linear dos critérios (variáveis do quadro de dados) e proceder à sua interpretação no sentido de um "hiper-critério". Interpretamos o Eixo 1 como o "factor de medida das características psicológicas inatas" (var. H,M,L,F,J,K,O) e o Eixo 2 como o "factor das capacidades adquiridas" (var. I,O,A,G). Este plano apresentará, então o "perfil do bom vendedor". Como curiosidade note-se o isolamento de G (honestidade) é em oposição às outras capacidades adquiridas.

	Critérios														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	6	7	2	5	8	7	8	8	3	8	9	7	5	7	10
2	9	10	5	8	10	9	9	10	5	9	9	8	8	8	10
3	7	8	3	6	9	8	9	7	4	9	9	8	6	8	10
4	5	6	8	5	6	5	9	2	8	4	5	8	7	6	5
5	6	8	8	8	4	4	9	2	8	5	5	8	8	7	7
6	7	7	7	6	8	7	10	5	9	6	5	8	6	6	6
7	9	9	8	8	8	8	8	8	10	8	10	8	9	8	10
8	9	9	9	8	9	9	8	8	10	9	10	9	9	9	10
9	9	9	7	8	8	8	8	5	9	8	9	8	8	8	10
10	4	7	10	2	10	10	7	10	3	10	10	10	9	3	10
11	4	7	10	0	10	8	3	9	5	9	10	8	10	2	5
12	4	7	10	4	10	10	7	8	2	8	8	10	10	3	7
13	6	9	8	10	5	4	9	4	4	5	4	7	6	8	8
14	8	9	8	9	6	3	8	2	5	2	6	6	7	5	6
15	4	8	8	7	5	4	10	2	7	5	3	6	6	4	6
16	6	9	6	7	8	9	8	9	8	8	7	6	8	6	10
17	8	7	7	7	9	5	8	6	6	7	8	6	6	7	8
18	6	8	8	4	8	8	6	4	3	3	6	7	2	6	4
19	6	7	8	4	7	8	5	4	4	2	6	8	3	5	4
20	4	8	7	8	8	9	10	5	2	6	7	9	8	8	9
21	3	8	6	8	8	8	10	5	3	6	7	8	8	5	8
22	9	8	7	8	9	10	10	10	3	10	8	10	8	10	8
23	7	10	7	9	9	9	10	10	3	9	9	10	9	10	8
24	9	8	7	10	8	10	10	10	2	9	7	9	9	10	8
25	6	9	7	7	4	5	9	3	2	4	4	4	4	5	4
26	7	8	7	8	5	4	8	2	3	4	5	6	5	5	6
27	2	10	7	9	8	9	10	5	3	5	6	7	6	4	5
28	6	3	5	3	5	3	5	0	0	3	3	0	0	5	0
29	4	3	4	3	3	0	0	0	0	4	4	0	0	5	0
30	4	6	5	6	9	4	10	3	1	3	3	2	2	7	3
31	5	5	4	7	8	4	10	3	2	5	5	3	4	8	3
32	3	3	5	7	7	9	10	3	2	5	3	7	5	5	2
33	2	3	5	7	7	9	10	3	2	2	3	6	4	5	2
34	3	4	6	4	3	3	8	1	1	3	3	3	2	5	2
35	6	7	4	3	3	0	9	0	1	0	2	3	1	5	3
36	9	8	5	5	6	6	8	2	2	2	4	5	6	6	3
37	4	9	6	4	10	8	8	9	1	3	9	7	5	3	2
38	4	9	6	6	9	9	7	9	1	2	10	8	5	5	2
39	10	6	9	10	9	10	10	10	10	10	8	10	10	10	10
40	10	6	9	10	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
41	10	7	8	0	2	1	2	0	10	2	0	3	0	0	10
42	10	3	8	0	1	1	0	0	10	0	0	0	0	0	10
43	3	4	9	8	2	4	5	3	6	2	1	3	3	3	8
44	7	7	7	6	9	8	8	6	8	8	10	8	8	6	5
45	9	6	10	9	7	7	10	2	1	5	5	7	8	4	5
46	9	8	10	10	7	9	10	3	1	5	7	9	9	4	4
47	0	7	10	3	5	0	10	0	0	2	2	0	0	0	0
48	0	6	10	1	5	0	10	0	0	2	2	0	0	0	0

Tab.3 - Matriz de impacto (fonte-[11])

Na Fig.8 representa-se o plano (E1×E2) relativo aos indivíduos (alternativas) Note-se que o Eixo 1 opõe os bem classificados aos mal classificados, no "perfil de bom vendedor", evidenciando, neste âmbito os indivíduos 39 e 40. O Eixo 2 mostra a boa classificação dos indivíduos 42 e 41 no conjunto de variáveis (experiência, perspicácia e aspecto do requerimento

de candidatura), colocando em evidência a sua "pouca honestidade"; note-se que se passa precisamente o contrário com os indivíduos 37 e 38.

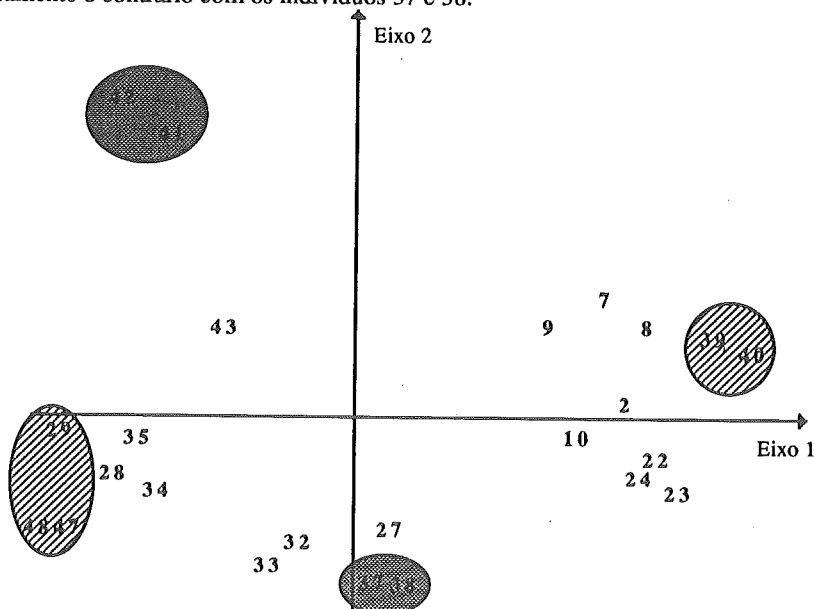


Fig.8 - Plano (E1 x E2) da ACP relativo aos indivíduos (alternativas)

### 3.2.1 Extensão a outros planos factoriais

Neste artigo estende-se a ideia de utilização da ACP a outros planos, com menor informação global mas que normalmente revelam "fenómenos locais"; assim, na Fig.9 apresenta-se o plano (E1 x E3) das variáveis (critérios). Tem-se  $\lambda_3 \approx 10.5$ , representando o eixo 3 uma contribuição de 8.7% e agrupando as var. D,G,N em oposição à var. H. Interpretamos o Eixo 3 como o "factor bom colega".

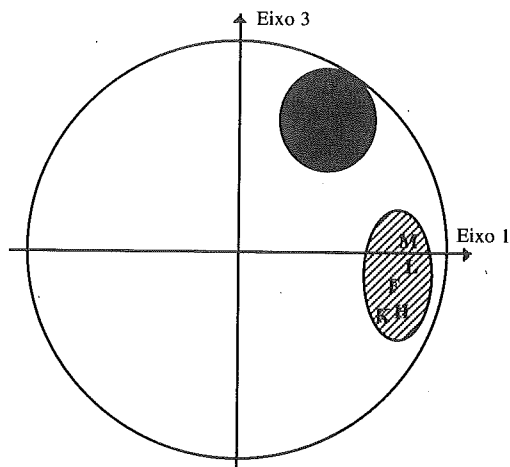


Fig.9 - Plano (E1 x E3) da ACP relativo às variáveis (critérios)

Na Fig.10 representa-se o plano (E1×E3) relativo aos indivíduos (alternativas). Note-se que o Eixo 3 revela que o indivíduo 11 embora mostrando grande capacidade para promover vendas é um elemento "anti-equipa" (0 em simpatia, 2 em capacidade para trabalho em equipa, 3 em honestidade), pelo contrário os indivíduos 13 e 5 podem considerar-se como "o bom colega". As pontuações relevantes para o indivíduo 13 são: 4 em capacidade para promover vendas, 10 em simpatia, 9 em honestidade e 6 em capacidade para trabalhar em equipa; para o indivíduo 5 tem-se: 2 em capacidade para promover vendas, 8 em simpatia, 9 em honestidade e 7 em capacidade para trabalhar em equipa.

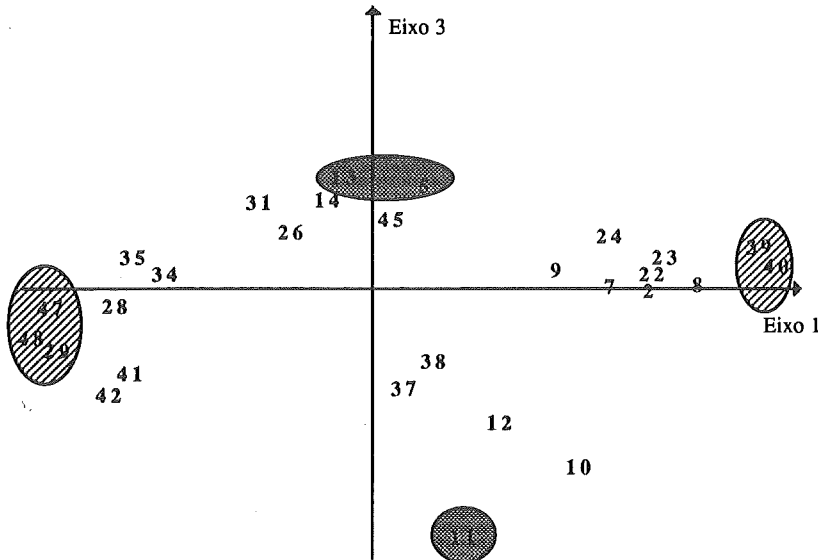


Fig.10 - Plano (E1 × E3) da ACP relativo aos indivíduos (alternativas)

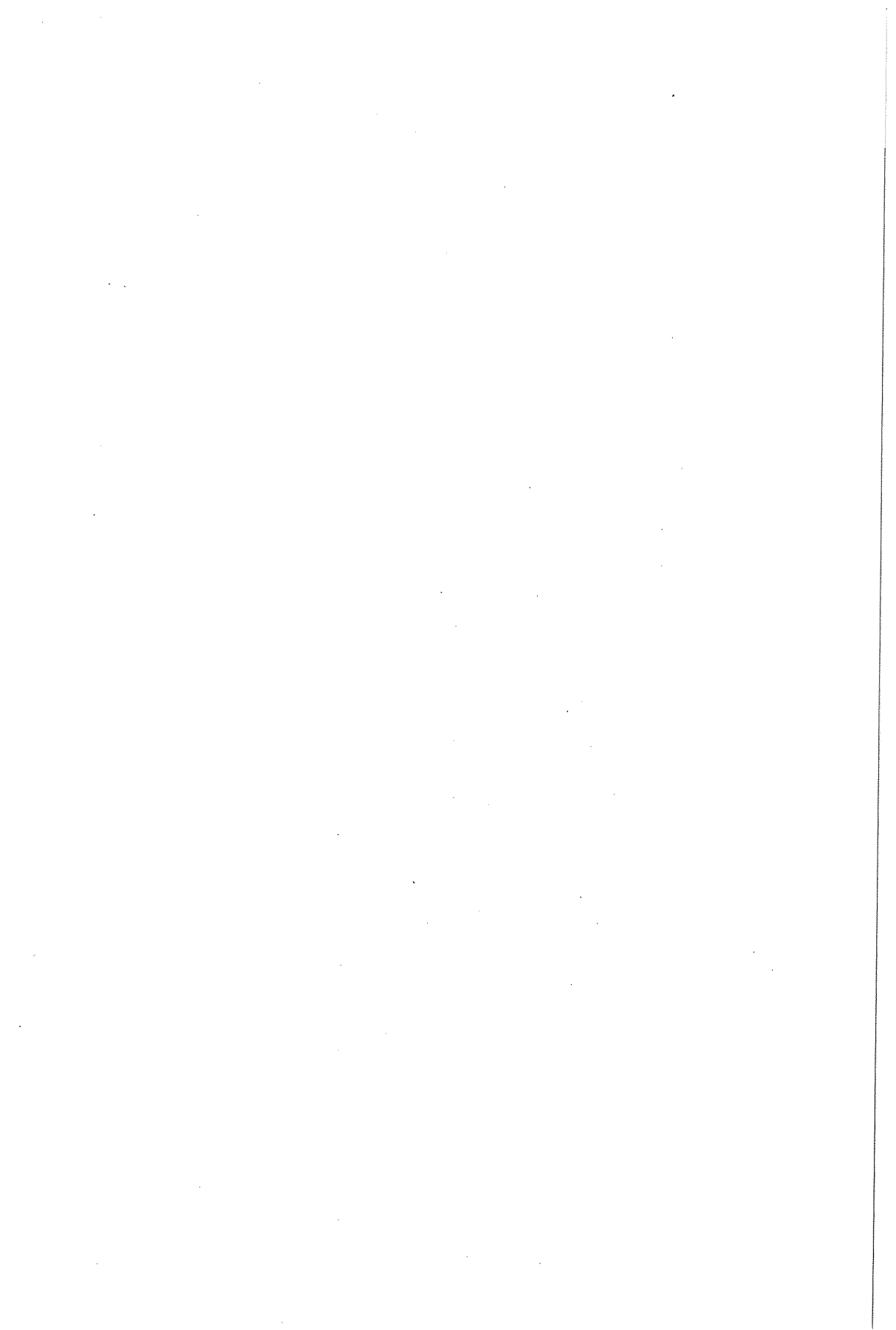
#### 4. Conclusões

Nesta aproximação, com utilização de dois métodos de Análise Multivariada, permite-se uma fase exploratória da "matriz de impacto" do modelo multicritério para problemas discretos por forma a clarificar a estrutura dos dados. Para além da identificação dos "hiper-critérios" e dos conflitos irreconciliáveis entre critérios, já proposta na bibliografia, neste artigo chama-se a atenção para o exame gráfico dos perfis-linha (alternativas) e perfis-coluna (critérios) dos objectos sugeridos no exame das projecções, com vista à eventual redução da dimensão da "matriz de impacto". Esta questão tem grande importância em problemas reais de decisão, com matrizes de elevada dimensão, já que ao aumento da dimensão da correspondente "matriz de impacto" está associado um crescimento do número de questões colocadas ao decisor e do tempo de cálculo. Em consequência, com a aplicação da técnica proposta neste artigo espera-se contribuir para o aumento da aplicabilidade de métodos e sistemas existentes de análise multicritério para problemas discretos. Finalmente propõe-se também a utilização de outros

eixos, com menor informação global, da ACP que podem revelar aspectos pontuais relevantes para a tomada de decisão. Obviamente que tudo o que foi dito carece de ser experimentado em estudos de casos reais.

## 5. Referências

- [1] Antunes, C.H., Clímaco, J., Decision aid for discrete alternative multiple criteria problems: A visual interactive approach, *Information and Decision Technologies* 19 (1993) 185-193.
- [2] Baum, S., Terry, W., Parekh, U., Random sampling approach to MCDM, LNEMS - Springer Verlag 190 (1981) 10-27.
- [3] Benzecri J.P., L'Analyse de données II-L'Analyse des correspondences, Dunod, Paris, (1976).
- [4] Brans J.P., Mareschal B., The PROMCALC&GAIA Decision Support System for Multicriteria Decision Aid, GSOOTW/254, Centrum voor Statistiek en Operationeel V.U.B. (1991).
- [5] Carvalho C., Sousa Santos B., Ferreira C., Rafael J.A., User Interface for a Decision Support System Based on Factor Analysis, *Revista do Dep. de Electrónica e Telec. da Univ. de Aveiro* 1 (1995) 257-261.
- [6] Chatfield C., Exploratory data analysis, *Eur. J. Opl Res.* 23 (1986) 5-13.
- [7] Everitt B., Nicholls P., Visual Techniques for Representing Multivariate Data, 181-192 (in *Multivariate Analysis in Behavioural Research*, Maxwell A. (ed.), Chapman and Hall Ltd, London (1977).
- [8] Ferreira C., Rafael J.A., Sousa Santos B., Sistema de Apoio à Análise de Dados Multivariados, 4<sup>a</sup> Conf. sobre Aplicações da Matemática à Economia e à Gestão, CEMAPRE94, Lisboa.
- [9] Harman, H., *Modern Factor Analysis*, The Univ. of Chicago Press, Ltd., 3rd ed. (1976).
- [10] Jackson, J.E., *A User's Guide to Principal Components*, John Wiley & Sons (1991).
- [11] Kendall M., *Multivariate Analysis*, Charles Griffin & Comp. Ltd, 2nd ed. (1980).
- [12] Korhonen P., Moskowitz H., Wallenius J., A Progressive Algorithm for Modeling and Solving Multiple-Criteria Decision Problems, *Opns Res.* 34 (1986) 726-731.
- [13] Lebart L., Morineau A., Fénelon N.J.P., *Traitement des données statistiques*, Dunod, Paris, (1982).
- [14] Majchrzak J., A Methodological Guide to the Decision Support System DISCRET for Discrete Alternatives Problems, LNEMS - Springer Verlag 331 (1989) 193-212.
- [15] Mareschal B., Geometrical representations for MCDA, *Eur. J. Opl Res.* 34 (1988) 69-77.
- [16] Matos M., Proença L., Método de Amplificações Sucessivas, *Inv. Opl.* 12 (1992) 21-33.
- [17] Morse J.N., Reducing the size of the nondominated set: pruning by clustering, *Comput. & Oper. Res.* 7 (1980) 55-66.
- [18] Pierreval H., Using Multiple Correspondence Analysis in the Analysis of Simulation Experiments: a Study of Dynamic Scheduling Strategies, *Int.Trans. in Opl Res.* 2 (1994) 147-157.
- [19] Rivett P., Multidimension Scaling for Multiobjective Policies, *OMEGA* 5 (1977) 367-379.
- [20] Roy B., Decision-aid and decision-making, *Eur. J. Opl Res.* 45 (1990) 324-331.
- [21] Steuer R., Harris F., Intra-set point generation and filtering in decision and criterion space, *Comput. & Oper. Res.* 7 (1980) 41-53.
- [22] Stewart T.J., A Descriptive Approach to Multiple-Criteria Decision Making, *The Journal of the Operational Research Society* 32 (1981) 45-53.
- [23] Torn A., A sampling-search-clustering approach for exploring the feasible efficient solutions of MCDM problems, *Comput. & Oper. Res.* 7 (1980) 67-79.



## INSTRUÇÕES AOS AUTORES

Os autores que desejem submeter um artigo à Investigação Operacional devem enviar três cópias desse trabalho para:

Prof. Joaquim J. Júdice  
Departamento de Matemática  
Universidade de Coimbra  
3000 Coimbra, Portugal

Os artigos devem ser escritos em Português ou Inglês. A primeira página deve conter a seguinte informação:

- Título do artigo
- Autor(es) e instituição(ões) a que pertence(em)
- Abstract (em inglês)
- Resumo
- Keywords (em inglês)
- Título abreviado

As figuras devem aparecer em separado de modo a poderem ser reduzidas e fotocopiadas. As referências devem ser numeradas consecutivamente e aparecer por ordem alfabética de acordo com os seguintes formatos:

Artigos: autor(es), título, título e número da revista (livro com indicação dos editores), ano, páginas.

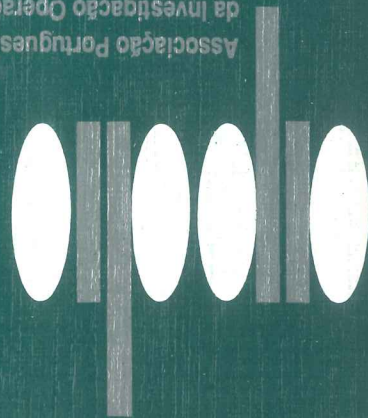
Livros: autor(es), título, editorial, local de edição, ano.

**Fotografia, Montagem  
Impressão e Acabamentos**  
Tip. Nocamil  
COIMBRA



## ÍNDICE

111	G.A. Pereira, A. Guimarães Rodrigues e K. B. Haley, DBA na análise qualitativa de dados — Uma aplicação no domínio dos cuidados primários de saúde.....
123	L.C. Santos e I.H. Themido, Sequenciamento de serviços de pessoal tripulante — Uma abordagem baseada num conjunto de heurísticas.....
143	M. C. Rodrigues e R.A. Costa, Um modelo de simulação de tráfego rodoviário na ponte 25 de Abril.....
159	R. S. Sousa e G. Denholm, SIMON, Uma ferramenta de simulação genética para a indústria de lacticínios.....
171	P.L. Powell, J.H. Klein e N. A. Connell, Organisational experts - The social context of expertise.....
187	B.C. Vasconcelos e V.C. Machado, Time to deplete a resource with gamma usage.....
197	C. Ferreira, J. Climaco e M.E. Captivo, Filtragem em modelos multicritério de problemas discretos — Uma aproximação.....



Associação Portuguesa para o Desenvolvimento  
da Investigação Operacional

CESUR - Instituto Superior Técnico - Avenida Rovisco Pais  
1000 Lisboa - Telef. 80 74 55